

УДК 539.3

МОДЕЛЬ РАССЛОЕНИЯ КОМПОЗИТА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ СДВИГЕ¹

Корнев В.М., Астапов И.С. *, Астапов Н.С.

*ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН,
г. Новосибирск, Россия***НИИ механики МГУ, г. Москва, Россия*

РЕЗЮМЕ

Рассматривается распространение трещины по линии раздела сред в составном кусочно-однородном материале со структурой. Под действием касательного (сдвигового) напряжения, приложенного на бесконечности, реализуется вторая мода разрушения. Подробно анализируется случай, когда упругие характеристики материалов совпадают, а прочностные существенно различаются. Дано описание построения диаграммы квазихрупкого разрушения для плосконапряженного состояния и плоского деформированного состояния при поперечном сдвиге.

Ключевые слова: критерии разрушения; коэффициент интенсивности напряжений; поперечный сдвиг; диаграмма квазихрупкого разрушения

MODEL OF COMPOSITE EXFOLIATION WITH TRANSVERSE SHEAR

Kornev V.M., Astapov I.S. *, Astapov N.S.

*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, Novosibirsk, Russia***Institute of Mechanics MSU, Moscow, Russia*

SUMMARY

Propagation of a crack located on the line of separation of media in a piecewise-homogenous structured material is considered. Under tension applied at infinity, the mode II fracture holds. The case when elastic characteristics of materials coincide and strength ones are different is analyzed in detail. The description of construction of diagrams for quasi-brittle fracture is present.

Key words: fracture criteria; stress intensity factor; transverse shear; diagrams of quasi-brittle fracture

ВВЕДЕНИЕ

В обзоре экспериментальных работ [1] указывается, что одним из наиболее важных факторов, вызывающих разрушение в машиностроительных конструкциях является неизбежное наличие скрытых трещин

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 14-08-00113) и в рамках проекта № 25.8, входящего в программу Президиума РАН.

или трещиноподобных дефектов. Кроме того, отмечаются проблемы построения аналитических моделей процесса разрушения в рамках линейной механики разрушения, особенно для конструкций сложной геометрии, находящихся в условиях ползучести. Трещины часто оказываются межзеренными, и наличие периодической структуры существенно влияет на “раскрытие трещин, которое изменяется постепенно геометрически упорядоченным образом” ([1], стр.96). В экспериментальной работе [2] по исследованию распространения трещины нормального отрыва в биматериале керамика-алюминий показано, что зона предразрушения для трещины на границе раздела сред, как правило, расположена только в одном более слабом материале ([2], Fig.5) и локализована в окрестности этой границы. Наиболее близко рассматриваемые ниже вопросы затронуты в работе [3], в которой при описании процесса разрушения учитываются пределы упругости составляющих композит материалов, но не учитывается их структура. Однако в работе [4] показано, что критерии разрушения, учитывающие характерный размер структуры материала, позволяют “расширить область применения по сравнению с традиционными критериями”, хотя “вопрос о том, как этот размер связан с составом, структурой и, возможно, с другими параметрами реального материала, до сих пор не изучен”. Частично рассматриваемая ниже модель разрушения описана в [5], но в этой работе отсутствуют конечные простые формулы, пригодные для инженерных расчетов. В работе [6] обосновывается актуальность создания феноменологических моделей для прогнозирования разрушения слоистых материалов при отсутствии трещин. Там же отмечается, что “разрушение по границе соединения – один из наиболее типичных видов повреждения слоистых материалов при деформации”.

Ниже исследуется распространение трещины вдоль линии раздела структурированных сред. При описании разрушения структурированных материалов используется модифицированная модель зоны предразрушения Леонова-Панасюка-Дагдейла (ЛПД) с привлечением необходимого и достаточного критериев разрушения (подход Нейбера-Новожилова). Модификация была выполнена в работах [7,8]. Модифицированная модель использовалась для решения различных задач по квазихрупкому разрушению материалов, например: для оценки накопления повреждений в образце при нестационарном малоцикловом нагружении, при исследовании влияния точечных дефектов на прочность монокристаллов, для оценки остаточной прочности материалов при усталости. Главное отличие модифицированной аналитической модели от классической модели ЛПД заключается в появлении дополнительного параметра – ширины зоны предразрушения, моделирующего поперечник зоны пластичности. Этот параметр позволяет более полно оценить разрушение структуры зоны предразрушения, привлекая информацию о параметрах стандартных $\sigma - \varepsilon$ или $\tau - \gamma$ (напряжение–деформация) диаграмм материалов.

В данной работе приведены теоретические построения кривых разрушения для II моды при разрушении однородных материалов и биматериалов с внутренними трещинами. Для биматериала предполагается, что трещина расположена на плоской границе раздела материалов и расслоение при поперечном сдвиге в биматериале происходит по этой границе раздела. Такое расслоение в результате лабораторного эксперимента наблюдалось в работе ([9], p.801, Fig.7). В результате численного моделирования методом конечных элементов в работе [10] также показано притягивание продвигающейся трещины к границе раздела сред (см. Fig.3, Fig.7).

Предлагаемый в работе подход может оказаться полезным при прогнозировании критической разрушающей нагрузки в следующей практически важной задаче. Рассмотрим трехслойный композитный образец, подвергнутый растягивающим нагрузкам P , направленными вдоль прослойки, которая на рис.1 данной работы показана штриховкой. Прослойка, моделирующая слой клея (сварной шов), может содержать трещиноподобные дефекты в виде несклеенных участков. Эти участки моделируются краевой трещиной длиной l_0 или внутренней трещиной длиной $2l_0$. Рассматриваются материалы с регулярной структурой, имеющие хрупкий или квазихрупкий тип разрушения. Требуется оценить прочность при сдвиге трехслойного клееного композита.

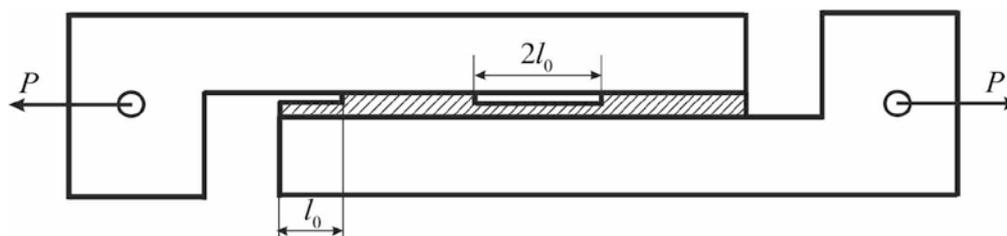


Рис.1. Образец трехслойного композита, содержащего дефекты склейки.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Наиболее часто встречающиеся трещиноподобные дефекты располагаются в композитах по границе раздела сред. Поэтому представляет интерес изучение напряженно деформированного состояния в задаче о распространении трещины, схематично изображенной на рис.2.

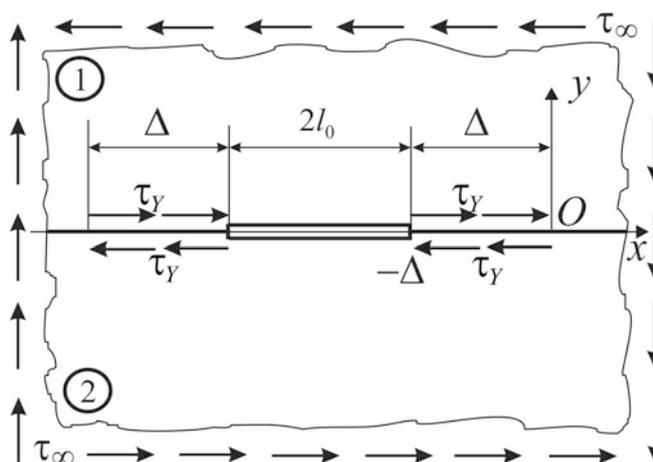


Рис.2. Трещина по линии раздела сред.

Пусть в составной кусочно-однородной структурированной плоскости на прямой линии раздела двух сред имеется трещина конечной длины $2l_0$. На бесконечности задано сдвиговое напряжение τ_∞ , то есть может реализоваться вторая мода разрушения. В обозначениях рис.2 для материалов 1 и 2, составляющих композит, предполагается, что модули сдвига материалов равны G , коэффициенты Пуассона равны μ и характерные линейные размеры структуры материалов равны r . Пусть материалы 1 и 2 верхней и нижней

полуплоскостей отличаются только разными пределами текучести при сдвиге $\tau_Y = \tau_{Y1} < \tau_{Y2}$. Построим модель для описания расслоения биматериала, предполагая, что трещина при продвижении не меняет свое первоначальное прямолинейное направление.

В предлагаемой модели распространения трещины использована простейшая аппроксимация классической $\tau - \gamma$ диаграммы. Эта аппроксимация диаграммы более слабого материала 1 представлена на рис.3 двухзвенной ломаной. Существенными параметрами этой аппроксимации являются параметры γ_0 – максимальное упругое относительное смещение и γ_1 – максимальное относительное смещение.

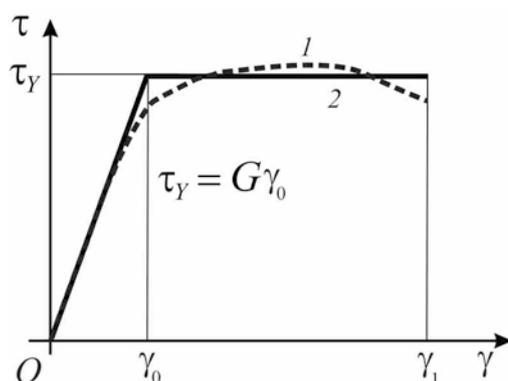


Рис.3. Исходная $\tau - \gamma$ диаграмма материала 1 и ее аппроксимация.

В дальнейшем для упрощения обозначений введем параметр $\bar{\gamma} = (\gamma_1 - \gamma_0) / \gamma_0$, который можно назвать показателем пластичности при сдвиге.

3. МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ

Предположим, что плоская трещина поперечного сдвига распространяется прямолинейно по границе раздела сред. Кроме реальной внутренней прямолинейной трещины-разреза длиной $2l_0$ введем в рассмотрение фиктивную трещину-разрез длиной $2l = 2l_0 + 2\Delta$, где Δ – длина зон предразрушения, расположенных на продолжении реальной трещины (рис.2). На рис.4 изображена зона предразрушения на продолжении правого кончика реальной трещины (точка 2, обведенная кружком) в однородном материале. Начало O системы координат Oxy совпадает с концом фиктивной трещины, а конец реальной трещины имеет абсциссу $x = -\Delta$ (рис.4). Ось ординат Oy перпендикулярна плоскости распространения трещины.

Для построения модели расслоения при поперечном сдвиге предлагается использовать достаточный дискретно интегральный критерий [7,11,12]

$$\frac{1}{r} \int_0^r \tau(x,0) dx = \tau_Y, \quad x \geq 0, \quad (1)$$

$$2u(-\Delta) = \gamma^*. \quad (2)$$

Здесь $\tau(x,0)$ – сдвиговое напряжение на продолжении трещины, τ_Y – предел текучести при сдвиге, r – характерный линейный размер структуры материала,

функция $u = u(x)$ – полусмещение берегов трещины. Через γ^* обозначено критическое смещение берегов фиктивной трещины для однородного материала; при этом смещении разрушается структура материала в вершине реальной трещины (граничной точке зоны предразрушения, то есть в точке 2, обозначенной на рис.4 кружком 2).

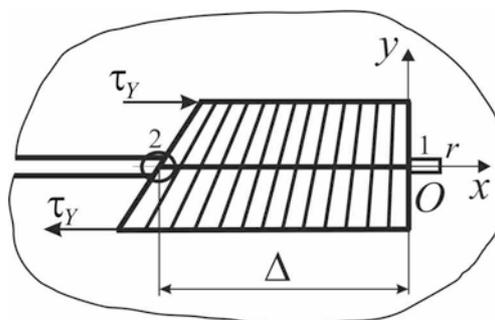


Рис.4. Зона предразрушения однородного материала.

Возьмем аналитическое выражение сдвигового напряжения $\tau(x, 0)$ на продолжении трещины в виде [12]

$$\tau(x, 0) = K_{II} / \sqrt{2\pi x} + \tau_{\infty}, \quad x \geq 0, \tag{3}$$

которое выполняется с точностью до величин высшего порядка малости в окрестности вершины трещины. В выражении (3) τ_{∞} – напряжение, заданное на бесконечности; $K_{II} = K_{II\infty} + K_{II\Delta}$ – суммарный коэффициент интенсивности напряжений (КИН) в обобщенной модели Леонова-Панасюка-Дагдейла (ЛПД); $K_{II\infty}$ – КИН, порождаемый напряжением τ_{∞} , $K_{II\infty} > 0$; $K_{II\Delta}$ – КИН, порождаемый напряжением τ_y , действующим в окрестности носика фиктивной трещины в зоне предразрушения, $K_{II\Delta} < 0$. После интегрирования по промежутку, выделенному на рис.4 прямоугольником 1, уравнение (1) можно записать в виде

$$K_{II} = (\tau_y - \tau_{\infty}) \sqrt{\pi r / 2}. \tag{4}$$

Для полусмещения $u = u(x)$, $(-\Delta \leq x < 0)$ берегов фиктивной трещины используем в (2) представление [13]

$$2u(x) = \frac{\kappa + 1}{2G} K_{II} \sqrt{\frac{|x|}{2\pi}} + O(|x|), \quad K_{II} = K_{II\infty} + K_{II\Delta} > 0, \quad x \leq 0, \tag{5}$$

в котором учтем лишь первый член разложения. В выражении (5) $\kappa = 3 - 4\nu$ для плоской деформации, $\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ для плоского напряженного состояния, ν – коэффициент Пуассона; $G = \tau_y / \gamma_0$ – модуль сдвига. Уравнение (2) с помощью представления (5) запишем в виде

$$\frac{\kappa + 1}{G} K_{II} \sqrt{\frac{\Delta}{2\pi}} = \gamma^*. \tag{6}$$

Критическое смещение γ^* берегов фиктивной трещины вычислим по формуле

$$\gamma^* = (\gamma_1 - \gamma_0) m a_{\tau}, \tag{7}$$

где a_{τ} – поперечник зоны пластичности в вершине реальной трещины, вычисленный в рамках линейной механики разрушения (ЛМР) на основании поля

напряжений и критерия текучести, m – поправочный коэффициент. В приближенной постановке в рамках ЛМР с использованием критерия текучести Мизеса форма и размеры зоны пластичности в окрестности вершины трещины поперечного сдвига определяются соотношениями [12,14]

$$r_d(\theta) = \frac{K_{II\infty}^2}{2\pi\sigma_Y^2} \left(3 - \frac{9}{4} \sin^2 \theta + (1 - 2\nu)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (8)$$

$$r_s(\theta) = \frac{K_{II\infty}^2}{2\pi\sigma_Y^2} \left(3 - \frac{9}{4} \sin^2 \theta + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right), \quad (9)$$

где $\sigma_Y = \sqrt{3}\tau_Y$ [15], для плоской деформации и плоского напряженного состояния соответственно. Заметим, что в [14, стр. 212] формула (8) приведена с опечаткой. На рис.5а и рис.5б с помощью выражений (8) и (9) построены упругопластические границы, определяемые безразмерными величинами $2\pi\sigma_Y^2 r_d(\theta)/K_{II\infty}^2$ и $2\pi\sigma_Y^2 r_s(\theta)/K_{II\infty}^2$, в окрестности вершины трещины поперечного сдвига для однородного материала и биматериала соответственно.

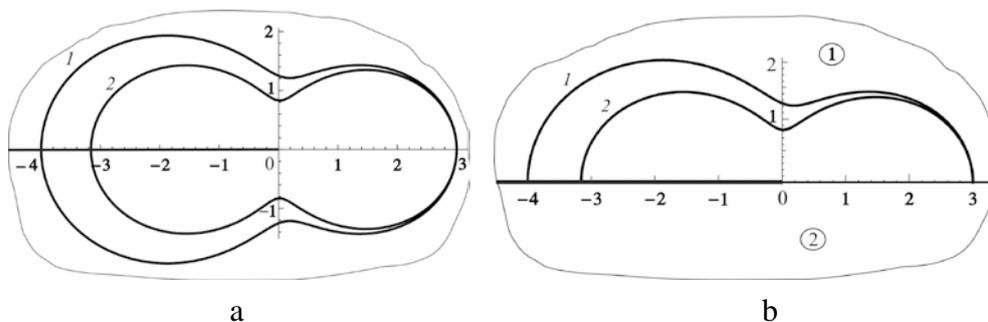


Рис.5. Границы пластических зон по критерию Мизеса ($\nu=1/3$) у вершины трещины поперечного сдвига: а – в однородном материале, б – в биматериале. Кривая 1 – плоское напряженное состояние, кривая 2 – плоское деформированное состояние.

Конечно, границы реальных пластических зон в окрестности вершины трещины не похожи на конфигурации, изображенные на рис.5. В обзорной статье [16], в которой сравниваются результаты численного моделирования пластических зон в окрестности вершины трещины с экспериментальными результатами, приведены примеры разнообразных по форме и направлению распространения пластических зон в зависимости от вида нагружения, коэффициента Пуассона и др. Еще более причудливые формы пластических зон продемонстрированы в работе [17] для кристаллов. Тем не менее, очень часто трещина, расположенная на границе биматериала при нагружении продолжает расти вдоль границы раздела сред, причем пластическая зона приближенно имеет форму узкого вытянутого вдоль границы прямоугольника. Такую форму пластической зоны и преимущественное направление распространения трещины вдоль границы можно наблюдать и в численных [9,10,18,19] и в лабораторных экспериментах [9,20]. Однако при обработке с помощью рассматриваемой здесь модифицированной модели экспериментальных результатов, полученных при испытании на прочность при нормальном отрыве клееных образцов [20], возникли трудности. Например, оказалось, что значение предела прочности эпоксидного монообразца меньше разрушающего напряжения для большинства

композитных образцов. Видимо, повышение предела прочности смолы происходило за счет упрочнения участков смолы, близких к разделу сред в композите. На возможность такого упрочнения в результате физико-химических взаимодействий между фазами указывается в [21]. В связи с этим в работе [20] было высказано предположение, что для более точного предсказания аналитической моделью разрушающей нагрузки необходимо уточнить выражение поперечника зоны предразрушения. Поэтому в настоящей работе введен поправочный коэффициент m в соотношение (7). Для определения величины этого коэффициента, видимо, необходимо использовать непосредственные данные численного или лабораторного эксперимента.

Таким образом, поперечник зоны предразрушения ma_τ в однородном материале полагается равным $ma_{\tau d}$ или $ma_{\tau s}$ в зависимости от вида нагружения

$$a_{\tau d} = 2r_d \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{K_{II\infty}^2}{3\pi\tau_Y^2} \left(\frac{5-8\nu+8\nu^2}{4} \right) \quad (10)$$

для плоского деформированного состояния и

$$a_{\tau s} = 2r_s \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{5K_{II\infty}^2}{12\pi\tau_Y^2} \quad (11)$$

для плоского напряженного состояния. Так как предполагается, что в биматериале в условиях пластичности находится лишь один наиболее слабый материал, то поправочный коэффициент для биматериала приближенно (с учетом межфазного слоя) полагается равным $m/2$, то есть в качестве поперечника зоны предразрушения в биматериале приближенно выбирается полупоперечник зоны предразрушения более слабого материала. В равенствах (10)-(11) для коэффициента интенсивности напряжений $K_{II\infty}$, порождаемого напряжением τ_∞ , возьмем выражение [13, стр.32]

$$K_{II\infty} = \tau_\infty \sqrt{\pi l}. \quad (12)$$

В равенстве (6) для коэффициента интенсивности напряжений $K_{II\Delta}$, порождаемого постоянным напряжением τ_Y и действующего согласно модели Леонова-Панасюка-Дагдейла (ЛПД), выберем из справочника [22, стр.41] выражение

$$K_{II\Delta} = -\tau_Y \sqrt{\pi l} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left(1 - \frac{\Delta}{l} \right) \right]. \quad (13)$$

Используя для упрощения выражения (13) приближение

$$\arcsin(1 - \Delta/l) \approx \pi/2 - \sqrt{2\Delta/l}, \quad (14)$$

погрешность которого не превышает 6% для $0 \leq x \leq 0.43$, получим приближенное выражение $K_{II\Delta} \approx -2\tau_Y \sqrt{2\Delta/\pi}$. Учитывая соотношения (7), (10)-(14) запишем уравнение (6), соответствующее исходному уравнению (2), в виде квадратного уравнения относительно $\sqrt{\Delta}$

$$\left(\lambda \sqrt{\pi l} - 2 \sqrt{\frac{2\Delta}{\pi}} \right) \sqrt{\frac{\Delta}{2\pi}} = A_{d,s}. \quad (15)$$

В равенстве (15) величина $\lambda = \tau_\infty / \tau_Y$ – безразмерная критическая разрушающая нагрузка, $A_{d,s} = \bar{\gamma} ma_{\tau d} / (4(1-\nu))$ для плоской деформации

и $A_{d,s} = \bar{\gamma}m(1+\nu)a_{ts}/4$ для плоского напряженного состояния. Из уравнения (15) получим выражения для длины зоны предразрушения в однородном материале

$$\Delta_{+,-} = R_{+,-}^2 \frac{\pi^2 \lambda^2 l}{32}, \quad (16)$$

где $R_{+,-} = 1 \pm \sqrt{1 - 4\bar{\gamma}mc/3\pi}$, $c = 5(1+\nu)/4$ для плоского напряженного состояния и $c = (5 - 8\nu + 8\nu^2)/(4(1-\nu))$ для плоской деформации. Для трещины, проходящей по линии раздела сред в биматериале, в формуле (16) вместо m необходимо брать $m/2$. На рис.6 даны графики зависимости величины c от коэффициента Пуассона ν ($0 \leq \nu \leq 0,5$): кривая 1 (часть гиперболы) отражает зависимость для плоской деформации, отрезок прямой 2 – для плоского напряженного состояния. Из графика видно, что величина c при плоском напряженном состоянии больше величины c при плоской деформации для любого ν ($0 \leq \nu \leq 0,5$). Численное значение отношения величины c при плоском напряженном состоянии (c_s) к величине c при плоской деформации (c_d) равно $c_s/c_d \approx 1,37$ для $\nu = 0,3$ и $c_s/c_d \approx 1,25$ для $\nu = 0,5$. Наибольшее значение отношения c_s/c_d равно $\approx 1,38$ и достигается при $\nu \approx 0,344$. Расчеты показывают, что наименьшее значение c равно $c = \sqrt{10} - 2 \approx 1,16$ достигается при $\nu = 1 - \sqrt{10}/4 \approx 0,21$, если величина c вычисляется по формуле $c = (5 - 8\nu + 8\nu^2)/(4(1-\nu))$ для плоской деформации. Наибольшее значение c равно $c = 15/8 = 1,875$ достигается при $\nu = 0,5$ для плоского напряженного состояния. Таким образом, для любого ν ($0 \leq \nu \leq 0,5$) выполняется неравенство $1,16 \leq c \leq 1,875$ (рис.6).

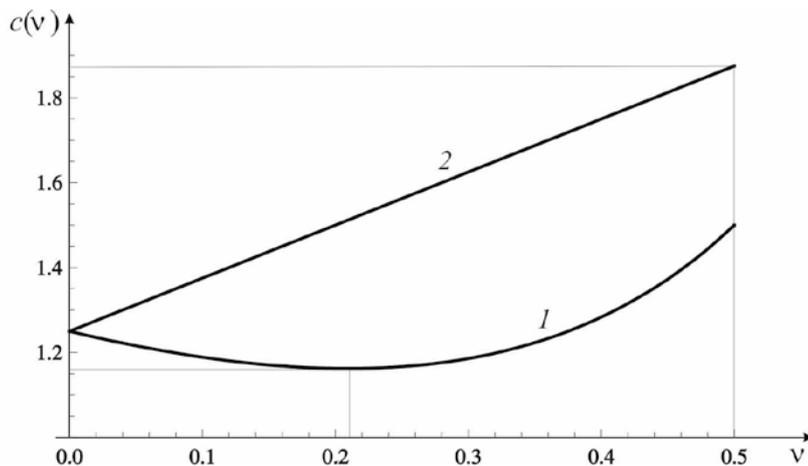


Рис.6. Зависимость параметра c от коэффициента Пуассона ν .

Действительные корни уравнения (15) существуют лишь при условии $\bar{\gamma}mc \leq 3\pi/4 \approx 2,36$. Поэтому формула (16) предлагаемой модели имеет смысл, если $\bar{\gamma} \leq 3\pi/(4mc)$. Учитывая диапазон изменения c для величины показателя пластичности материала $\bar{\gamma}$ при $m = 1$, находим, что для любого ν при плоской деформации и плоском напряженном состоянии должно выполняться неравенство

$\bar{\gamma} \leq 3\pi/(4 \cdot 1,16) \approx 2,03$. В частности, имеем неравенство $\bar{\gamma} \leq 3\pi/(4 \cdot 1,875) \approx 1,26$ при $\nu = 0,5$ для плоского напряженного состояния.

Величина Δ_- (когда перед корнем в выражении для $R_{+,-}$ выбирается знак “-”) соответствует критической длине зоны предразрушения при квазихрупком разрушении [8, 11]. Если $\bar{\gamma} \rightarrow 0$, то $R_- \rightarrow 0$ и, следовательно, $\Delta_- \rightarrow 0$, тем самым выполняется предельный переход от квазихрупкого типа разрушения к хрупкому. При хрупком разрушении показатель пластичности $\bar{\gamma}$ равен нулю и длина зоны предразрушения Δ_- , вычисляемая по формуле (16), также равна нулю. Отметим, что в работе [23] в рамках подхода, используемого в настоящей работе, рассматривалась трещина нормального отрыва, то есть разрушение по первой моде. Сравнение результатов расчетов, проведенное в [23], в аналитической модифицированной модели по формуле, аналогичной формуле (16), с результатами численного моделирования длины Δ зоны предразрушения при квазивязком разрушении [18] выявило следующее. Величина Δ_+ модели существенно лучше, чем Δ_- согласуется с величиной Δ численного моделирования. Так же, как и в численном эксперименте для квазивязкого разрушения величина Δ_+ модели удовлетворяет [23] приближенному равенству $\Delta_+ \approx 30r \gg r$, хотя для квазихрупкого разрушения характерно выполнение неравенства $\Delta_- < r$.

Используя для коэффициента интенсивности напряжения приближение $K_{II\Delta} \approx -2\tau_Y \sqrt{2\Delta/\pi}$, полученное с помощью (14), запишем уравнение (4), соответствующее исходному уравнению (1), в виде

$$\tau_\infty \sqrt{\pi l} - \tau_Y 2\sqrt{2\Delta/\pi} = (\tau_Y - \tau_\infty) \sqrt{\pi r/2}. \quad (17)$$

Подставляя в (17) выражение (16) для Δ_- и пользуясь обозначением $\lambda = \tau_\infty / \tau_Y$, получим уравнение $\lambda(\sqrt{\pi l} + \sqrt{\pi r/2}) - \lambda R_- \sqrt{\pi l}/2 = \sqrt{\pi r/2}$, из которого найдем выражение критической разрушающей нагрузки

$$\lambda = \left(1 + \sqrt{2l/r}(1 - R_-/2)\right)^{-1} = \left(1 + \sqrt{2l/r}\left(1 - \left(1 - \sqrt{1 - 4\bar{\gamma}mc/3\pi}\right)/2\right)\right)^{-1}. \quad (18)$$

Для трещины, проходящей по линии раздела сред в биматериале, в формуле (18) так же, как и в формуле (16), вместо m необходимо брать $m/2$. Таким образом, получены структурные формулы (16), (18) для вычисления критической длины зоны предразрушения Δ_- и критического безразмерного разрушающего напряжения λ в квазихрупких материалах при плоском напряженном состоянии и при плоской деформации. В формулах (16), (18) геометрические характеристики материала учтены параметрами l и r . Механические характеристики материала в формулах (16), (18) учтены показателем пластичности $\bar{\gamma}$ в выражении $R_- = 1 - \sqrt{1 - 4\bar{\gamma}mc/3\pi}$, а напряженно деформированное состояние (НДС) учтено параметром c . Значение параметра c меняется в зависимости от вида нагружения и, естественно предположить, что значение параметра c меняется и в процессе нагружения. Плоское напряженное состояние и плоское деформированное состояния являются частными, причем идеализированными случаями сложного НДС. В реальных конструкциях, особенно в композитах, НДС может различаться в окрестностях даже близко расположенных точек, например, вблизи границы

раздела сред. Поэтому правдоподобно предположить, что в математических моделях реальных конструкций параметр c может служить интегральной, усредненной характеристикой НДС. Кроме того, поперечник зоны пластичности в вершине трещины также зависит от НДС (см. формулы (10), (11)). Поэтому можно предположить, что при сложном напряженно деформированном состоянии параметр c может принимать значение меньше, чем 1,16 (см. рис.6). И, следовательно, рассматриваемая модель разрушения, возможно, применима и для материалов, для которых показатель пластичности $\bar{\gamma} > 2,03$ при $m = 1$.

Напомним, что $m = 1$, если не учитываются прочностные характеристики границы раздела сред (межфазный слой [21], слой взаимодействия [24]) и поперечник зоны предразрушения отождествляется с поперечником зоны пластичности, вычисляемым при $\theta = \pi/2$ по формулам (8) и (9). Реальная зона пластичности может оказаться существенно более узкой [9,10,18,19]. Это можно учесть в аналитической модели поправочным коэффициентом (параметром) m , выбирая для него значение, существенно меньше единицы. В результате оказывается, что формулы (16) и (18) имеют смысл и при значениях $\bar{\gamma}$ существенно превышающих 2, например, для $m = 0,2$ можно выбирать любое значение показателя пластичности, удовлетворяющее неравенству $\bar{\gamma} \leq 10$. Следовательно, введением параметра m область применимости предлагаемой модели значительно расширяется.

3. ДИАГРАММЫ РАЗРУШЕНИЯ БИМАТЕРИАЛА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ СДВИГЕ

Критическая безразмерная разрушающая нагрузка $\lambda = \tau_{\infty} / \tau_Y$, выраженная формулой (18), зависит от двух параметров: от величины отношения $2l/r$ и от величины произведения $\bar{\gamma}mc$. На рис.7 изображены четыре кривые разрушения в двойных логарифмических координатах для $\bar{\gamma}mc = 0$ (кривая 1, соответствующая хрупкому разрушению при $\bar{\gamma} = 0$), $\bar{\gamma}mc = 0,8$ (кривая 2), $\bar{\gamma}mc = 1,6$ (кривая 3) и $\bar{\gamma}mc = 2,3$ (кривая 4).

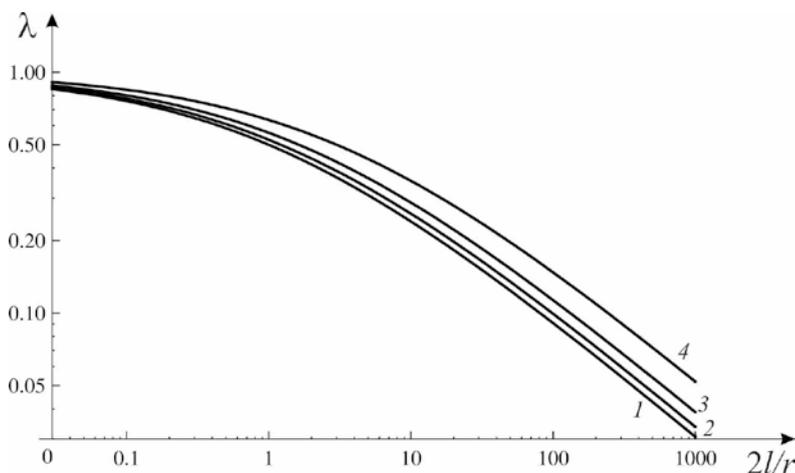


Рис.7. Диаграммы разрушения.

Из графика видно, что при заданном значении $2l/r$ нагрузка возрастает с возрастанием величины $\bar{\gamma}mc$. При постоянном значении величины $\bar{\gamma}mc$

соответствующая кривая разрушения может служить для оценки критической разрушающей нагрузки при различных значениях $\bar{\gamma}$, m и c . Например, кривая 4 является диаграммой разрушения при $\bar{\gamma} = 2.3$, $m = 1$, $c = 1$ и при $\bar{\gamma} = 23$, $m = 0.1$, $c = 1$. При постоянном значении произведения mc разрушающая нагрузка возрастает с возрастанием показателя пластичности $\bar{\gamma}$. Наименьшая разрушающая нагрузка соответствует хрупкому разрушению.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные структурные формулы (16) и (18) могут оказаться полезными для прогнозирования критической разрушающей нагрузки $\lambda = \tau_{\infty} / \tau_Y$ и оценки длины зоны предразрушения Δ_* при нагружении по второй моде (при поперечном сдвиге) в квазихрупких структурированных материалах при плоском напряженном состоянии и при плоской деформации.

Величина критической нагрузки λ , вычисляемая по формуле (18), фактически зависит от двух параметров: от отношения $2l/r$ и от произведения $\bar{\gamma}mc$. Поэтому формулу (18) можно использовать, например, для уменьшения количества лабораторных экспериментов по определению прочности образцов с одной внутренней трещиной, схематично изображенных на рис.2, следующим образом. По результатам замеров разрушающей нагрузки λ в двух экспериментах составляем с помощью соотношения (18) систему двух уравнений с двумя неизвестными $x = r$ и $y = \bar{\gamma}mc$. Считая, что длины $l = l_1$ и $l = l_2$ трещин в двух образцах обоих экспериментов известны, причем $l_2 \neq l_1$, находим из полученной системы двух уравнений значение эффективного линейного размера структуры r и значение произведения $\bar{\gamma}mc$. Наконец, используя найденные значения r и $\bar{\gamma}mc$, строим по формуле (18) диаграмму разрушения, с помощью которой прогнозируем разрушающую нагрузку для любых длин трещин.

Конечно, для обработки результатов экспериментов в первую очередь необходимо адаптировать формулы (16) и (18), учитывая конечные размеры образцов. Кроме того, предполагаемые лабораторные эксперименты следует провести для экспериментальной проверки предлагаемых структурных формул (16) и (18), чтобы оценить работоспособность рассматриваемой аналитической модели расслоения композиционных материалов со структурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Итон Н., Гловер А., Мак-Грат Дж.* Особенности разрушения при изготовлении и эксплуатации сварных конструкций / Механика. Новое в зарубежной науке. Механика разрушения. Разрушение конструкций. – М.: Мир, 1980. – Вып.20. – С.92-120.
2. *Kruzic J.J., McNaney J.M., Cannon R.M., Ritchie R.O.* Effects of plastic constraint on the cyclic and static fatigue behavior of metal/ceramic layered structures // *Mechanics of materials*. – 2004. – Vol.36 – P.57-72.
3. *Yun-Jae Kim, Karl-Heinz Schwalbe.* Mismatch effect on plastic yield loads in idealised weldments II. Heat affected zone cracks // *Eng. Fract. Mech.* – 2001. – Vol.68. – P.183-199.

4. Сукнев С.В. Применение нелокальных и градиентных критериев для оценки разрушения геоматериалов в зонах концентрации растягивающих напряжений // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т.14. – №2. – С.67-75.
5. Usami S., Kimoto H., Takanashi I., Shida S. Strength of ceramic materials containing small flaws // Engng Fract. Mech. – 1986. – V.23. – N4. – P.745-761.
6. Смирнов С.В., Веретенникова И.А., Вичужанин Д.И. Моделирование расслоения при пластической деформации биметаллического материала, полученного сваркой взрывом // Вычислительная механика сплошных сред. – 2014. – Т.7. – №4. – С.398-411.
7. Корнев В.М., Кургузов В.Д. Достаточный дискретно-интегральный критерий прочности при отрыве // ПМТФ. – 2001. – Т.42. – №2. – С.161-170.
8. Корнев В.М. Распределение напряжений и раскрытие трещин в зоне предразрушения (подход Нейбера-Новожилова) // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т.7. – №3. – С.53-62.
9. Pirondi A., Moroni F. An investigation of fatigue failure prediction of adhesively bonded metal/metaljoints // Intern. J. of Adhesion & Adhesives – 2009. – Vol.29. – P.796-805.
10. Aluru K., Wen F.-L., Shen Y.-L. Direct simulation of fatigue failure in solder joints during cyclic shear // Materials and Design – 2011. – Vol.32. – P.1940-1947.
11. Корнев В.М., Астапов Н.С. Модель разрушения кусочно-однородной среды при расслоении упругопластических структурированных материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2010. – Т.16. – №3. – С.347-360.
12. Корнев В.М., Кургузов В.Д. Достаточный критерий разрушения в случае сложного напряженного состояния при непропорциональном деформировании материала в зоне предразрушения // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т.51. – №6. – С.153-163.
13. Керштейн И. М., Ключников В.Д., Ломакин Е.В., Шестериков С.А. Основы экспериментальной механики разрушения. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. – 140 с.
14. Астафьев В.И., Радаев Ю.Н., Степанова Л.В. Нелинейная механика разрушения. – Самара: Изд-во “Самарский университет”, 2001. – 632 с.
15. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
16. Narasimhan R., Subramanya H.Y., Patil S.D., Tandaiya P., Ramamurty U. Stationary crack tip fields in elastic-plastic solids: an overview of recent numerical simulations // J. of Physics. D: Applied Physics –Vol.42. – N21. – 214005.
17. Sabnis P.A., Maziere M., Forest S., Arakere N.K., Ebrahimi F. Effect of secondary orientation on notch-tip plasticity in superalloy single crystals // Intern. J. of Plasticity. – 2012. – Vol.28. – P.102-123.
18. Кургузов В.Д., Корнев В.М. Построение диаграмм квазихрупкого и квазивязкого разрушения материалов на основе необходимых и достаточных критериев // ПМТФ. – 2013. – Т.54. – №1. – С.179-195.
19. Кургузов В.Д., Корнев В.М., Астапов Н.С. Модель разрушения биматериала при расслоении. Численный эксперимент // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2011. – Т.17. – №4. – С.462-473.
20. Демешкин А.Г., Корнев В.М., Астапов Н.С. Прочность клееного композита при наличии трещиноподобных дефектов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т.19. – №3. – С. 445-458.

21. Яновский Ю.Г. Наномеханика и прочность композиционных материалов. – М.: Ин-т прикладной механики ИПРИМ РАН, 2008. – 180 с.
22. Саврук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами // Механика разрушения и прочность материалов, Т.2. – Киев: Наукова думка, 1988. – 619 с.
23. Астапов Н.С. Модифицированная модель зоны предразрушения квазихрупких структурированных материалов // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т.17. – №1. – С.89-96.
24. Глаголев В.В., Маркин А.А. Оценка толщины слоя взаимодействия как универсального параметра материала // Изв. РАН. МТТ. – 2006. – №5. – С.177-186.

Поступила в редакцию 18 ноября 2014 года.

Сведения об авторах:

Корнев Владимир Михайлович – д.ф.-м.н., проф., гл.н.с., ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск, Россия; e-mail: kornev@hydro.nsc.ru

Астапов Иван Степанович – к.ф.-м.н., с.н.с., НИИ механики МГУ, г. Москва, Россия; e-mail: velais@imec.msu.ru

Астапов Николай Степанович – к.ф.-м.н., доц., с.н.с., ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск, Россия; e-mail: nika@hydro.nsc.ru