

УДК 536.21, 539.3

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА
ПРИ ИНТЕНСИВНОМ ГАЗООБРАЗОВАНИИ В ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ В УСЛОВИЯХ
АЭРОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА¹**

Формалев В.Ф., Колесник С.А., Пегачкова Е.А.

ФГБОУ Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия

РЕЗЮМЕ

Моделируется тепломассоперенос при интенсивной газации теплозащитных композиционных материалов (ТЗКМ) в условиях аэрогазодинамического нагрева гиперзвуковых летательных аппаратов. Определяются условия возникновения, скорость движения и координаты зоны разложения (пиролиза) связующих ТЗКМ с образованием газообразных продуктов разложения и пористого коксового остатка, через который пиролизные газы фильтруются к наружной границе и вдуваются в высокотемпературный пограничный слой. Такая фильтрация возможна в условиях превышения давления торможения пиролизных газов в зоне пиролиза над давлением в газодинамическом потоке на наружной границе. Определяются нестационарные температурные поля в обеих фазах, на их основе массовая скорость движения зоны пиролиза и массовая скорость газообразования, давление торможения газов в зоне пиролиза и распределение давления фильтрации в пористом остатке, а также возможный разрыв пористого остатка под действием напряжений от давления в зоне пиролиза.

Ключевые слова: теплозащитные композиционные материалы; температурные поля; зона разложения связующего; газообразование, фильтрация; давление торможения; механические напряжения в зоне газообразования

**ANALYTICAL RESEARCH HEAT AND MASS TRANSFER WHEN
INTENSIVE GAS FORMATION IN THERMAL-PROTECTIVE
COMPOSITES UNDER CONDITIONS OF GASDYNAMIC HEATING**

Formalev V.F., Kolesnik S.A., Pegachkova E.A.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

SUMMARY

Heat and mass transfer taking place in a case when thermal-protective composites are exposed intensive aeration in conditions of gasdynamic heating of hypersonic aircrafts is modeling. Conditions of origination, velocity of movement and coordinates of the zone of decomposition of the binder with origination gaseous products of decomposition and porous carbon residue, which pyrolyzed gases are filtering through toward an external boundary and injected into a high temperature boundary layer, are defined. This filtration is possible in the conditions when the stagnation pressure of pyrolyzed gases in the pyrolysis zone is higher than

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-1404.2014.8 и грантов РФФИ 15-01-04989, 14-01-00488.

the pressure in a gasdynamic flow on the external boundary. Nonsteady temperature fields in both phases, mass velocity of the pyrolysis zone movement, mass velocity gas formation, stagnation pressure of gases in the pyrolysis zone and distribution of the filtration pressure in a porous residue and possible gap of the porous residue under exposure to tension from the pressure in the pyrolysis zone are defined.

Key words: thermal-protective composites; temperature fields; zone of decomposition of the binder, gas formation, filtration; stagnation pressure; mechanical tensions in gas formation zone

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в ракетно-космической технике широко используются в качестве теплозащитных композиционные материалы (КМ) благодаря своим уникальным свойствам, а именно низкой удельной плотности, высоким механическим характеристикам и значительному поглощению теплоты за счет физико-химических превращений. Именно последнему свойству обязаны КМ использованию их в качестве теплозащитных материалов, поскольку при высоких температурах тепловые потоки поглощаются за счет следующих физико-химических процессов: эндотермических реакций разложения (пиролиза) связующих КМ с образованием пиролизных газов и пористого остатка; фильтрации пиролизных газов через образованный пористый остаток под действием перепада давления между давлением в зоне пиролиза (давлением торможения, поскольку там скорость фильтрации равна нулю) и давлением газодинамического потока на наружной границе, причем фильтрация поглощает теплоту за счет конвекции; вдува пиролизных газов в высокотемпературный газодинамический пограничный слой, уменьшая поступающие в тело тепловые потоки.

Комплексное математическое моделирование теплогазодинамических процессов и физико-химических превращений, происходящих в теплозащитных КМ представляет одну из актуальных проблем при проектировании современных гиперзвуковых летательных аппаратов (ЛА), поскольку позволяет надежно определить важнейший проектный параметр – массу тепловой защиты.

Ранее теплоперенос на основе аналитического решения задачи типа Стефана с заранее известной скоростью движения границы фазовых превращений рассматривался в работе [1]. В работе [2] была аналитически решена задача типа Стефана с двумя нестационарно подвижными границами фазовых превращений, причем координаты и скорости движения этих границ заранее неизвестны, а определялись по балансовым соотношениям тепловых потоков на этих границах после определения температурных полей в трех фазовых областях.

Тепломассоперенос в КМ на основе существенно нелинейных задач рассматривался в работах [3-6], в которых физико-химические превращения в КМ моделировались на основе нового закона разложения связующих КМ и нового закона нелинейной фильтрации с использованием известных для большинства теплозащитных КМ температур и плотностей начала и окончания разложения связующих КМ в обход трудно формализуемой химической кинетики разложения связующих. В этих работах результаты могли быть получены только численно. В работе [7] разложение связующих моделировалось на основе химической кинетики для углерод-углеродного КМ. На другие КМ такое моделирование трудно распространить, поскольку они имеют совершенно другой химический

состав. Таким образом, необходимо новое физико-математическое моделирование тепломассопереноса, пригодное для большинства теплозащитных КМ.

В данной работе поставлена и аналитически решена задача тепломассопереноса в теплозащитных КМ при высоких температурах, когда на наружной границе задан изменяющийся во времени тепловой поток с учетом нестационарно подвижной зоны разложения связующих КМ, с определением плотности и давления торможения пиролизных газов в зоне разложения, стационарной фильтрации пиролизных газов и вдува их в высокотемпературный газодинамический пограничный слой. При этом моделирование осуществлено в условиях, когда координаты и скорость движения зоны пиролиза заранее не известны, а определяются из баланса тепловых потоков в зоне пиролиза по определенным ранее температурным полям в обеих фазах.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При формировании математической модели тепломассопереноса в композиционных материалах (КМ) в условиях высокотемпературного нагружения делаются следующие допущения:

- зона фазовых превращений (пиролиза), ограниченная температурами начала T_n и окончания T_k фазовых превращений, возникает сразу после приложения теплового потока $q_w(t)$ к наружной границе; при этом возникают три фазы – исходная, незатронутая фазовыми превращениями (фаза 1) и пористый кокосовый остаток (фаза 2), через который фильтруются пиролизные газы из зоны пиролиза, и узкая зона пиролиза с переменной плотностью КМ, разделяющая первые две области;
- массовая скорость образования газа в подвижной зоне фазовых превращений определяет массовую скорость стационарной фильтрации в пористом остатке;
- массовая скорость фильтрации в зоне разложения связующего КМ принимается равной нулю, поскольку эта скорость компенсируется противоположно направленной массовой скоростью движения самой области разложения;
- изменение плотности КМ в зоне разложения определяется в виде экспоненциального закона с параметрами, определяемыми по плотностям ρ_n и температурам T_n начала и ρ_k, T_k окончания фазовых превращений;
- скорость движения зоны разложения связующего КМ равна скорости движения границы, разделяющей фазы 1 и 2, которая определяется по балансу тепловых потоков на подвижной границе.

С учетом этих допущений комплексная физико-математическая модель представляется следующими соотношениями:

баланс тепловых потоков на наружной границе $x=0$ фазы 2 с учетом вдува пиролизных газов

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(0,t)}{\partial x} = q_w \cdot \exp\left[-(\rho v c_p)_\Gamma^2 t / 4a_2\right] - (\rho v c_p)_\Gamma T_2(0,t), \quad x=0, \quad t > 0; \quad (1)$$

уравнение теплопроводности в пористой фазе 2 с учетом фильтрации

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - \frac{(\rho v c_p)_\Gamma}{c_2 \rho_2} \frac{\partial T_2}{\partial x}, \quad 0 < x < x^*(t), \quad t > 0; \quad (2)$$

температура подвижной границы $x^*(t)$ фазовых превращений, разделяющей фазы 2 и 1

$$T_2(x^*(t)-0, t) = T_1(x^*(t)+0, t) = T^* = const, \quad x = x^*(t), \quad t > 0; \quad (3)$$

уравнение теплопроводности в незатронутой фазовыми превращениями фазы 1

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2}, \quad x^*(t) < x < \infty, \quad t > 0; \quad (4)$$

$$T_1(\infty, t) = T_0, \quad x \rightarrow \infty, \quad t > 0; \quad (5)$$

$$T_1(x, 0) = T_0, \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad t = 0; \quad (6)$$

на подвижной границе $x = x^*(t)$ фазовых превращений задается баланс тепловых потоков с учетом массовой скорости \dot{m}^* движения этой границы с эндотермическим эффектом Q^*

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} \Big|_{x=x^*(t)-0} + \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} \Big|_{x=x^*(t)+0} = \dot{m}^* Q^*, \quad x = x^*(t), \quad t > 0. \quad (7)$$

В соотношениях (4)-(6) символ ∞ означает конечное значение переменной x , для которой изменение температуры не превышает 5% от начальной температуры, то есть $T(\infty, t) \leq (1+0,05)T_0$. Здесь введены следующие обозначения: T – температура; $\rho_\Gamma, v_\Gamma, c_{p\Gamma}$ – соответственно плотность, линейная скорость фильтрации и теплоемкость при постоянном давлении пиролизных газов; $c_s, \rho_s, \lambda_s, a_s = \lambda_s / c_s \rho_s, s = 1, 2$ – соответственно теплоемкости, плотности, теплопроводности и температуропроводности фаз; q_w – тепловой поток, подводимый к границе $x = 0$ без учета фильтрации; \dot{m}^*, Q^* – соответственно массовая скорость движения области фазовых превращений $\dot{m}^* = d(\rho(x) \cdot x^*) / dt$ и тепловой эффект эндотермических реакций разложения связующих КМ; $\rho(x)$ – плотность КМ в зоне разложения связующих КМ, изменяющаяся от плотности $\rho_2 = \rho_k$ коксового остатка до плотности $\rho_1 = \rho_n$ незатронутого фазовыми превращениями материала, определяется по экспоненциальному закону. Индексы: w – граница $x = 0$; $*$ – граница или зона пиролиза; 1, 2 – первоначальная фаза и пористый коксовый остаток; Γ – пиролизный газ; n, k – соответственно начало и окончание физико-химических превращений в зоне пиролиза.

Зона пиролиза $x \in (x_k^*; x_n^*)$ может быть определена по температурным распределениям $T_2(x, t)$ и $T_1(x, t)$ и температурам начала T_n^* и окончания T_k^* фазовых превращений из трансцендентных соотношений

$$T_2(x_k^*(t), t) = T_k^*; \quad T_1(x_n^*(t), t) = T_n^*, \quad (8)$$

в которых температуры T_n^* и T_k^* известны для большинства теплозащитных КМ.

Необходимо аналитически определить следующие характеристики: температурные поля $T_2(x, t)$, $T_1(x, t)$ в фазах 2 и 1 и с их использованием – массовую скорость $\dot{m}^*(t) = d\dot{m}^* / dt$ движения границы $x = x^*(t)$ и ее координату $x^*(t)$, подвижную область $x \in (x_k^*, x_n^*)$ разложения связующего КМ с линейной

скоростью $\dot{x}^*(t)$, массовую скорость $(\rho v)_\Gamma$ образования пиролизных газов и ее использование при определении температурного поля $T_2(x, t)$, плотность $(\rho_0)_\Gamma$ и давление $(p_0)_\Gamma$ торможения газов в зоне пиролиза, распределение давления фильтрации газов $p_\Gamma(x)$ в пористой области 2 и механические напряжения в пористом остатке под действием давления торможения $(p_0)_\Gamma$.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Разделив граничное условие (1) на $c_2\rho_2$, введя обозначение $b = (\rho v c_p)_\Gamma / c_2\rho_2$ и сделав замену переменной $T(x, t)$ [8]

$$T(x, t) = u(x, t) \cdot \exp\left(\frac{bx}{2a_2} - \frac{b^2t}{4a_2}\right), \quad (9)$$

получим следующую задачу (величина $(\rho v c_p)_\Gamma / c_2\rho_2$ на границе $x^*(t)$ и в фазе 1 равна нулю)

$$a_2 \frac{\partial u_2(0, t)}{\partial x} - \frac{b}{2} u_2(0, t) + \frac{q_w}{c_2\rho_2} = 0, \quad x = 0, \quad t > 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \quad 0 < x < x^*(t), \quad t > 0; \quad (11)$$

$$u_2(x^*(t) - 0, t) = T^*, \quad x = x^*(t) - 0, \quad t > 0; \quad (12)$$

$$u_1(x^*(t) + 0, t) = T^*, \quad x = x^*(t) + 0, \quad t > 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad x^*(t) < x < \infty, \quad t > 0; \quad (14)$$

$$u_1(\infty, t) = T_0, \quad x \rightarrow \infty, \quad t > 0; \quad (15)$$

$$u_1(x, 0) = T_0, \quad 0 \leq x \leq \infty, \quad t = 0. \quad (16)$$

Условие (7) на границе фазовых превращений $x = x^*(t)$ сохраняется без изменения

$$-\lambda_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=x^*(t)-0} + \lambda_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=x^*(t)+0} = \dot{m}^* Q^*, \quad x = x^*(t), \quad t > 0. \quad (17)$$

Решением задачи (13)-(16) в исходной фазе 1 является функция [2]

$$u_1(x, t) = A_1 + B_1 \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1 t}}\right), \quad (18)$$

где

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-\xi^2} d\xi.$$

Постоянные интегрирования определяются подстановкой выражения (18) в краевые условия (13), (15), получаем ($b = 0$ в области 1)

$$u_1(x, t) = T_1(x, t) = T_0 + (T^* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1 t}}\right)}{\operatorname{erfc}\left(\frac{x^*(t)}{2\sqrt{a_1 t}}\right)}, \quad x \in (x^*(t), \infty), \quad t > 0. \quad (19)$$

Аналогично можно показать, что функция

$$u_2(x, t) = A_2 + B_2 \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{a_2 t}}\right) \quad (20)$$

удовлетворяет уравнению (11) в фазе 2 [2], где $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^z e^{-\xi^2} d\xi$.

Удовлетворяя выражение (20) крайевым условиям (10), (12), получим распределение функции $u_2(x, t)$ в области 2

$$u_2(x, t) = -\frac{q_w}{\vartheta \cdot c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right) + \left[T^* + \frac{q_w}{\vartheta c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x^*(t)}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right] \frac{1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right)}{1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\frac{x^*(t)}{2\sqrt{a_2 t}}\right)},$$

$$x \in (0, x^*(t)), \quad t > 0, \quad (21)$$

где

$$\vartheta = \frac{a_2}{\sqrt{a_2 \pi t}}.$$

Подставляя (21) в (9), находим распределение температур в фазе 2

$$T_2(x, t) = \left\{ \left[T^* + \frac{q_w}{\vartheta c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x^*(t)}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right] \frac{1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right)}{1 + \frac{b}{2\vartheta} \operatorname{erf}\left(\frac{x^*(t)}{2\sqrt{a_2 t}}\right)} - \frac{q_w}{\vartheta c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right\} \times$$

$$\times \exp\left(\frac{bx}{2a_2} - \frac{b^2 t}{4a_2}\right), \quad x \in (0, x^*(t)), \quad t > 0. \quad (22)$$

Поскольку аргументы функций ошибок $\operatorname{erfc}\left(\frac{x^*(t)}{2\sqrt{a_1 t}}\right)$, $\operatorname{erf}\left(\frac{x^*(t)}{2\sqrt{a_2 t}}\right)$ в решениях (19), (22) должны быть безразмерными, то уместно предположить, что $x^*(t)$ пропорциональна $\sqrt{a_1 t}$ [9]

$$x^*(t) = 2\chi\sqrt{a_1 t}, \quad (23)$$

где коэффициент пропорциональности χ определяется из условия (17) подстановкой в него функций (19), (21), в которых положено $x = x^*(t)$.

Подставляя (19) и (21) в (17), а в полученное выражение – функцию (23) вместо $x^*(t)$, приходим к следующему трансцендентному соотношению относительно χ

$$\chi = \frac{1}{\rho_1 Q^*} \left[\frac{\left(q_w - T^* (c_p \rho v)_{\Gamma} / 2 \right) \sqrt{\frac{a_2}{\pi a_1}} \cdot \exp\left(-\frac{a_1}{a_2} \chi^2 \right)}{\frac{v_{\Gamma} \cdot \bar{V}}{\sqrt{\pi}} + \frac{v_{\Gamma}}{2c} \operatorname{erf}\left(\chi \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \right)} - \frac{\lambda_1 (T^* - T_0) \exp(-\chi^2)}{\sqrt{\pi} (1 - \operatorname{erf}(\chi))} \right], \quad (24)$$

где

$$\bar{V} = \frac{1}{v_{\Gamma}} \sqrt{\frac{a_2}{t}} = \frac{v_T}{v_{\Gamma}}; \quad \bar{c} = \frac{c_2 \rho_2}{(c_p \rho)_{\Gamma}}.$$

В (24) величина $v_T = \sqrt{\frac{a_2}{t}}$ – скорость температурного фронта [10] в пористой области (ее можно принять как скорость движения фронта с температурой T^*), а отношение $\bar{V} = \frac{v_T}{v_{\Gamma}}$, характеризующее отношение скорости температурного фронта к скорости фильтрации пиролизных газов, является критерием уменьшения скорости прогрева от скорости фильтрации газов.

Уравнение (24) относительно коэффициента χ решается численно. Остается полученное значение χ подставить в распределения температур (19) и (22), а также в соотношение (23). Находим

$$T_2(x, t) = \left\{ \frac{T^* + \frac{q_w}{g c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\chi \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \right)}{1 + \frac{b}{2g} \operatorname{erf}\left(\chi \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \right)} \left[1 + \frac{b}{2g} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}} \right) \right] - \frac{q_w}{g c_2 \rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}} \right) \right\} \times \exp\left(\frac{bx}{2a_2} - \frac{b^2 t}{4a_2} \right), \quad b = (\rho v c_p)_{\Gamma} / c_2 \rho_2, \quad x \in [0; x^*(t)], \quad t > 0; \quad (25)$$

$$T_1(x, t) = T_0 + (T^* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}} \right)}{\operatorname{erfc}(\chi)}, \quad x \in [x^*(t); \infty], \quad t > 0. \quad (26)$$

Осталось определить зону разложения связующих КМ $x \in [x_k^*; x_n^*]$, массовую скорость образования пиролизных газов и их массовую скорость фильтрации $(\rho v)_{\Gamma}$, плотность и давление торможения в зоне фильтрации и распределение давления в пористой области 2. Эти характеристики определяются по температурам T_n^* и T_k^* , плотностям ρ_n , ρ_k начала и окончания разложения связующих КМ, а также по процентному содержанию связующих в КМ и коксовым числам.

Значение x_n^* определится из (26) по температуре T_n^*

$$T_1(x_n^*, t) = T_0 + (T^* - T_0) \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{x_n^*}{2\sqrt{a_2 t}}\right)}{\operatorname{erfc}(\chi)} = T_n^*, \quad (27)$$

а значение x_k^* – из выражения (25) по температуре T_e^*

$$T_2(x_k^*, t) = \left\{ \frac{T^* + \frac{q_w}{\mathcal{G}c_2\rho_2} \operatorname{erf}\left(\chi\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)}{1 + \frac{b}{2\mathcal{G}} \operatorname{erf}\left(\chi\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)} \left[1 + \frac{b}{2\mathcal{G}} \operatorname{erf}\left(\frac{x_k^*}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right] - \frac{q_w}{\mathcal{G}c_2\rho_2} \operatorname{erf}\left(\frac{x_k^*}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right\} \times \exp\left(\frac{bx_k^*}{2a_2} - \frac{b^2 t}{4a_2}\right) = T_k^*. \quad (28)$$

Разложение связующего КМ происходит в узкой области $x \in [x_k^*, x_n^*]$, причем начинается оно на границе $x = x_n^*$ при температуре T_n^* при плотности КМ ρ_n и полностью заканчивается на границе x_k^* при температуре T_k^* и плотности КМ ρ_k .

Поскольку разложение связующих КМ при высоких температурах описывается экспоненциальным законом от температуры (закон типа Аррениуса) [6], то плотность КМ в зоне пиролиза изменяется по экспоненциальному закону (рис.1), который можно аппроксимировать экспоненциальным законом вида

$$\rho(x) = A \exp[-B(x_n^* - x)]. \quad (29)$$

Подставляя в (29) $\rho(x_n^*) = \rho_n$ и $\rho(x_k^*) = \rho_k$, получим

$$\rho(x) = \rho_n \left(\frac{\rho_k}{\rho_n} \right)^{\frac{x_n^* - x}{x_n^* - x_k^*}} \quad (30)$$

Таким образом, плотность КМ в зоне разложения связующего $x \in [x_k^*; x_n^*]$ изменяется по закону (30). В области $x \in (0; x_k^*)$ считается, что связующее КМ полностью разложилось с остаточной плотностью пористого остатка ρ_k , а в области $x > x_n^*$ находится незатронутый разложением КМ с плотностью ρ_n .

Для определения плотности пиролизных газов в зоне разложения связующего необходимо среднеинтегральную плотность КМ в этой зоне, вычисленную с помощью выражения (30), умножить на процентное содержание k_ε связующего, учесть содержание кокса в связующем КМ, то есть умножить на величину $(1 - k_c)$, где k_c – коксовое число – процентное содержание кокса в связующем КМ, а также домножить на коэффициент газации Γ . Таким образом, плотность пиролизных газов (в зоне разложения связующего плотность торможения $(\rho_0)_\Gamma$) вычисляется следующим образом

$$(\rho_0)_\Gamma = \frac{k_\varepsilon (1 - k_c) \cdot \Gamma}{(x_n^* - x_k^*)} \int_{x_k^*}^{x_n^*} \rho_i \left(\frac{\rho_k}{\rho_i} \right)^{\frac{x_n^* - x}{x_n^* - x_k^*}} dx = \frac{\rho_i - \rho_k}{\ln(\rho_i / \rho_k)} \cdot k_\varepsilon (1 - k_c) \cdot \Gamma. \quad (31)$$

По этой плотности вычисляется давление торможения $(p_0)_\Gamma$ из уравнения состояния в зоне пиролиза

$$(p_0)_\Gamma = (\rho_0)_\Gamma R_\Gamma T^*, \quad (32)$$

характеризующее давление, под действием которого пиролизные газы фильтруются через пористый остаток. Здесь R_Γ – средневзвешенная газовая постоянная пиролизных газов.

Уравнение фильтрации газов в пористой среде можно получить из стационарного уравнения неразрывности в одномерной пористой среде

$$\frac{\partial(\rho v)_\Gamma}{\partial x} = 0, \quad x \in (0, x^*(t)), \quad t > 0, \quad (33)$$

закона фильтрации Дарси

$$v_\Gamma = -\frac{k}{\mu_\Gamma} \frac{\partial p_\Gamma}{\partial x} \quad (34)$$

и постоянства массовой скорости $(\rho v)_\Gamma$ фильтрации в соответствии с уравнением неразрывности (33). Она равна массовой скорости газообразования, вычисленной как произведение среднеинтегральной плотности $(\rho_0)_\Gamma$ из (31) на линейную скорость $\dot{x}^*(t)$ движения границы фазовых превращений, найденную из соотношений (19), (22)-(24)

$$(\rho v)_\Gamma = \left[\frac{\rho_i - \rho_k}{\ln(\rho_i / \rho_k)} k_\varepsilon (1 - k_c) \cdot \Gamma \right] \dot{x}^*(t) = (\rho_0)_\Gamma \cdot \dot{x}^*(t) = const. \quad (35)$$

В (34) k – коэффициент проницаемости пористой среды, μ_Γ – динамическая вязкость газа.

Таким образом, из соотношений (31)-(35) формируется следующая задача фильтрации в пористой области 2 относительно давления фильтрации $p(x)$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\mu_\Gamma R_\Gamma T_2(x)} \frac{\partial p_\Gamma}{\partial x} p_\Gamma(x) \right) = 0, \quad 0 < x < x^*, \quad t > 0; \quad (36)$$

$$p_\Gamma(0) = p_w, \quad x = 0, \quad t > 0; \quad (37)$$

$$(p_0)_\Gamma = p_\Gamma(x^*(t)) = (\rho_0)_\Gamma \cdot R_\Gamma \cdot T^*, \quad x = x^*(t). \quad (38)$$

Решением задачи (36)-(38) будет функция

$$\frac{p_\Gamma^2(x) - p_w^2}{(p_0)_\Gamma^2 - p_w^2} = \frac{\int_0^x T(\xi) d\xi}{\int_0^{x^*(t)} T(\xi) d\xi}, \quad 0 \leq x \leq x^*(t), \quad t > 0. \quad (39)$$

В пористом остатке (область 2) распределение температур $T_2(x, t)$ близко к линейному вдоль переменной x (и это показывают ниже приведенные расчеты)

$$\frac{T(x) - T^*}{T_w - T^*} = \frac{x^* - x}{x^*}, \quad 0 \leq x \leq x^*(t), \quad t > 0. \quad (40)$$

Подставляя (40) в (39), получим распределение давления фильтрации в пористой области 2:

$$\frac{p_{\Gamma}^2(x) - p_w^2}{(p_0)_{\Gamma}^2 - p_w^2} = \frac{2T_w \cdot x - (T_w - T^*)x^2 / x^*}{(T_w + T^*)x^*}, \quad 0 < x < x^*(t), \quad t > 0. \quad (41)$$

В (41) давление торможения определяется выражением (32). Массовая скорость фильтрации $(\rho v)_{\Gamma}$, определяемая выражением (35), используется в распределении температур $T_2(x, t)$ (25).

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ниже представлены некоторые результаты решения задач о тепловом состоянии теплозащитных композиционных материалов (КМ) в условиях высокотемпературного нагружения на наружной границе $x=0$, где приложен тепловой поток, изменяющейся во времени. По изложенному методу определяются нестационарные температурные поля с учетом фильтрации газов, генерируемых в нестационарно подвижной зоне разложения связующих КМ, массовая и линейная скорости движения зоны разложения связующих, в которой плотность изменяется по экспоненциальному закону, массовая скорость образования пиролизных газов, распределение давления фильтрации в пористом коксовом остатке и величина вдува этих газов в высокотемпературный газодинамический пограничный слой.

Для расчетов принимались следующие входные характеристики: $\lambda_2 = 1.2, 2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $\lambda_1 = 1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, $c_1 = 1500 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $c_2 = 1000 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$; $\rho_1 = 1500 \text{ кг}/\text{м}^3$; $q_w = 150 \cdot 10^3 \text{ Вт}/\text{м}^2$; $Q^* = 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$; $T_0 = 300 \text{ К}$, $T^* = 800 \text{ К}$; $T_i^* = 700 \text{ К}$; $T_k^* = 900 \text{ К}$.

На рис.1 представлены распределения температур в обеих фазах в зависимости от времени и значений теплопроводности λ_2 в пористом остатке КМ (область 2). На рисунке четко выделяются границы $x = x^*(t)$ при температуре фазовых превращений T^* , на которой наблюдаются разрывы тепловых потоков на величину теплоты $\dot{m}^* Q^*$ фазовых превращений. Скорости и координаты движения границы фазовых превращений переносятся на узкую зону разложения связующих КМ $x \in [x_k^*, x_i^*]$, которая определяется интерполяцией температурного распределения по температурам начала T_i^* и окончания T_k^* разложения связующих, известных для большинства теплозащитных КМ.

На рис. 2 представлены результаты расчетов давления фильтрации $p_{\Gamma}(x)$ пиролизных газов в пористом остатке при параметрическом изменении времени в случае $\lambda_1 = 1 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ и $\lambda_2 = 2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. При $x=0$ давление равно давлению окружающей среды $p = 10^5 \text{ Па}$, а при $x = x^*(t)$ давление пиролизных газов равно давлению торможения $(p_0)_{\Gamma}$, определяемое по формулам (31), (32). Результаты демонстрируют резкое падение давления фильтрации в окрестности наружной границы.

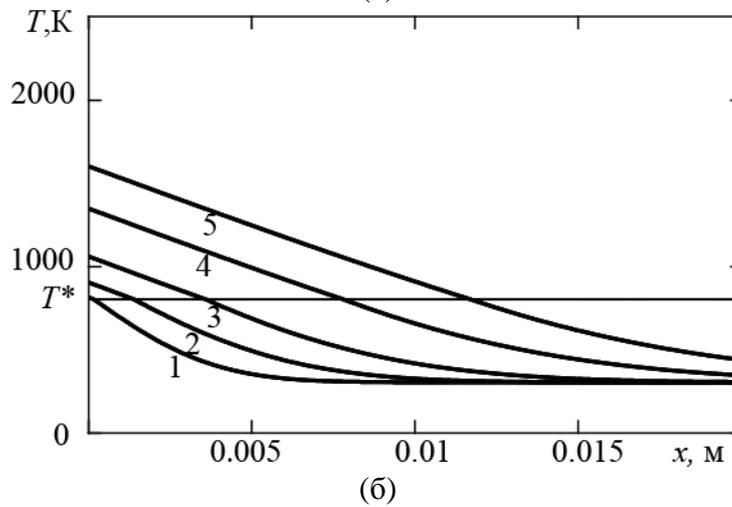
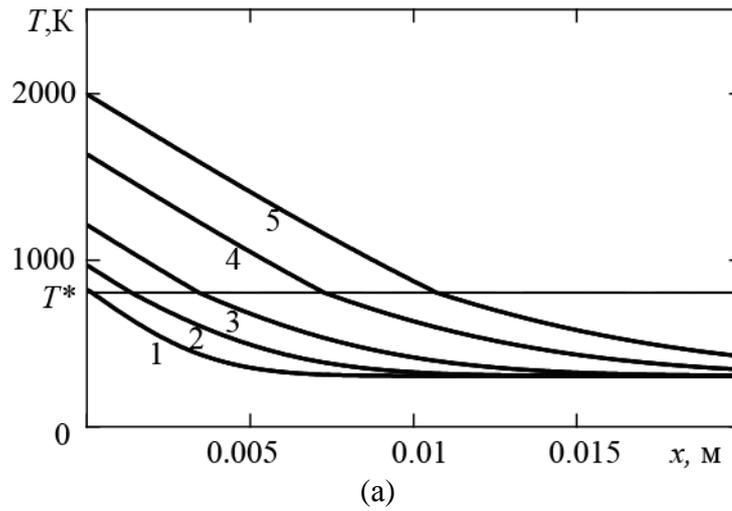


Рис.1. Изменение температуры $T(x, t)$ в обеих фазах при температуре фазовых превращений $T^* = 800\text{K}$ для $\lambda_2 = 1,2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ (а) и $\lambda_2 = 2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ (б): 1– $t = 10\text{с}$; 2– 25с ; 3– 50с ; 4– 100с ; 5– 150с .

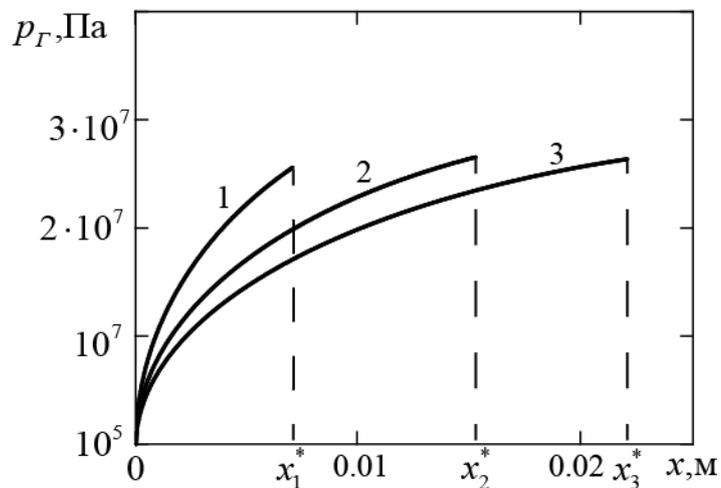


Рис.2. Изменение давления фильтрации пиролизных газов $p_f(x, t)$ в пористом остатке при $\lambda_2 = 2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$: 1– $t = 100\text{с}$; 2– 200с ; 3– 300с .

С использованием формулы (41) для давления фильтрации $p_f(x)$ и закона Дарси (34) определены и представлены на рис.3 зависимости от пространственной переменной и времени скорости фильтрации пиролизных газов v_f в пористом остатке. Наблюдается резкое увеличение скорости фильтрации в окрестности наружной границы из-за резкого падения давления фильтрации. Скорость фильтрации на наружной границе – это скорость вдува газа в газодинамический пограничный слой.

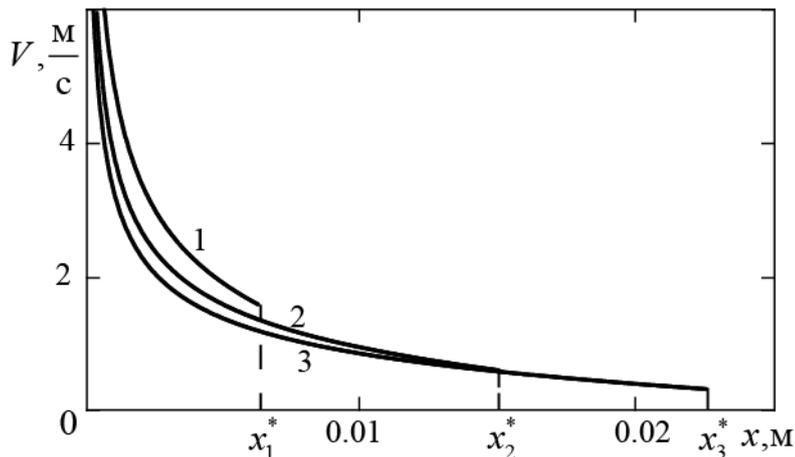


Рис.3. Зависимость скорости фильтрации пиролизных газов в пористом остатке при $\lambda_2 = 2 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$: 1 – $t = 100 \text{ с}$; 2 – 200 с ; 3 – 300 с .

При решении задач тепломассопереноса в теплозащитных КМ остро встает вопрос о соотношении давления торможения в зоне пиролиза и предела прочности пористого остатка. Для одного из углеродных композитов УКМ предел прочности σ_b вдоль углеродных волокон при 300 К составляет $(\sigma_b)_|| = 1800 \cdot 10^6 \text{ Па}$, а поперек $(\sigma_b)_\perp = 10 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Из рис.2 видно, что значение давления торможения значительно превышает предел прочности $(\sigma_b)_\perp$, что может привести к разрыву пористого остатка КМ и гибели изделия. Такая ситуация может усугубиться высокой температурой в зоне пиролиза равной $700\text{--}900 \text{ К}$.

ВЫВОДЫ

1. Разработан метод аналитического решения задачи о тепловом состоянии теплозащитных композиционных материалов (КМ) в условиях высокотемпературного нагружения с учетом возникновения и нестационарного движения зоны разложения связующих КМ, генерации и фильтрации пиролизных газов без использования трудно формализуемой химической кинетики разложения связующих КМ.
2. Выведено трансцендентное соотношение для определения скорости и координат нестационарного движения границы фазовых превращений с образованием двух фаз – фазы пористого остатка и фазы, незатронутой разложением связующего КМ.
3. Полученные результаты показывают существенную зависимость теплового состояния теплозащитных КМ от изменения теплопроводности пористого

остатка, а также возможное разрушение пористого остатка при превышении давления торможения пиролизных газов над пределом прочности.

4. Разработанный метод можно эффективно использовать при проектировании тепловой защиты из композиционных материалов для гиперзвуковых летательных аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карташов Э.М.* Аналитические методы решения краевых задач нестационарной теплопроводности в областях с движущимися границами // Изв. РАН. Энергетика. – 1999. – №5. – С.3-34.
2. *Формалев В.Ф., Рабинский Л.Н.* О задаче типа Стефана с двумя нестационарно подвижными границами фазовых превращений // Изв. РАН. Энергетика. – 2014. – №4. – С.74-81.
3. *Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л.* Моделирование тепломассопереноса в анизотропных композиционных материалах // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2007. – Т.13. – №2. – С.219-232.
4. *Формалев В.Ф., Федотенков Г.В., Кузнецова Е.Л.* Теплоперенос в условиях фазовых переходов в телах с анизотропией свойств // Теплофизика высоких температур. – 2006. – Т.44. – №5. – С.756-703.
5. *Формалев В.Ф., Федотенков Г.В., Кузнецова Е.Л.* Общий подход к моделированию теплового состояния композиционных материалов при высокотемпературном нагружении // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2006. – Т.12. – №1. – С.141-156.
6. *Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л.* Тепломассоперенос в анизотропных телах при аэрогазодинамическом нагреве. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. – 308 с.
7. *Кузнецов Г.В., Рудзинский В.П.* Высокотемпературный тепломассоперенос в слое кокса теплозащитных материалов // Теплофизика высоких температур. – 2000. – Т.38. – №4. – С.654-659.
8. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 736 с.
9. *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964. – 488 с.
10. *Лыков А.В.* Тепломассообмен. Справочник. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.

Поступила в редакцию 28 мая 2015 года.

Сведения об авторах:

Формалев Владимир Федорович – д.ф.-м.н., проф., Кафедра «Вычислительная математика и программирование», Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: formalev38@mail.ru

Колесник Сергей Александрович – к.ф.-м.н., доц., Кафедра «Вычислительная математика и программирование», Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: sergey@oviont.com

Пегачкова Елена Александровна – к.ф.-м.н., доц., Кафедра «Вычислительная математика и программирование», Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: pegachkova@mail.ru