

УДК 539.3:534.1

АЭРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОВОДОВ ВОЗДУШНЫХ ЛЭП: ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ, НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ¹

Данилин А.Н., Шклярчук Ф.Н.

ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

РЕЗЮМЕ

Рассматривается нелинейная задача о пространственных аэроупругих колебаниях провода с обледенением в пролёте воздушной линии электропередачи (ВЛ) [1-5]. Считается, что колебания провода происходят относительно некоторого начального прогиба (провисания), вызванного действием гравитации и ветрового потока.

Сила натяжения провода определяется квадратичной зависимостью от поперечных перемещений и считается постоянной по длине пролёта.

Поперечные перемещения и угол закручивания сечений провода представляются в виде рядов по синусам, зависящих от целого параметра, определяющего число полуволн в пролёте. В качестве обобщенных перемещений принимаются коэффициенты тригонометрических разложений.

Получены общие уравнения движения провода в обобщенных координат с учётом нелинейностей упругих, инерционных и аэродинамических сил. Получены также линеаризованные уравнения малых аэроупругих колебаний относительно статического положения равновесия. Последние уравнения позволяют определить критическую скорость ветра, вызывающего флаттер провода с обледенением.

Ключевые слова: провод воздушной линии электропередачи; гололёд; нелинейные колебания; галоупирование; метод Ритца; линеаризованные уравнения; флаттер

AEROELASTIC VIBRATIONS OF OVERHEAD TRANSMISSION LINE CONDUCTORS: PROBLEM FORMULATION, THE NONLINEAR EQUATIONS OF MOTION

Danilin A.N., Shklyarchuk F.N.

Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

SUMMARY

Nonlinear problem of spatial aeroelastic vibrations of iced conductor is considered [1-5]. It is assumed that the vibrations occur relative to the initial deflection caused by gravity and wind flow.

The conductor tensile strain is determined by quadratic approximation in dependence on its transverse displacements and is considered constant as well.

Transverse displacement and angle of torsion are presented in the form of the trigonometric sine expansions. The expansions coefficients with integer number of loops per span are considered as generalized coordinates.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда: код проекта № 14-19-01653.

General equations of the conductor motion and the linearized equations for small aeroelastic vibrations around the static equilibrium position are obtained in the generalized coordinates with nonlinear elastic, inertial and aerodynamic forces. The linearized equations allow determining the critical speed of the conductor flutter.

Key words: conductor of overhead transmission line; ice accretion; nonlinear oscillations; galloping; Ritz method; linearized equations; flutter

ВВЕДЕНИЕ

Колебания проводов разделяют на три условные группы. Одну из них образуют эоловы вибрации, которые возбуждаются в натянутых проводах ветровым потоком [6-9].

Эоловы вибрации обычно наблюдаются при относительно слабом ветре и отсутствии на проводах обледенения (гололёда) с образованием стоячих волн, главным образом в окрестности вертикальной плоскости с частотами примерно от 5 до 100 Гц. Скорость ветра при возникновении вибрации может колебаться от 0,5-0,8 до 3-8 м/с. Колебания возбуждаются из-за срыва воздушного потока за проводом в виде вихревых дорожек [10].

Другим видом колебаний являются колебания проводов расщеплённых фаз, вызываемые действием аэродинамического следа. Такие колебания часто называются субколебаниями. Математическое описание аэродинамики фазных проводов сложнее и даётся с разной степенью приближения в многочисленных работах, например, [11-15].

Третью группу представляют низкочастотные колебания с большой амплитудой и большой длиной волны. Такое явление называется пляской проводов (галопированием), которая возникает при сочетании устойчивого ветра с обледенением (гололёдо-изморозевым отложением или гололёдом) при скоростях ветра 5-20 м/с и направлении чаще под углом 30-70° к оси линии [1-5 и др.]. Гололёд обычно откладывается с наветренной стороны провода. Если гололёдное отложение имеет несимметричную форму относительно оси провода, то поворот провода приводит к изменению воздействующей на него подъемной силы, а это может стать причиной флаттерных колебаний провода в вертикальной плоскости.

Исследованию пляски посвящены многочисленные работы. В 1932 г. Ден-Хартогом было выполнено исследование колебаний профиля в форме полукруга с одной степенью свободы [16]. В результате им было получено необходимое условие возникновения галопирования, зависящее только от аэродинамических характеристик профиля. Впоследствии было показано, что это условие является достаточным для колебаний поперёк потока при отсутствии внутреннего демпфирования [3]. В дальнейшем были разработаны различными авторами другие модели, в том числе на основе метода конечных элементов и с использованием лицензированных вычислительных комплексов.

В настоящей работе предлагается новый подход, основанный на представлениях искомым переменных в виде тригонометрических рядов, коэффициенты которых образуют группу обобщенных координат задачи [17]. В последующих публикациях будет дано развитие этого подхода для решения нелинейных задач о колебаниях фазных проводов ЛЭП с распорками и устройствами демпфирования колебаний.

1. ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассматривается провод в пролёте ВЛ, подвешенный по концам к опорам в узлах 0, 1, как это показано на рис.1.

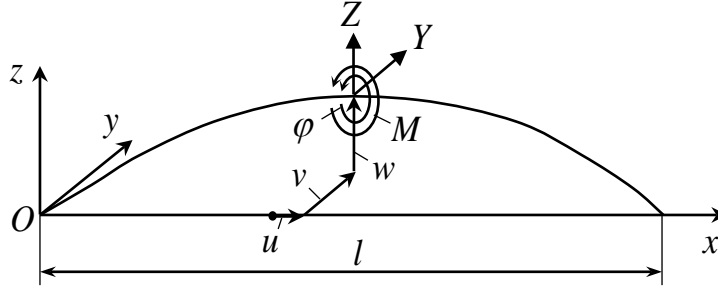


Рис.1. Провод в пролёте ВЛ.

Пусть l_0 – длина провода в пролёте при нормальной температуре, а l – длина пролёта (расстояние между узлами креплений изоляторов к опорам). Тогда начальное удлинение провода без учёта упругой деформации равно

$$\Delta_0 = l_0(1 + \alpha T) - l, \tag{1}$$

где T – приращение температуры относительно её нормального значения, α – коэффициент линейного расширения. Это удлинение реализуется в свободном провисании провода под действием сил гравитации в плоскости Oxz .

Поперечный ветровой поток, воздействующий на провод вдоль оси Oy со скоростью $V_0(x, t)$, вызывает отклонение и вибрацию провода с относительно его статического положения. Обозначим перемещения провода вдоль осей Ox , Oy и Oz через $u(x, t)$, $v(x, t)$, $w(x, t)$ соответственно, а угол закручивания провода – через $\varphi(x, t)$. На рис. 1 показаны положительные направления этих величин. Здесь же показаны действующие на провод компоненты аэродинамической силы Y , Z , направленные вдоль Oy и Oz соответственно, и аэродинамический момент M .

Пусть ε – полное относительное удлинение провода, а N – сила его натяжения, Тогда по закону Гука при $\varepsilon > \Delta_0/l$ с учётом (1) имеем

$$N = EFU/l, \quad U = \varepsilon l - \Delta_0, \tag{2}$$

где EF – жесткость провода на растяжение.

Крутящий момент в произвольном сечении провода $M_t = GJ\varphi'$, где GJ – жесткость провода на кручение.

Жесткости EF и GJ считаются в пределах пролёта величинами постоянными.

Продольную деформацию будем определять в виде квадратичной зависимости от поперечных перемещений в виде

$$\varepsilon = u' + 0.5(v'^2 + w'^2), \tag{3}$$

где штрих обозначает производную соответствующей величины по x .

Пренебрегая продольными инерционными силами, получаем, что сила натяжения по длине провода постоянна, т.е. $N(x, t) \approx N(t)$. Поэтому из закона Гука следует, что деформация по длине провода также постоянна, т.е. $\varepsilon(x, t) \approx \varepsilon(t)$.

В этом случае, интегрирование (3) по x даёт

$$\varepsilon = \frac{1}{2l} \int_0^l (v'^2 + w'^2) dx, \quad (4)$$

Из (3) и (4) следует выражение для продольного перемещения в виде

$$u = \frac{1}{2} \left[\frac{x}{l} \int_0^l (v'^2 + w'^2) dx - \int_0^x (v'^2 + w'^2) dx \right], \quad (5)$$

Если считать, что углы наклона оси провода относительно координатных осей малы, то $|v'| \ll 1$, $|w'| \ll 1$. Поэтому, как видно из (5), $u \approx 0$.

В соответствии с методом Ритца, поперечные перемещения точек осевой линии провода и угол его закручивания будем представлять в виде конечных рядов по синусам в виде:

$$v = \sum_{k=1}^n q_k \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad w = \sum_{k=1}^n r_k \sin \frac{k\pi x}{l}, \quad \varphi = \sum_{k=1}^n p_k \sin \frac{k\pi x}{l}. \quad (6)$$

Коэффициенты разложений $q_k = q_k(t)$, $r_k = r_k(t)$, $p_k = p_k(t)$ ($k = 1, \dots, n$) принимаются в качестве обобщенных координат, подлежащих определению.

2. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ И КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ПРОВОДА

Потенциальная энергия провода при его растяжении и кручении

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^l (EF \varepsilon^2 + GF \varphi'^2) dx. \quad (7)$$

Подстановка (4), (6) в (7) и интегрирование по x приводит к выражению

$$\Pi = \frac{1}{2l} \left(EF U^2 + GF \frac{\pi^2}{2} \sum_k k^2 p_k^2 \right), \quad (8)$$

где

$$U = \frac{\pi^2}{4l} \sum_k k^2 (q_k^2 + r_k^2) - \Delta_0. \quad (9)$$

Кинетическая энергия провода с постоянным по длине гололёдом определяется общим выражением

$$T = \frac{\mu}{2} \int_0^l [\dot{v}^2 + \dot{w}^2 + \rho_0^2 \dot{\varphi}^2 + 2\dot{\varphi}(\zeta_T \dot{w} - \eta_T \dot{v})] dx, \quad (10)$$

где μ – погонная масса провода с гололёдом; ζ_T, η_T – координаты центра тяжести сечения провода с гололёдом в локальной координатной системе $\tilde{O}\eta\zeta$, жестко связанной с сечением (см. рис.2); $\rho_0 = \sqrt{J_0/\mu}$ – радиус инерции сечения провода с гололёдом, J_0 – погонный массовый момент инерции относительно оси жесткости провода.

После подстановки (6) в (10) и интегрирования по x , получаем

$$T = \frac{1}{2} \sum_k \dot{q}_k^2 + \frac{1}{2} \sum_k \dot{r}_k^2 + \frac{\rho_0^2}{2} \sum_k \dot{p}_k^2 + \eta_T \sum_k \dot{p}_k \dot{r}_k - \zeta_T \sum_k \dot{p}_k \dot{q}_k. \quad (11)$$

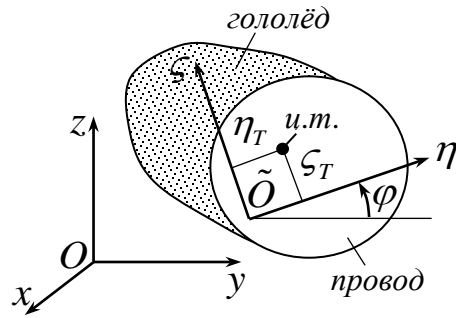


Рис.2. Сечение провода с гололёдом.

3. ВИРТУАЛЬНАЯ РАБОТА РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ПО ДЛИНЕ ПРОВОДА НАГРУЗОК

Вертикальное перемещение центра тяжести (*u.m.*) сечения провода с гололёдом $w + \eta_T \sin \varphi + \zeta_T \cos \varphi$. Вариация этого перемещения равна $\delta w + (\eta_T \cos \varphi - \zeta_T \sin \varphi) \delta \varphi$. При малых углах кручения имеем $\delta w + (\eta_T - \zeta_T \varphi) \delta \varphi$. С учётом этого допущения вариация гравитационной нагрузки

$$\delta A_g = -\mu g \int_0^l [\delta w + (\eta_T - \zeta_T \varphi) \delta \varphi] dx. \quad (12)$$

Виртуальная работа аэродинамических сил Y, Z и момента M

$$\delta A_a = \int_0^l (Y \delta v + Z \delta w + M \delta \varphi) dx. \quad (13)$$

Объединяя (12), (13), получаем суммарную виртуальную работу

$$\delta A = \int_0^l \{Y \delta v + (Z - \mu g) \delta w + [M + \mu g (\eta_0 - \zeta_0 \varphi)] \delta \varphi\} dx. \quad (14)$$

На рис.3 показаны аэродинамические нагрузки, действующие на колеблющийся провод с гололёдом.

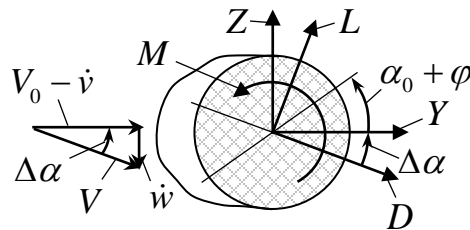


Рис.3. Составляющие угла атаки и аэродинамические силы, действующие на провод с гололёдом.

Подъёмная сила L , сила сопротивления D и момент M , действующие на единицу длины провода в процессе колебаний под воздействием ветра, в соответствии с квазистационарной теорией записываются в форме

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 d C_L(\alpha), \quad D = \frac{1}{2} \rho V^2 d C_D(\alpha), \quad M = \frac{1}{2} \rho V^2 d^2 C_M(\alpha). \quad (15)$$

Здесь $\alpha = \alpha_0 + \varphi + \Delta\alpha$ – угол атаки сечения провода, где α_0 определяется из условий равновесия начального (статического) состояния; угловое приращение, обусловленное движением провода, $\Delta\alpha = \arctan[\dot{w}/(V_0 - \dot{v})]$; $V^2 = (V_0 - \dot{v})^2 + \dot{w}^2$; C_L, C_D, C_M – аэродинамические коэффициенты сечения провода с гололёдом, d – диаметр провода, ρ – плотность воздушного потока.

Считая углы φ и $\Delta\alpha$ малыми величинами, запишем линеаризованные выражения аэродинамических величин

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &\approx \dot{w}/V_0, \quad V^2 \approx V_0^2 - 2V_0\dot{v}; \quad Z \approx L - D\Delta\alpha, \quad Y \approx D + L\Delta\alpha, \\ C_L(\alpha) &= C_L(\alpha_0) + C_L^\alpha(\alpha_0)(\varphi + \Delta\alpha), \quad C_D(\alpha) = C_D(\alpha_0) + C_D^\alpha(\alpha_0)(\varphi + \Delta\alpha), \\ C_M(\alpha) &= C_M(\alpha_0) + C_M^\alpha(\alpha_0)(\varphi + \Delta\alpha),\end{aligned}\tag{16}$$

где α_0 – угол атаки неподвижного провода с гололёдом при обтекании его поперечным потоком со скоростью V_0 . Зависимости аэродинамических коэффициентов C_L, C_D и C_M от α_0 получают из экспериментов.

С учётом (16) из (15) следует

$$\begin{aligned}Z &= 1/2 \cdot \rho V_0^2 d \left[C_L + C_L^\alpha \varphi - 2C_L(\dot{v}/V_0) + (C_L^\alpha - C_D)(\dot{w}/V_0) \right], \\ Y &= 1/2 \cdot \rho V_0^2 d \left[C_D + C_D^\alpha \varphi - 2C_D(\dot{v}/V_0) + (C_L + C_D^\alpha)(\dot{w}/V_0) \right], \\ M &= 1/2 \cdot \rho V_0^2 d^2 \left(C_M + C_M^\alpha \varphi - 2C_M(\dot{v}/V_0) + C_M^\alpha(\dot{w}/V_0) \right).\end{aligned}\tag{17}$$

Тогда, вариация работы распределённых нагрузок записывается в виде

$$\delta A = \sum_k (P_k \delta p_k + Q_k \delta q_k + R_k \delta r_k),\tag{18}$$

где обобщенные силы

$$\begin{aligned}P_k &= \frac{\rho V_0^2}{4} \cdot ld^2 \left(C_M \beta_k + C_M^\alpha \frac{p_k}{2} - \frac{C_M}{V_0} \dot{q}_k + \frac{C_M^\alpha}{2V_0} \dot{r}_k \right) - \mu gl \left(\eta_T \beta_k - \zeta_T \frac{p_k}{2} \right), \\ Q_k &= \frac{\rho V_0^2}{2} \cdot ld \left[C_D \beta_k + C_D^\alpha \frac{p_k}{2} - \frac{C_L}{V_0} \dot{q}_k + (C_D^\alpha + C_L) \frac{\dot{r}_k}{2V_0} \right], \\ R_k &= \frac{\rho V_0^2}{2} \cdot ld \left[C_L \beta_k + C_L^\alpha \frac{p_k}{2} - \frac{C_L}{V_0} \dot{q}_k + (C_L^\alpha - C_D) \frac{\dot{r}_k}{2V_0} \right] - \mu gl \beta_k; \\ \beta_k &= \frac{1}{\pi k} [1 - (-1)^k].\end{aligned}\tag{19}$$

4. НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

Запишем уравнения аэроупругих колебаний провода с гололёдом в виде уравнений Лагранжа второго рода в обобщённых координатах

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_k} = F_k \quad (k = 1, \dots, n),\tag{20}$$

где Π, T – потенциальная и кинетическая энергии, F_k – обобщённые силы.

Используя (8), (11) для Π, T , и (19) для F_k , из (20) получим

$$\begin{aligned}
\mu l \left[\rho_0^2 \ddot{p}_k + \frac{1}{2} (\eta_T \ddot{r}_k - \zeta_0 \ddot{q}_k) \right] &= -\frac{lGJ}{2} \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 p_k + P_k, \\
\frac{\mu l}{2} (\ddot{q}_k - \zeta_T \ddot{p}_k) &= -\frac{Nl}{2} \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 q_k + Q_k, \\
\frac{\mu l}{2} (\ddot{r}_k + \eta_T \ddot{p}_k) &= -\frac{Nl}{2} \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 r_k + R_k,
\end{aligned} \tag{21}$$

где N даётся формулами (2).

Нелинейные уравнения (21) интегрируются численно при заданных начальных условиях. При этом, если в некоторые промежутки времени оказывается, что $U < 0$ (9), то необходимо положить $U = 0$.

Для оценки критической скорости флаттера провода с гололёдом используются линеаризованные уравнения.

Предположим, что мы имеем решение задачи о статическом равновесии провода в поле гравитационных и ветровых нагрузок. Решение, соответствующее такому состоянию, будем помечать верхним индексом «0». Для обозначения малых возмущений этого состояния, вызванных колебательным процессом, будем использовать индекс «1». Тогда

$$\begin{aligned}
\varphi &= \varphi^0 + \varphi^1, \quad v = v^0 + v^1, \quad w = w^0 + w^1; \\
p_k &= p_k^0 + p_k^1, \quad q_k = q_k^0 + q_k^1, \quad r_k = r_k^0 + r_k^1 \quad (k = 1, 2, \dots, n).
\end{aligned} \tag{22}$$

Линеаризованные уравнения для определения p_k^1 , q_k^1 , r_k^1 записываются в виде

$$\begin{aligned}
\mu l \left[\rho_0^2 \ddot{p}_k + \frac{1}{2} (\eta_T \ddot{r}_k - \zeta_0 \ddot{q}_k) \right] &= -\frac{(\pi k)^2}{2l} GJ p_k^1 + P_k^1, \\
\frac{\mu l}{2} (\ddot{q}_k - \zeta_T \ddot{p}_k) &= -\frac{(\pi k)^2}{2l} (N^0 q_k^1 + q_k^0 N^1) + Q_k^1, \\
\frac{\mu l}{2} (\ddot{r}_k + \eta_T \ddot{p}_k) &= -\frac{(\pi k)^2}{2l} (N^0 r_k^1 + r_k^0 N^1) + R_k^1,
\end{aligned} \tag{23}$$

Здесь

$$N^0 = \frac{EF}{l} \left[\frac{\pi^2}{4l} \sum_k k^2 (q_k^{02} + r_k^{02}) - \Delta_0 \right], \quad N^1 = \frac{EF}{2l^2} \pi^2 \sum_k k^2 (q_k^0 q_k^1 + r_k^0 r_k^1);$$

а выражения для P_k^1 , Q_k^1 и R_k^1 следуют из (19)

$$\begin{aligned}
P_k^1 &= \frac{\rho V_0^2}{4} \cdot ld^2 \left(C_M^\alpha \frac{p_k^1}{2} - \frac{C_M}{V_0} \dot{q}_k^1 + \frac{C_M^\alpha}{2V_0} \dot{r}_k^1 \right) + \mu gl \zeta_T \frac{p_k^1}{2}, \\
Q_k^1 &= \frac{\rho V_0^2}{2} \cdot ld \left[C_D^\alpha \frac{p_k^1}{2} - \frac{C_L}{V_0} \dot{q}_k^1 + (C_D^\alpha + C_L) \frac{\dot{r}_k^1}{2V_0} \right], \\
R_k^1 &= \frac{\rho V_0^2}{2} \cdot ld \left[C_L^\alpha \frac{p_k^1}{2} - \frac{C_L}{V_0} \dot{q}_k^1 + (C_L^\alpha - C_D) \frac{\dot{r}_k^1}{2V_0} \right].
\end{aligned}$$

5. ЗАДАЧА О ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Полученные дифференциальные уравнения колебаний (23) сводятся к системе однородных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и записываются в матричном виде

$$A\dot{\mathbf{r}} + C\mathbf{r} = 0,$$

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} M & O \\ O & E \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} D & K+B \\ -E & O \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{q}^T = [p_1^1 \ q_1^1 \ r_1^1 \ p_2^1 \ q_2^1 \ r_2^1 \ \dots]$ – вектор искоемых обобщенных координат возмущенного состояния; M, K – симметричные матрицы инерции и жесткости; D, B – матрицы аэродинамического демпфирования и аэродинамической жесткости.

Полагая $\mathbf{r} = \mathbf{R}e^{\lambda t}$, приходим к системе однородных алгебраических уравнений $(\lambda A + C)\mathbf{R} = 0$. Из условия равенства нулю определителя этой системы определяются комплексные собственные значения задачи $\lambda_v = \alpha_v \pm i\omega_v$ ($v=1,2,\dots$) для заданного значения скорости ветрового потока V_0 . Увеличивая V_0 от некоторого начального состояния, строятся зависимости $\alpha_v = \alpha_v(V_0)$. Критическая скорость флаттера определяется из условия $\alpha_v = 0$ при смене знака одной из этих функций с отрицательного на положительный.

6. ПРИМЕР

Рассматривается сталеалюминиевый провод АС 550/71 с характеристиками: $d = 32.4 \text{ мм}$, $EF = 4.81 \cdot 10^7 \text{ Н}$, $GJ = 400 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$, $\alpha = 19.8 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $\mu = 2.076 \text{ кг/м}$, $l = 200 \text{ м}$, $l_0 = 202 \text{ м}$. Температура внешней среды -2°C . Аэродинамические коэффициенты для поперечного сечения провода с гололёдом ($\eta_T = -6 \text{ мм}$, $\zeta_T = 0$) взяты из [5].

В результате вычислений определена критическая скорость флаттера $V_0^* = 8.25 \text{ м/с}$ с частотой колебаний $\omega_0^* = 2.1 \text{ с}^{-1}$. Предварительно были решена задача о статическом состоянии провода и определены начальные параметры: натяжение $N = 10000 \text{ Н}$, угол закручивания $\varphi = 0.6 \text{ рад.}$, максимальные горизонтальные и вертикальные перемещения провода $v = 2.4 \text{ м}$, $w = 12 \text{ м}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены общие уравнения колебаний провода с гололёдом в обобщенных координатах с нелинейностями упругих, инерционных и аэродинамических сил.

Следуя методу Ритца, поперечные перемещения и угол закручивания провода представляются в виде тригонометрических рядов, коэффициенты которых принимаются в качестве обобщенных координат задачи. Это позволяет исследовать влияние различных гармоник на динамическое поведение провода в целом.

Предлагаемый подход позволяет определять критическую скорость и частоту флаттера и моделировать закритическое поведение провода

(галоппирование). Подход допускает различные упрощения (линеаризация, квадратичные приближения) и легко обобщается на случай нескольких проводов, подвешенных на опорах многопролётных ВЛ с помощью гирлянд изоляторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Keutgen R.* Galloping phenomena. A finite element approach / Ph.D. Thesis. Collection des publications de la Faculté des Sciences. – Liège: Appliées de l'Université de Liège. – 1999. – N191. – 202 p.
2. *Rawlins C.B.* Numerical studies of the galloping stability of single conductors. Technical paper N30. – Spartanburg: Alcoa Conductor Products Company. Spartanburg, Sc. – June, 1993.
3. *Ванько В.И.* Математическая модель пляски провода ЛЭП // Изв. вузов. Энергетика. – 1991. – №11. – С.36-42.
4. Колебания проводов воздушных линий под воздействием ветра / Учебно-справочное пособие. Часть 1. Усталостная прочность. Вибрация. – М.: Изд-во ЗАО «Электросетьстройпроект», 2005. – 185 с.
5. State of the art of conductor galloping. Cigre Technical Brochure 322. Task force B2.11.06. Convenor Lilien, Jean-Louis. – June, 2007. – 140 p.
6. *Шкапцов В.А.* Методические указания по типовой защите от вибрации и субколебаний проводов и грозозащитных тросов воздушных линий электропередачи напряжением 35-750 кВ. – М.: СПО «ОРГРЕС», 1991. – 68 с.
7. *Яковлев Л.В.* Вибрация на воздушных линиях электропередачи и методы защиты проводов и грозозащитных тросов. – М.: НТФ "Энергопрогресс", 2000. – 76 с.
8. *Bishop R.E.D., Hassan A.Y.* The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid / Proc. of the Royal Society of London. – Ser.A. – 1964. – Vol.277. – P.51-75.
9. *Фельдштейн В.А., Рыжов С.В., Афанасьева О.Е., Фельдштейн И.В.* Расчётное определение рациональной по условиям вибрации геометрии поддерживающего зажима спирального типа // Электрические станции. – 1998. – №1. – С.12-17.
10. *Ван-Дайк М.* Альбом течений жидкости и газа. – М.: Мир, 1986. – 181 с.
11. *Lilien J.L., Snegovski D.* Hurricane simulation on power transmission line / Vth Cable Dynamics Symp., Proceedings. – Italia. Santa Margherita, 2003. – P.313-318.
12. *Lilien J.L., Snegovski D.* Wake-Induced Vibration of Power Transmission Line: Parametric Study / 8th Conf. on Flow-Induced Vibration. Proceedings. – France. Paris, 2004. – P.421-425.
13. *Mair W.A., Maull D.J.* Aerodynamic behaviour of bodies in the wake of other bodies // Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. – Ser.A. – 1971. – N268. – P.425-437.
14. *Rawlins C.B.* Fundamental concepts in the analysis of wake-induced oscillation of bundled conductor // IEEE Trans. PAS. – 1976. – Vol.95. – N4. – P.1377-1393.
15. EPRI Transmission line reference book. Wind-induced Conductor motion. – Electric Power Research Institute: Final Report. – November, 2006.
16. *Den-Hartog J.P.* Transmission line's vibrations due to sleet // Transactions AIEE. – 1932. – Vol.51. – P.1074-1076.

17. Danilin A.N., Shklyarchuk F.N., Lilien J.-L., Snegovskiy D.V., Vinogradov A.A., Djamanbayev M.A. Nonlinear aeroelastic vibrations and galloping of iced conductor lines under wind / 7th Intern. Symposium on Cable Dynamics. Proceedings. – Austria. Vienna, 2007. – P.129-134.

Поступила в редакцию 16 декабря 2014 года.

Сведения об авторах:

Данилин Александр Николаевич – д.ф.-м.н., проф., зам.дир., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: andanilin@yandex.ru

Шклярчук Федор Николаевич – д.ф.-м.н., проф., гл.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: shklyarchuk@list.ru