

## **ФОРМОВАНИЕ КОМПОЗИТНЫХ ИЗДЕЛИЙ В ЗАКРЫТЫХ ФОРМАХ**

Баранов А.В., Юницкий С.А.

*Российский Государственный Университет нефти и газа имени И.М. Губкина,  
г. Москва, Россия*

### **АННОТАЦИЯ**

Исследуется процесс пропитки наполнителя неньютоновской жидкостью при формовании композитных изделий в закрытых формах. Течение описывается уравнением Бринкмана. С реологической точки зрения среда представляет собой степенную жидкость. Задача решена численным методом конечных разностей. Показано влияние числа Дарси и индекса течения на профили скорости.

**Ключевые слова:** неньютоновские жидкости; математическое моделирование; пропитка; формование

## **MOLDING OF COMPOSITE PRODUCTS IN CLOSED MOLDS**

Baranov A.V., Yunitskiy S.A.

*Gubkin Russian State Oil and Gas University, Moscow, Russia*

### **ABSTRACT**

We study the process of impregnating the filler by a non-Newtonian fluid while molding of composite products in closed molds. The flow is described by the Brinkman equation. From a rheological standpoint, medium is a power law fluid. The problem is solved by a numerical method of finite differences. The influence of Darcy number and power law fluid index on the velocity profiles is shown.

**Keywords:** non-Newtonian fluid; mathematical modeling; impregnation, molding

Рассматривается изотермическое формование композитного изделия в закрытой форме. Жидкость в режиме постоянного расхода нагнетается в форму, полностью заполненную каким-либо наполнителем (рис.1). Такого вида процессы используются в производстве огромного перечня товаров технического, бытового и специального назначения с различными эксплуатационными свойствами. После завершения процесса заполнения формы и пропитки всего наполнителя происходит затвердевание отливки в результате процессов кристаллизации или стеклования при охлаждении полимеров, желатинизации пластизолой или химического отверждения полимерного связующего (например, эпоксидные и полиэфирные смолы). В данной работе предполагается, что процессы формования и пропитки завершаются в пределах так называемого индукционного периода, т.е. до наступления преждевременной желатинизации или отверждения.

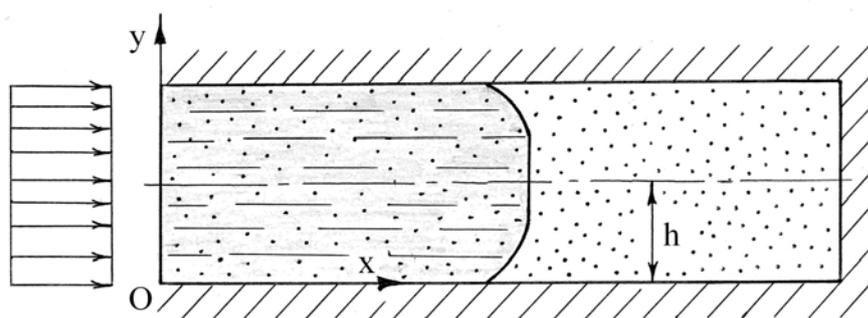


Рис.1. Схема процесса формования.

В литературе достаточно большое количество работ посвящено моделированию процессов формования композитных изделий в закрытых формах [1-8]. Однако в этих публикациях в основе математической модели лежит, как правило, закон Дарси. Аналогичными могут считаться работы, рассматривающие течение жидкости через канал, полностью заполненный пористым материалом [9-11]. Особый интерес из этих работ представляет [9], где рассмотрена задача

о полностью развитом стационарном течении и теплообмене степенной жидкости в плоском канале, заполненном волокнистым материалом. Задача приближенно решена интегральным методом с привлечением теории пограничного слоя для профиля скорости. В [11] решена изотермическая задача о течении неньютоновской жидкости, описываемой дифференциальной моделью третьего порядка на основе тензоров Ривлина-Эриксена. В работах [9-11] уже использовалось более корректное уравнение Бринкмана. Однако во всех этих моделях рассматривалось установившееся течение через канал без наличия какого-либо подвижного двумерного фронта пропитки в пористом теле.

В работах [12-14] при постановке задачи с использованием уравнения Бринкмана была предпринята попытка преодолеть те недостатки и допущения, отмеченные в вышеприведенных работах. Было показано, как фронт пропитки развивается в ограниченном пространстве, достигая всех стенок формы. При этом в работе [14] рассматривалась неизотермическая задача, когда вязкость жидкости зависела от температуры. Однако в этих работах жидкость рассматривалась как ньютоновская среда. Поэтому в следующей публикации [15] для той же технологической схемы формования была использована модель неньютоновской (степенной) жидкости. При этом во всех публикациях [5-8] и [12-14] заполнение формы происходило при постоянном давлении на входе в питающий литник. В данной же работе, как было отмечено в самом начале, формование осуществляется при заданном расходе и при отсутствии каких-либо зазоров у стенок формы.

Рассматривается изотермическая постановка задачи. Полимер считается несжимаемой неньютоновской (степенной) жидкостью. Вязкость жидкости считается достаточно высокой, так что течение осуществляется при низких значениях критерия Рейнольдса ( $Re \leq 0.01$ ). В результате гидродинамический начальный участок практически отсутствует и профиль скорости на входе в канал можно считать развитым. Кроме этого, в уравнении движения это позволяет пренебречь инерционными членами, поэтому пропитку пористого слоя будем описывать с помощью модифицированного уравнения Бринкмана [9,16]

$$-\frac{\mu}{k} u^n + \frac{\mu}{\varepsilon^n} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^n \right] = \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

где  $u$  – осевая скорость фильтрации;  $\mu$  – вязкость жидкости;  $k$  – коэффициент проницаемости;  $\varepsilon$  – пористость;  $p$  – давление.

Учитывая симметрию, уравнение (1) записано для полувысоты канала, где производная  $\partial u / \partial y$  положительна. Давление  $p$  считается независимым от поперечной координаты  $y$ .

Условие постоянства расхода

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_0^h u dy \quad (2)$$

В безразмерном виде уравнения (1) и (2) примут вид

$$-\frac{U^n}{Da} + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)^n \right] = \frac{dP}{dX} \quad (3)$$

$$\int_0^1 U dY = 1 \quad (4)$$

где  $Y = \frac{y}{h}$ ;  $X = \frac{x}{h}$ ;  $U = \frac{u}{\bar{u}}$ ;  $Da = \frac{k}{h^{n+1} \varepsilon^n}$ ;  $P = \frac{ph^n \varepsilon^n}{\bar{u}^n \mu}$ ,  $Da$  – число Дарси,  $\bar{u}$  – средняя скорость.

Уравнение (3) решалось численно методом конечных разностей с использованием итераций. Линеаризованные уравнения для сеточной функции  $\hat{U}$  могут быть записаны в символическом виде следующим образом

$$L\hat{U} = f_1 + \frac{dP}{dX} f_2,$$

поэтому решение ищется в виде

$$\hat{U} = \hat{U}_1 + \frac{dP}{dX} \hat{U}_2$$

Сеточные функции  $\hat{U}_1$  и  $\hat{U}_2$  определяются методом прогонки из уравнений

$$L\hat{U}_1 = f_1, \quad L\hat{U}_2 = f_2,$$

затем ищется градиент давления  $\frac{dP}{dX}$  из условия постоянства расхода (4)

и в результате функция  $\hat{U}$  (скорость). Заметим, что более подробно данный подход описан в работе [17].

Использовались следующие граничные условия

$$\begin{aligned} y=0 & \quad u=0 \\ y=h & \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=2h & \quad u=0 \end{aligned} \quad (5)$$

На рис.2 показана зависимость профиля скорости от индекса течения при фиксированном значении числа Дарси. В свою очередь на рис.3 отражено существенное влияние числа Дарси на профиль скорости при заданном значении индекса течения.

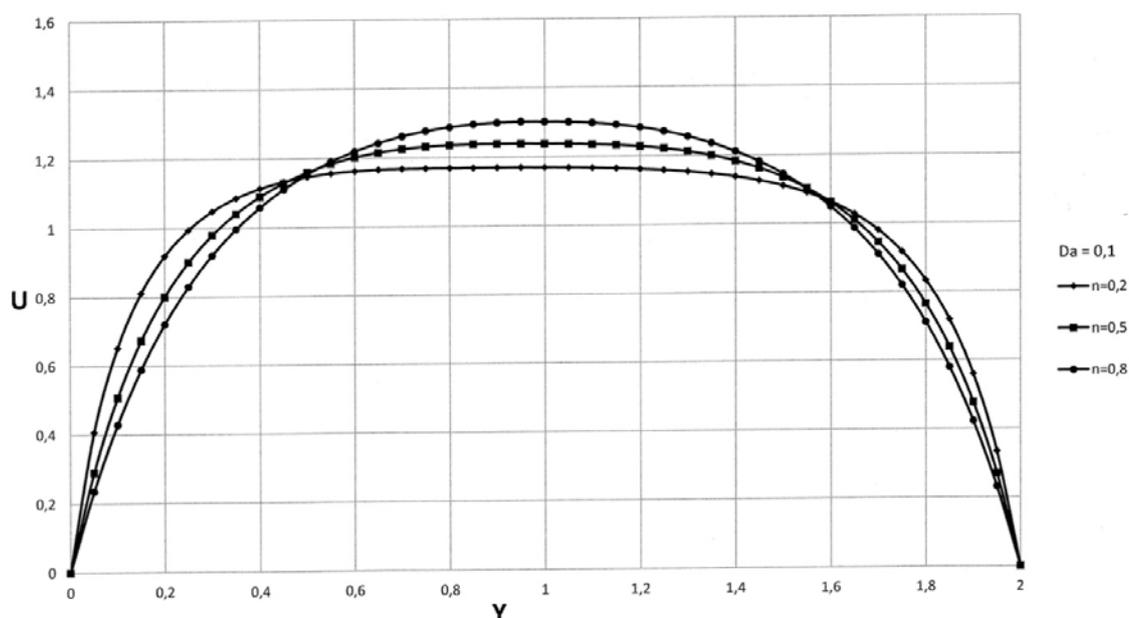


Рис.2. Зависимость профиля скорости от индекса течения.

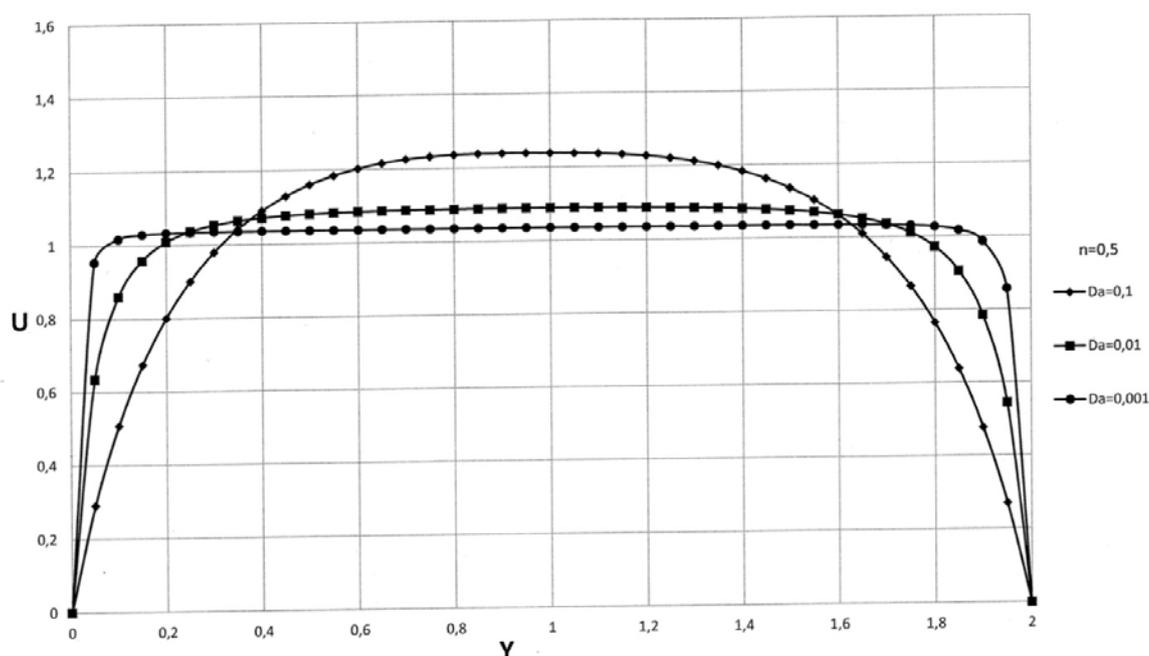


Рис.3. Зависимость профиля скорости от числа Дарси.

Таким образом, в данной работе разработана математическая модель изотермического заполнения плоской формирующей полости, заполненной пористым материалом, неньютоновской (степенной жидкостью). Модель основана на модифицированном уравнении Бринкмана, используемого для описания течения степенных жидкостей в пористых средах. Расчеты показывают, что использование уравнения Дарси в данной задаче приемлемо только для малых чисел Дарси ( $Da < 10^{-6}$ ). В этом случае можно было бы считать, что сдвиговое течение полностью отсутствует и в канале осуществляется так называемый пробковый вид течения. При более высоких значениях числа

Дарси ( $Da > 10^{-5}$ ) использование закона Дарси привело бы к результатам, достаточно далеким от реальной картины течения. Очевидно, что в этом случае становится необходимым использование уравнения Бринкмана. Из рис.3 видно, что с увеличением числа Дарси профиль скорости становится более вытянутым, то есть вклад сдвиговых напряжений увеличивается. Рис.2 в свою очередь показывает, что влияние индекса течения также заметно сказывается на профиле скорости. При этом расчеты показывают, что чем больше число Дарси, тем больше влияние  $n$ . В этом случае использование ньютоновской модели жидкости привело бы к значительным погрешностям.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Sozer E.M., Bickerton S., Advani S.G.* On-line strategic control of liquid composite mould filling process // *Composites A.* – 2000. – Vol.31. – N12. – P.1383-1394.
2. *Lee Chang-Lun, Wei Kung-Hwa.* Curing kinetics and viscosity change of a two-part epoxy resin during mold filling in resin-transfer molding process // *J. Appl. Polym. Sci.* – 2000. – Vol.77. – N10. – P.2139-2148.
3. *Chan A.W., Hwang S.T.* Modeling non-isothermal impregnation of fibrous media with reactive polymer resin // *Polym. Eng. Sci.* – 1992. – Vol.32. – N5. – P.310-318.
4. *Malkin A.Ya., Kuznetsov V.V., Kleba I., Michaeli W.* Modeling of structural reaction injection molding process. 1. Mathematical model // *Polym. Eng. Sci.* – 2001. – Vol.41. – N5. – P.850-857.
5. *Малкин А.Я., Баранов А.В., Тимофеев С.В.* Литьевое формование пластизолой с пропиткой усиливающего слоя // *Теоретические основы химической технологии.* – 1994. – Т.28. – №3. – С.217-222.
6. *Баранов А.В., Тимофеев С.В., Малкин А.Я.* Физическая модель течения с импрегнированием анизотропного слоя // *Инженерно-физический журнал.* – 1995. – Т.68. – №5. – С.845-851.
7. *Malkin A.Ya., Baranov A.V., Timofeev S.V.* Molding of resins with impregnation of a reinforcing layer // *J. Polym. Eng.* – 1995. – Vol.14. – N2-3. – P.141-159.
8. *Malkin A.Ya., Baranov A.V., Timofeev S.V.* Flow with impregnation of a rheokinetic liquid // *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* – 1994. – Vol.54. – P.489-501.
9. *Chen G., Hadmin H.A.* Forced convection of a power-law fluid in a porous channel – integral solutions // *J. Porous Media.* – 1999. – Vol.2. – N1. – P.59-70.
10. *Parvazinia M., Nassehi V., Wakeman R.J.* Multi-scale finite element modeling of laminar steady flow through highly permeable porous media // *Chem. Eng. Sci.* – 2006. – Vol.61. – N2. – P.586-596.
11. *Khan A.A., Ellahi R., Usman E.M.* The effects of variable viscosity on the peristaltic flow of non-newtonian fluid through a porous medium in inclined channel with slip boundary conditions // *J. Porous Media.* – 2013. – Vol.16. – N1. – P.59-67.
12. *Баранов А.В., Дахин О.Х.* Изотермическое заполнение формующей полости с одновременной пропиткой пористого слоя // *Инженерно-физический журнал.* – 2014. – Т.87. – №6. – С.1290-1296.
13. *Baranov A.V.* The filling of a mould cavity with simultaneous impregnation of the reinforcing porous layer // *Polym. & Polym. Composites.* – 2015. – Vol.23. – N2. – P.71-76.
14. *Баранов А.В., Дахин О.Х.* Неизотермическое формование композитных изделий с пропиткой пористого слоя // *Механика композиционных материалов и конструкций.* – 2014. – Т.20. – №3. – С.441-453.

15. Баранов А.В., Дахин О.Х. Совмещенные процессы течения и пропитки при литьевом формовании композитных изделий // Пластические массы. – 2015. – №3-4. – С.23-26.
16. Nield D.A., Kuznetsov A.V. Thermally developing forced convection in a channel occupied by a porous medium saturated by a non-Newtonian fluid // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2005. – Vol.48. – N6. – P.1214-1218.
17. Симуни Л.М. Движение вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1965. – Т.5. – №6. – С.1138-1141.

*Поступила в редакцию 20 октября 2015 года.*

---

Сведения об авторах:

Баранов Александр Викторович – д.ф.-м.н., проф., Кафедра Высшей математики, Российский Государственный Университет нефти и газа им. И.М. Губкина, г. Москва, Россия; e-mail: [alexvbaranov@yahoo.co.uk](mailto:alexvbaranov@yahoo.co.uk)

Юницкий Сергей Александрович – к.ф.-м.н., доц., гл.н.с., Кафедра Высшей математики, Российский Государственный Университет нефти и газа им. И.М. Губкина, г. Москва, Россия