

УДК 536.21+539.3

**ТЕПЛОВЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ПЕРЕМЕШИВАНИИ ПОЛИМЕРОВ,
НАПОЛНЕННЫХ КОРОТКИМИ ВОЛОКНАМИ**

Шаповалов В.М.

*Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского
государственного технического университета, г. Волжский Волгоградской
области, Россия*

АННОТАЦИЯ

Процесс перемешивания наполненных полимерных систем требует больших затрат энергии. Механическая энергия в условиях объёмной деформации превращается в тепло. Присутствие наполнителя приводит к тому, что разогрев происходит не только в объёме полимерного связующего, но и в окрестности поверхности наполнителя. Это может привести к значительному локальному перегреву и изменению свойств полимерной композиции за счёт термической деструкции у поверхности наполнителя и проявиться в изменении качественных показателей готового изделия. Кроме того, инструментальными методами измерить локальную температуру диссипативного разогрева практически невозможно.

Поставлена и решена задача нестационарной теплопроводности для композитной системы, наполненной короткими волокнами. Для описания реологических свойств сплошной среды использовалась модель Оствальда-де Виля. Рассмотрен случай аксиального движения волокна в топологической трубке. На поверхности топологической трубки использовалось граничное условие Саффмана. На поверхности волокна проскальзывание отсутствует. Решена задача течения, найден профиль скорости.

Температурное поле описывается уравнением Фурье-Кирхгофа. Учитывалась теплопроводность в радиальном направлении и диссипативное тепловыделение. Теплофизические свойства наполнителя и сплошной среды идентичны и не зависят от температуры. Это позволило сопряжённую задачу свести к обычной задаче нестационарной теплопроводности. Использовалось интегральное преобразование Ханкеля. Решение получено в виде ряда Фурье-Бесселя.

Выполнен численный анализ математической модели для псевдопластичной, дилатантной и ньютоновской матрицы. Представлены картины эволюции температурного поля. На основании полученных результатов обнаружен «эффект экранирования», который заключается в замедлении нагрева связующего непосредственно у поверхности волокна за счёт теплоотвода со стороны наполнителя. Приведена инженерная оценка повышения температуры для конкретных технологических условий перемешивания резины, наполненной короткими волокнами.

Ключевые слова: вязкость; скорость; температура; течение; волокно; полимерный композиционный материал

**THERMAL EFFECTS AT STIRRING OF POLYMERS FILLED
WITH SHORT FIBERS**

Shapovalov V.M.

*Volzhsky Polytechnical Institute (branch of) State Educational Institution of Higher
Professional Education 'Volgograd State Technical University', Volzhsky, Volgograd
region, Russia*

ABSTRACT

Stirring of filled polymer systems requires a lot of energy. The mechanical energy converts into heat during the dilatation. In presence of fillers, the heating process takes place not only in the volume of the binder but also near the filler surface so that leads to significant local overheating and change of properties of polymer composition due to the thermal degradation of the filler. As a result, the surface changes occur in the quality parameters of the finished product. Moreover, instrumental methods are almost unable to measure the local temperature of dissipative heating.

The transient problem of heat conduction is formulated and solved for the composite system filled with short fibers. The Ostwald - de Waele model is used to describe the rheological properties of the continuum. The axial motion of the fiber in the topological tube is considered. On the surface of the topological tube the boundary condition of Saffman is posed, and on the fiber surface the slip is absent. The velocity profile is found from the flow problem solution.

The temperature field is described by the Fourier-Kirchhoff equation taking into account the thermal conductivity in the radial direction as well as the dissipative heat release. The filler and continuum thermal properties are identical and independent on temperature, therefore the conjugate problem can be reduced to the usual problem of transient heat conduction. The solution is obtained in terms of Fourier-Bessel series using Hankel's integral transform.

The numerical analysis for pseudoplastic, dilatant, and Newtonian matrices is performed, and the corresponding evolutions of the temperature field are presented. The "shielding effect" consisting in the slowing of the heating of binding agents in the neighborhood of fibers' surfaces due to heat sink from the filler is found. The temperature rise for specific process conditions of the stirring of the rubber filled with short fibers is estimated.

Keywords: viscosity; speed; temperature; current; fiber; polymer composite

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что эффективная вязкость систем, наполненных твёрдыми частицами, всегда выше вязкости дисперсионной среды [1]. Это обусловлено появлением дополнительных касательных напряжений на поверхности частиц наполнителя и связанных с этим затрат энергии. Поскольку вязкость дисперсионной среды обычно высока (для резины порядка $\mu \approx 10^5$ Па·с), можно предполагать, что в условиях перемешивания имеет место интенсивное тепловыделение у поверхности волокон [2]. Локальный перегрев может вызвать деструкцию термочувствительных компонентов системы и, следовательно, повлиять на качественные показатели готового изделия. Кроме того, инструментальными методами измерить локальную температуру диссипативного разогрева практически невозможно.

Авторы работ [3,4] отмечают, что механические свойства полимерных матричных композитов определяются не только свойствами матрицы, наполнителя и их долями в материале, но и характеристиками матрицы в тонких слоях вблизи поверхности наполнителя (межфазный слой). В силу специфических взаимодействий макромолекул с поверхностью наполнителя, межфазный слой, как правило, обладает сложной микроструктурой. В ряде случаев особенности межфазного слоя могут оказаться существенными при формировании макроскопических механических свойств композита.

Механические и предельные прочностные характеристики композиционных материалов в значительной степени определяются как взаимодействием на границах между компонентами, так и свойствами промежуточных (межфазных) слоев, сформировавшихся в процессе технологии производства таких материалов [5,6]. Особенно серьезные проблемы возникают при анализе свойств композитов включающих полимеры, проявляющих упругопластическое, вязкоупругое или смешанные типы поведения, в зависимости от вида деформирования, температуры и других факторов.

В исследованиях [6] отмечено, что эффективные характеристики композиций на полимерной основе определяются фазовым составом, степенью наполнения, формой и размером армирующих включений, размерами и свойствами межфазных слоёв, технологическими параметрами приготовления и переработки (давление, температура, время и режим формования) и т.д.

Целью работы является оценка диссипативного тепловыделения у межфазной границы отдельного волокна наполнителя в процессе приготовления волокно наполненной полимерной композиции. Рассматриваемое течение имеет место при приготовлении композиции на резиносмесителях, валках, экструдерах.

1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В процессе течения волокно наполненной системы в общем случае имеет место нестационарное наклонное обтекание волокна дисперсионной средой. В данном рассмотрении ограничимся продольной составляющей течения. Будем считать, что волокно «выдёргивют» из матрицы.

Отдельное волокно окружено другими волокнами, которые препятствуют течению матрицы, поэтому считаем, что оно находится в некоторой топологической трубке с полупроницаемыми стенками. Радиус трубки (R) связан со средним расстоянием между волокнами и может быть найден по формуле [7]: $R = d / (2,1 \sqrt{c})$, где d – диаметр волокна, c – объёмная доля волокон ($c < 0,3$). Будем считать, что имеет место течение типа чистый сдвиг. Топологическая трубка и волокно ориентированы вдоль оси растяжения. В этом случае в окрестности концов волокна скорость относительно движения можно оценить как [7] $V \approx \dot{\gamma} l$, где $\dot{\gamma}$ – скорость деформации наполненной системы, $2l$ – длина волокна, V – осевая скорость волокна. Течение и теплообмен осесимметричны.

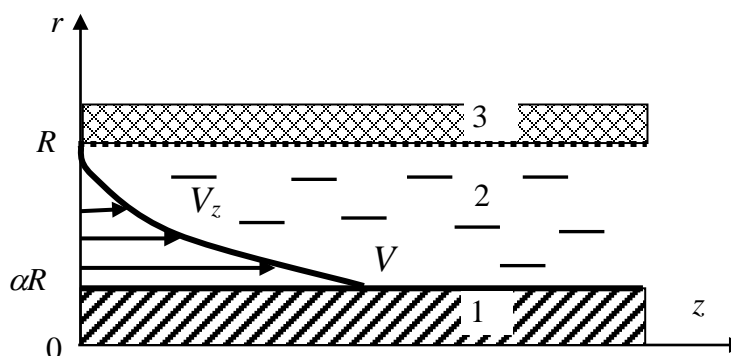


Рис.1. Схема течения: 1 – волокно, 2 – матрица, 3 – стенка.

Схема течения и система координат представлены на рис.1. Предварительно рассмотрим задачу о медленном ($Re \ll 1$) сдвиговом течении anomalно-вязкой

несжимаемой жидкости. На поверхности волокна ($r=\alpha R$, $\alpha < 1$) выполняется условие прилипания. В качестве граничного условия на пористой стенке топологической трубки используем условие скольжения Саффмана [8]. Реологические свойства жидкости, как и теплофизические характеристики не зависят от температуры.

Для жидкости Оствальда-де Вилля в условиях простого сдвигового течения касательное напряжение определяется выражением

$$\tau = \mu (dv_z / dr)^n$$

При этом стационарное течение в кольцевом зазоре трубки описывается системой уравнений

$$\frac{d}{dr} \left[r \left(\frac{dv_z}{dr} \right)^n \right] = 0, \quad (\alpha R < r < R) \quad (1)$$

$$r = \alpha R, \quad v_z = V,$$

$$r = R, \quad v_z = \frac{\sqrt{k}}{A} \frac{dv_z}{dr}$$

где r, z – цилиндрические координаты, τ – касательное напряжение, v_z – осевая компонента скорости, A – коэффициент скольжения, k – коэффициент проницаемости пористой среды, μ, n – реологические постоянные, α – отношение радиуса поверхности волокна к радиусу трубки, Re – число Рейнольдса. Анализ показывает, что скольжение у «стенки» топологической трубки существенно не влияет на качественную картину диссипативного разогрева, поэтому, для упрощения расчётных выражений, далее полагаем $k=0$.

Из решения задачи (1) находим осевую компоненту скорости и градиент скорости сдвига для аномальной и вязкой жидкости

$$v_z = \frac{V \left[\left(r/R \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]}{\alpha^{\frac{n-1}{n}} - 1}, \quad \frac{dv_z}{dr} = \frac{V(n-1)}{nR \left(r/R \right)^{\frac{1}{n}} \left(\alpha^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)} \quad \text{для } n \neq 1, \quad (2)$$

$$v_z = \frac{V \ln(r/R)}{\ln \alpha}, \quad \frac{dv_z}{dr} = \frac{V}{r \ln \alpha} \quad \text{для } n = 1.$$

С точки зрения теплообмена имеем систему двух неограниченных цилиндров (см. рис.1). Поток тепла вдоль оси z отсутствует, поэтому учитываем только радиальный поток. В наружном цилиндре (матрица) действуют непрерывные источники тепла (диссипативное тепловыделение). Имеем задачу нестационарной теплопроводности с граничным условием четвёртого рода на поверхности волокна. На поверхности внешнего цилиндра ($r=R$) принимаем условие адиабатичности ($\partial T / \partial r = 0$), поскольку за поверхностью рассматриваемой трубки находится подобная трубка с идентичной картиной течения и тепловыделения. При этом теплоотвод за счёт охлаждения стенок смесительной камеры и ротора не учитываем, считая, что рассматриваемая область находится в середине перемешиваемой среды.

Теплофизические свойства волокон наполнителя, например, капронового близки к теплофизическим свойствам матрицы (например, резины), поэтому для упрощения задачи принимаем идентичность теплофизических свойств матрицы и волокна. Задача из сопряжённой, требующей использования

граничного условия четвёртого рода, переходит в обычную задачу нестационарной теплопроводности цилиндра с объёмными источниками тепла. Без снижения общности начальную температуру системы примем равной нулю, поскольку ищется повышение температуры относительно начальной. Диаметр волокна и трубки не изменяется.

С учётом принятых допущений и соотношений (2), задача нестационарной теплопроводности описывается системой уравнений

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + \Phi(\xi), \quad (Fo > 0, \quad 0 < \xi < 1) \quad (3)$$

$$Fo = 0, \quad \theta = 0$$

$$Fo > 0, \quad 0 < \xi < 1$$

$$\xi = 1, \quad \partial \theta / \partial \xi = 0,$$

$$\xi = 0, \quad \partial \theta / \partial \xi = 0, \quad \theta \neq \infty$$

где: $\xi = r/R$ – безразмерный радиус, $Fo = at/R^2$ – число Фурье, a – коэффициент температуропроводности, t – время, λ – коэффициент теплопроводности, $\theta(\xi, Fo)$ – безразмерная температура, форма выражения которой зависит от индекса течения, $\Phi(\xi)$ – безразмерная диссипативная функция форма выражения которой, зависит от индекса течения

$$\theta = \frac{T\lambda}{\mu} \left[\frac{nR \left(\alpha^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)}{V(n-1)} \right], \quad \Phi = \begin{cases} \frac{1}{\xi^{\frac{n+1}{n}}}, & \alpha < \xi < 1 \\ 0, & 0 < \xi \leq \alpha \end{cases} \quad \text{для } n \neq 1$$

$$\theta = \frac{T\lambda \ln^2 \alpha}{\mu V^2}, \quad \Phi = \begin{cases} \frac{1}{\xi^2}, & \alpha < \xi < 1 \\ 0, & 0 < \xi \leq \alpha \end{cases} \quad \text{для } n = 1$$

Для решения задачи (3) используем интегральное преобразование Ханкеля [9]. При этом в области изображений имеем задачу

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = -\mu_k^2 \Theta + f_k, \quad (4)$$

$$Fo = 0, \quad \Theta = 0,$$

где:

$\Theta = \int_0^1 \theta J_0(\mu_k \xi) \xi d\xi$ – изображение безразмерной температуры,

$f_k = \int_0^1 \Phi(\xi) J_0(\mu_k \xi) \xi d\xi$ – изображение диссипативной функции, $J_0(\mu_k \xi)$ –

функция Бесселя нулевого порядка, μ_k – корни уравнения $J_1(\mu_k) = 0$.

Решение задачи (4) в области изображений имеет вид

$$\Theta = f_0 Fo \quad \text{для } \mu_k = 0,$$

$$\Theta = \frac{f_k}{\mu_k^2} \left[1 - \exp(-\mu_k^2 Fo) \right] \quad \text{для } \mu_k > 0.$$

Здесь f_0, f_k – трансформации диссипативной функции

$$f_0 = \begin{cases} -\ln \alpha, & n = 1 \\ \frac{n \left(1 - \alpha^{1-\frac{1}{n}} \right)}{n-1}, & n \neq 1 \end{cases} \quad f_k = \begin{cases} \int_{\alpha}^1 \frac{1}{\xi} J_0(\mu_k \xi) d\xi, & n = 1 \\ \int_{\alpha}^1 \frac{1}{\xi^n} J_0(\mu_k \xi) d\xi, & n \neq 1 \end{cases} \quad (5)$$

Применив формулу обращения, перейдём к оригиналу температуры

$$\theta = 2f_0 Fo + 2 \sum_{k=1}^{\infty} f_k \frac{J_0(\mu_k \xi)}{\mu_k^2 J_0^2(\mu_k)} [1 - \exp(-\mu_k^2 Fo)] \quad (6)$$

Согласно первому слагаемому в правой части выражения (6) температура растёт неограниченно во времени. При этом, скорость повышения температуры определяется нулевой трансформацией диссипативной функции (5).

2. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

При численном анализе выражений (5), (6) учитывались первые 60 членов ряда. Собственные числа задачи [10]: $\mu_1=3,8317, \dots, \mu_{60}=189,279$. Интегралы f_k в выражениях (5) целесообразно вычислять методом механических квадратур, поскольку при их представлении в виде рядов имеет место плохая сходимость, особенно для больших значений μ_k . Для малых значений числа Фурье сходимость ряда (6) ухудшается, особенно для малых значений параметров α и n .

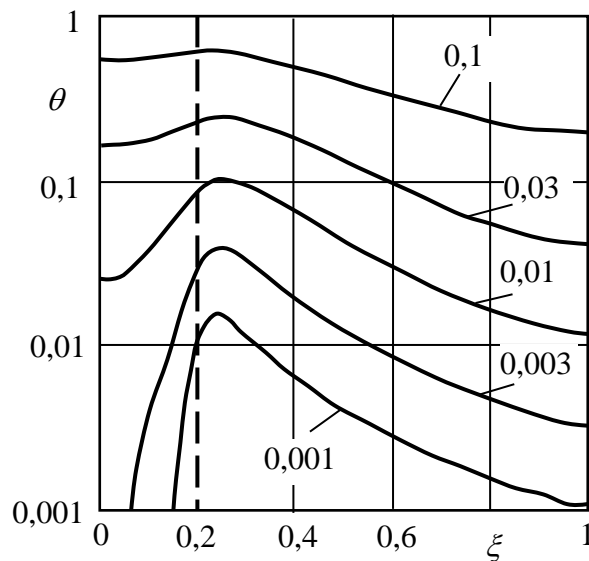


Рис.2. Эволюция температурного поля при $\alpha=0,2$, $n=1$. Числа у кривых – значение числа Фурье.

На рис.2 представлены расчётные эпюры температур, построенные для случая матрицы с ньютоновскими свойствами $\alpha=0,2$ и $n=1$. Координата $\xi=\alpha=0,2$ характеризует положение поверхности волокна (показано вертикальной штриховой линией). Зона $0 < \xi < 0,2$ отвечает волокну, соответственно, зона $0,2 < \xi < 1$ – матрице. Видно, что наиболее резко температура растёт в начальный момент времени. При этом радиальное распределение температур в области $\alpha < \xi < 1$ подобно распределению осевой скорости. Однако экстремум

температуры находится не на поверхности волокна (как это имеет место для наибольшего градиента скорости), а в жидкости, на расстоянии, приблизительно составляющем 0,2-0,3 от радиуса волокна. Это связано с отводом тепла поверхностью волокна. Следовательно, наиболее интенсивную термическую деструкцию термочувствительных компонентов матрицы следует ожидать не на межфазной границе, а на некотором удалении от неё, т.е. внутри матрицы. Наполнитель защищает или экранирует межфазный слой от перегрева за счёт собственной теплопроводности. Очевидно, что с повышением коэффициента теплопроводности наполнителя эффективность экранирования увеличивается, поскольку усиливается теплоотвод. С течением времени ($Fo > 0,1$) наблюдается равномерный рост температуры, радиальный градиент температуры уменьшается.

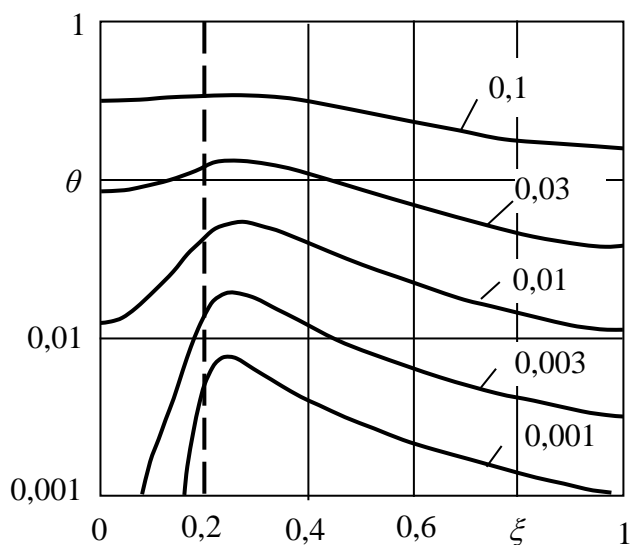


Рис.3. Эволюция температурного поля при $\alpha=0,2$, $n=2$. Числа у кривых – значение числа Фурье.

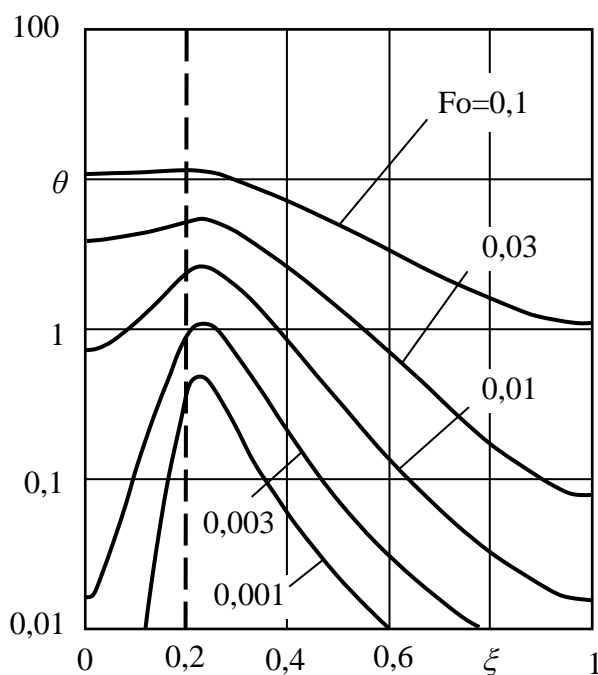


Рис.4. Эволюция температурного поля при $\alpha=0,2$, $n=0,3$.

На рис.3 и рис.4 представлены расчётные эволюции безразмерной температуры соответственно, для связующего с дилатантными ($n=2$) и псевдопластическими ($n=0,3$) свойствами. Из сопоставления рис.2-4 следует, что с уменьшением индекса течения максимальная безразмерная температура растёт. При этом кривые распределения температур при малых числах Фурье имеют ярко выраженный максимум. Причём точка экстремума температуры, как и в ньютоновском случае, находится в матрице у границы поверхности волокна. С уменьшением индекса течения расстояние точки максимума температуры от межфазной границы уменьшается, поскольку увеличивается градиент скорости сдвига у поверхности волокна. С увеличением числа Фурье распределение температур выравнивается.

На рис.5 в двойных логарифмических координатах представлена зависимость максимальной безразмерной температуры $\theta_m = \max[\theta(r_m, Fo)]$, $\partial[\theta(r_m, Fo)]/\partial r = 0$ от числа Фурье и безразмерного параметра α . Видно, что зависимости носят монотонно возрастающий характер. С уменьшением относительного диаметра волокна (α) максимальная температура повышается. Следовательно, увеличение степени наполнения композиции способствует снижению локального повышения температуры.

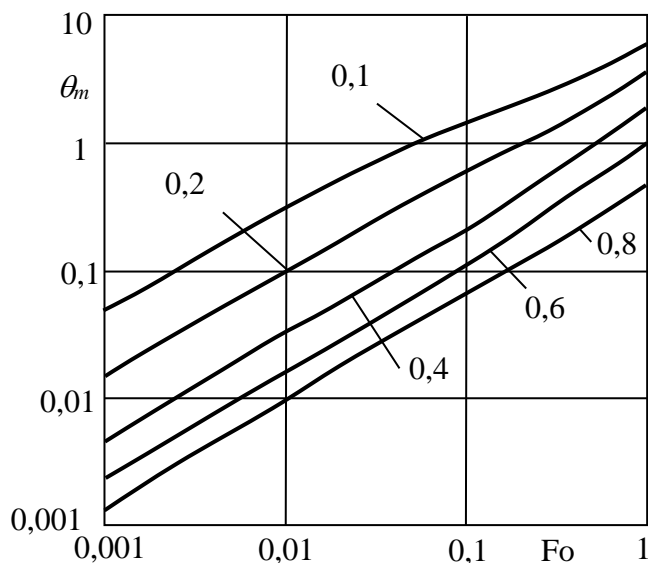


Рис.5. Зависимость максимальной температуры θ_m от числа Фурье при различных значениях α для $n=1$.

Выполним оценку диссипативного локального саморазогрева при перемешивании капроновых волокон с резиновой матрицей на смесителе «Вернер-Пфляйдерер». Объём камеры смешения $V_k=330$ л, мощность привода – $N=1870$ кВт. Без учета потерь мощности средний градиент скорости сдвига в камере составляет $\dot{\gamma} = N / (\rho CV_k) = 3,42 \text{ с}^{-1}$, где ρ – плотность ($\rho=1200 \text{ кг/м}^3$), C – теплоёмкость ($C=1380 \text{ Дж/кгК}$). Отметим, что в окрестности гребней ротора (в зоне интенсивного перемешивания) градиент скорости сдвига значительно больше. Диаметр волокна $d = 30 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Следовательно, при $\alpha=0,2$ радиус «трубки» $R = d / \alpha = 150 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, а объёмная доля наполнителя $c=0,009$. Длина волокна $2l=0,01 \text{ м}$. Скорость осевого перемещения волокна относительно стенок

топологической «трубки» $V \approx \dot{\gamma}l = 0,0171 \text{ м/с}$. Для сырой резины (матрица) коэффициент температуропроводности $a = 9 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$, коэффициент теплопроводности $\lambda = 0,15 \text{ Вт/(мК)}$. Если протяжённость зоны интенсивной деформации в камере резиносмесителя 1 см, то при окружной скорости гребня ротора 0,5 м/с оценочное время пребывания волокна составит 0,02 с. Соответствующее значение числа Фурье $Fo = 0,08$. Согласно формулам (5), (6) или номограмме, представленной на рис.5, расчётное значение максимальной безразмерной температуры равно $\theta_m = 0,51$. Пусть эффективная вязкость матрицы $\mu = 10^4 \text{ Па·с}$. Повышение размерной температуры, вычисленное по формуле $T = \frac{\theta_m \mu V^2}{\lambda \ln^2 \alpha}$, составляет $T = 38,4 \text{ К}$. Отметим, что оценка выполнена достаточно упрощённо, но и из неё уже видно, что локальное повышение температуры может быть весьма значительным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Гидродинамика*. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. – 736 с.
2. Баранов А.В., Дахин О.Х. *Моделирование процессов неизотермического течения и диспергирования в камере роторного резиносмесителя* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2003. – Т.9. – №3. – С.297-306.
3. Згаевский В.Э., Яновский Ю.Г., Власов А.Н., Карнет Ю.Н., Теплухина Е.И. *Упругие свойства полимерного композита с учётом молекулярных и структурных параметров межфазного слоя* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2000. – Т.6. – №1. – С.141-150.
4. Козлов Г.В., Буря А.И., Алоев В.З., Яновский Ю.Г. *Структурный аспект межфазной адгезии в углепластиках* // Физическая мезомеханика. – 2005. – Т.8. – №2. – С.35-38.
5. Яновский Ю.Г., Власов А.Н., Воронин А.В. *Моделирование механического поведения и свойств микронееднородных полимерных сред и композитов с учётом характеристик межфазных слоёв* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1996. – Т.2. – №3-4. – С.125-143.
6. Анохина Н.Ю., Бочкарёва С.А., Люкшин Б.А., Люкшин П.А. *Влияние адгезии матрицы к армирующим включениям на эффективные характеристики полимерной композиции* // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т.12. – №5. – С.111-115.
7. Шаповалов В.М., Лапшина С.В. *Введение в механику течения волоконнаполненных композитов*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 176 с.
8. Saffman P.G. *On the boundary condition at the surface of a porous medium* // Stud. App. Math. – 1971. – Vol.50. – P.93-101.
9. Лыков А.В. *Теория теплопроводности*. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
10. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. *Специальные функции (формулы, графики, таблицы)* / Под ред. Л.И. Седова. – М.: Наука, 1964. – 344 с.

REFERENCES

1. Landau L.D., Lifshits E.M. *Gidrodinamika [Hydrodynamics]*. – Moskva: Nauka. Gl. red. fiz-mat. lit., 1986, 736 p.

2. Baranov A.V., Dakhin O.Kh. *Modelirovanie protsessov neizotermicheskogo techeniia i dispergirovaniia v kamere roturnogo rezinosmesitel'ia* [Process modeling of non-isothermal flow and dispersion in the chamber of the rotary mixer]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2003, Vol.9, No.3, Pp.297-306.
3. Zgaevskii V.E., Ianovskii Iu.G., Vlasov A.N., Karnet Iu.N., Teplukhina E.I. *Uprugie svoistva polimernogo kompozita s uchetom molekuliarnykh i strukturnykh parametrov mezhfaznogo sloia* [The elastic properties of polymer composite, taking into account the molecular and structural parameters of the interfacial layer]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2000, Vol.6, No.1, Pp.141-150.
4. Kozlov G.V., Buria A.I., Alov V.Z., Ianovskii Iu.G. *Strukturnyi aspekt mezhfaznoi adgezii v uzleplastikakh* [The structural aspect of the interfacial adhesion in carbon plastics]. *Fizicheskaia mezomekhanika*, 2005, Vol.8, No.2, Pp.35-38.
5. Ianovskii Iu.G., Vlasov A.N., Voronin A.V. *Modelirovanie mekhanicheskogo povedeniia i svoistv mikroneodnorodnykh polimernykh sred i kompozitov s uchetom kharakteristik mezhfaznykh sloev* [Modelling of the mechanical behavior and properties of the polymer micro-inhomogeneous medium composites considering interphase layer characteristics]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 1996, Vol.2, No.3-4, Pp.125-143.
6. Anokhina N.Iu., Bochkareva S.A., Liukshin B.A., Liukshin P.A. *Vliianie adgezii matritsy k armiruiushchim vklucheniiam na effektivnye kharakteristiki polimernoi kompozitsii* [Influence of adhesion matrix to the reinforcing inclusions on the effective characteristics of the polymer composition]. *Fizicheskaia mezomekhanika*, 2009, Vol.12, No.5, Pp.111-115.
7. Shapovalov V.M., Lapshina S.V. *Vvedenie v mekhaniku techeniia volokonnapolnennykh kompozitov* [Introduction to flow mechanics of fiber filled composites]. – Moskva: FIZMATLIT, 2006, 176 p.
8. Saffman P.G. *On the boundary condition at the surface of a porous medium*. *Stud. App. Math*, 1971, Vol.50, Pp.93-101.
9. Lykov A.V. *Teoriia teploprovodnost* [The theory of heat conduction]. – Moskva: Vysshiaia shkola, 1967, 599 p.
10. Jahnke E., Emde F., Lösch F. *Tables of higher functions*. *Tafeln höherer Funktionen*. Stuttgart: B.G. Teubner, 1960, 322 p.

Поступила в редакцию 30 октября 2015 года.

Сведения об авторе:

Шаповалов Владимир Михайлович – д.т.н., проф., Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета, г. Волжский, Волгоградской области, Россия; e-mail: svm-5@meil.ru