

УДК 533.69

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛЯ КРЫЛА С НЕЛИНЕЙНО ДЕФОРМИРУЕМОЙ МЕМБРАНОЙ В ДОЗВУКОВОМ ПОТОКЕ*

Гришанина Т.В.¹, Шклярчук Ф.Н.²¹ФГБОУ Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия²ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Рассматривается прямое крыло большого удлинения, образованное передней тонкостенной балкой, работающей на изгиб и кручение, и задней горизонтальной пластинкой с острой задней кромкой. Передняя балка и задняя пластинка соединены между собой дискретно расположенными нервюрами с находящимися между ними прямоугольными растяжимыми мембранами в срединной плоскости крыла, покрытыми сверху и снизу профилированными слоями легкого пенопласта.

Решается плоская задача аэроупругости профиля крыла с растяжимой мембранной в дозвуковом потоке при заданном угле атаки профиля и заданном натяжении мембраны, обусловленном регулируемым увеличением расстояния между её передней и задней кромками и искривлением под действием поперечной нагрузки. Искривление мембраны считается малым, при котором растягивающее усилие приближенно будет постоянным по длине. Деформация растяжения мембраны зависит от её прогиба нелинейно. Для решения задачи используется метод конечных элементов (МКЭ). В пределах длины каждого КЭ поперечное перемещение мембраны аппроксимируется линейной функцией. Аэродинамическое давление на тонкий деформируемый профиль крыла в дозвуковом сжимаемом потоке определяется по линейной теории плоскопараллельного обтекания искривленной пластины при малых углах атаки. Уравнения равновесия деформируемой мембраны профиля в потоке получены в виде системы неоднородных уравнений для поперечных перемещений в узлах. Коэффициенты жесткости системы зависят от натяжения мембраны, а оно, в свою очередь, квадратично зависит от неизвестных перемещений. Получены решения этих уравнений при различных заданных значениях безразмерного параметра, представляющего отношение натяжения к скоростному напору.

Определены перемещения мембраны, распределение аэродинамического давления и коэффициенты подъемной силы и момента тангажа профиля с искривленной мембранной. Найдены соответствующие значения регулируемого натяжения мембраны, при которых обеспечиваются заданные суммарные (с учетом искривления) натяжения мембраны и аэродинамические характеристики профиля.

Ключевые слова: профиль крыла; дозвуковое обтекание; мембраны; конечные деформации; аэродинамические характеристики; метод конечных элементов

AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF A WING PROFILE WITH NONLINEAR DEFORMABLE MEMBRANE IN SUBSONIC FLOW

Grishanina T.V.¹, Shklyarchuk F.N.²

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 15-08-06259.

ABSTRACT

A straight wing of large aspect ratio made of front thin-walled beam, perceiving bending and torsion, and back plate with sharp trailing edge is considered. The beam and the plate are connected by discrete ribs with located between them rectangular tensile membranes in the wing middle plane covered above and below by profiled lays of light foam plastic.

The plane problem of aeroelasticity of the airfoil with tensile membrane in subsonic flow is solved for a given angle of attack and prescribed membrane tension due to controlled increasing of the distance between the front and back edges of the membrane and its curvature under transverse load. The curvature is supposed to be small for which the tension is approximately constant along the membrane length. Tensile strain of the membrane depends on its bend nonlinearly. The finite element method (FEM) is used to solve the problem.

The aerodynamic pressure on a thin airfoil in subsonic compressible flow is determined using the linear theory for plane flow of a curved plate for small incidence. The equilibrium equations of the deformable membrane airfoil in flow are obtained in the form of system of quasi-linear non-homogeneous equations for the transverse node displacements. The rigidity coefficients of the system depend on the membrane tension which in its turn depends quadratically on the unknown displacements. The solution of these equations are obtained for different prescribed values of the non-dimensional parameter representing the ratio of the tension to the velocity head.

The membrane displacements, distribution of the aerodynamic pressure and the coefficients of the lift and pitch moment of the airfoil with the bent membrane are determined. The corresponding values of the controlled membrane tension are found which provide the prescribed total (with the bend taking into account) membrane tension and aerodynamic characteristics of the airfoil.

Keywords: airfoil; subsonic flow; membrane; finite strains; aerodynamic characteristics; finite element method

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широкое развитие и применение получают беспилотные летательные аппараты (ЛА) различных назначений, типов и размеров. При проектировании таких ЛА возникает много нетрадиционных конструкторских решений, требующих разработки новых математических моделей и методов расчета в задачах аэродинамики, динамики полета, управления и аэроупругости. Среди этих задач большой интерес представляют разработки для воздушных микроаппаратов с машущими крыльями, для очень гибких конструкций, для адаптивных конструкций, а также для «морфных» несущих поверхностей с управляемыми деформациями формы. Для высотных маневренных самолетов большой продолжительности полета с солнечными батареями требуются сверхлегкие конструкции с высоким аэродинамическим качеством. Для таких самолетов могут быть использованы мембранные крылья большого удлинения, аэродинамическими характеристиками которых можно управлять без использования шарнирно отклоняемых аэродинамических поверхностей путем регулируемого изменения натяжения и, соответственно, искривления мембраны в потоке.

Мембрана может воспринимать давление только в искривленном естественном и деформированном состоянии. Форма искривления мембраны

крыла влияет на распределение аэродинамического давления потока, и оно может быть определено наряду с прогибами мембраны из решения связанных задач аэроупругости. Этим задачам в различных постановках для нерастяжимых и растяжимых мембран и мягких оболочек в приложении к обтеканию парусов и крыльев специальных летательных аппаратов (дельтапланов, парашютов типа крыла и пр.) посвящено большое количество работ [1-7].

В данной работе рассматривается плоская задача аэроупругости мембраны с геометрически нелинейными деформациями растяжения при её искривлении в составе профиля тонкого прямого крыла большого удлинения в дозвуковом потоке. Соответствующая линейная задача рассматривалась в работе [8]. Получены численные решения задачи по методу конечных элементов. Определены прогибы мембраны, распределение аэродинамического давления вдоль хорды и аэродинамические характеристики профиля с деформируемой мембранной.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача нелинейного деформирования и аэродинамического нагружения тонкого профиля прямого мембранного крыла большого удлинения. Крыло образовано передней (носовой) тонкостенной балкой, работающей на изгиб в вертикальной плоскости и на кручение, и задней балкой в виде тонкой горизонтальной пластинки с острой задней кромкой крыла. Передняя и задняя балки соединены между собой дискретно расположенными нервюрами с находящимися между ними прямоугольными мембранами, покрытыми сверху и снизу профилированными слоями легкого пенопласта, рис. 1,а.

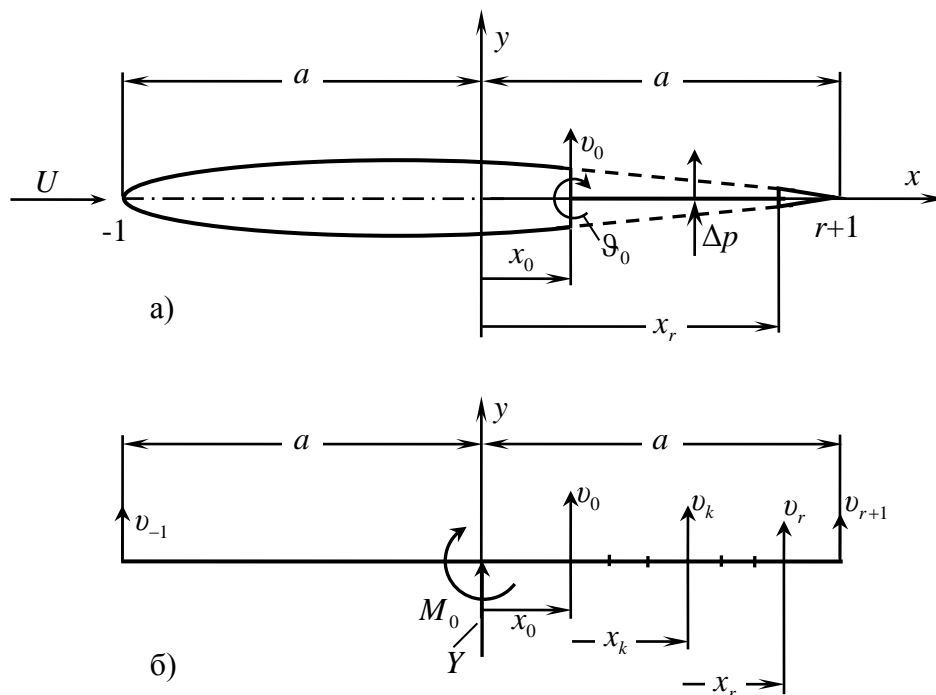


Рис.1.

При обтекании профиля под углом атаки происходит аэроупругое взаимодействие: мембраны искривляются, и изменяется аэродинамическое

давление. Это взаимодействие зависит от параметров мембран и потока. Путем регулирования натяжения мембран (расстояний между их передними и задними кромками) можно управлять деформированной формой профиля мембранного крыла и его аэродинамическими характеристиками. Положение деформированного профиля в стационарном потоке в системе координат Oxy , связанной с его исходным недеформированным состоянием (рис.1,*a*), характеризуется заданными значениями поперечного смещения v_0 в точке $x = x_0$ и угла поворота ϑ_0 его недеформируемой в плоскости поперечного сечения носовой части $x_{-1} \leq x \leq x_0$, а также неизвестным поперечным перемещением $v(x)$ мембранного участка $x_0 \leq x \leq x_r$. Этот участок представим в виде системы r конечных элементов (КЭ). Функцию $v(x)$ в пределах k -го КЭ будем аппроксимировать линейной функцией; по линейному закону изменяются также поперечные перемещения носового и хвостового участков профиля, рис.1,*б*. Тогда

$$v = v_{k-1} + \frac{1}{a_k}(v_k - v_{k-1})(x - x_{k-1}), \quad (1.1)$$

$$a_k = x_k - x_{k-1}; \quad k = 0, 1, 2, \dots, r+1.$$

При этом перемещения передней кромки профиля и его хвостика, соединенного с носовым участком абсолютно жесткими в своей плоскости нервюрами, будут

$$v_{-1} = v_0 + \vartheta_0 a_0, \quad v_r = v_0 - \vartheta_0(x_r - x_0), \quad v_{r+1} = v_0 - \vartheta_0(x_{r+1} - x_0). \quad (1.2)$$

Малые углы атаки на всех участках (КЭ) профиля с учетом (1.1) определяются как

$$\alpha = -\frac{dv}{dx} = -\frac{1}{a_k}(v_k - v_{k-1}) \quad \text{при } x_{k-1} \leq x \leq x_k; \quad k = 0, 1, 2, \dots, r+1. \quad (1.3)$$

Аэродинамическое давление на деформируемый профиль (полоску единичной ширины) определяется в зависимости от $\alpha(x)$. Уравнения статической аэроупругости деформируемого профиля с учетом (1.2) для независимых переменных v_1, v_2, \dots, v_{r-1} получаются на основании принципа возможных перемещений

$$\delta\Pi - \delta A_p = 0, \quad (1.4)$$

где Π – потенциальная энергия растяжения мембраны; δA_p – вариация работы аэродинамического давления, действующего на рассматриваемый профиль крыла.

2. АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ПРОФИЛЯ

Аэродинамическую нагрузку $\Delta p(x)$, представляющую перепад давления на нижней и верхней поверхностях тонкого профиля (рис.1,*a*), при дозвуковом безотрывном обтекании можно определить на основании точного решения линейной задачи в виде сингулярного интеграла от $\alpha(x)$ [9,10] или его разложения в тригонометрический ряд. Здесь будем использовать более удобное для вычислений решение в виде ряда [8,11]

$$\Delta p = \frac{2\rho U^2}{\beta} \left[\alpha_0 \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin n\varphi \right], \quad (2.1)$$

которое получается с помощью преобразований

$$\begin{aligned} x &= a \cos \varphi, & \alpha &= \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos n\varphi; \\ \alpha_0 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \alpha d\varphi, & \alpha_n &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \alpha \cos n\varphi d\varphi, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.2)$$

В выражении (2.1) ρ и U – плотность и скорость набегающего потока; $\beta = \sqrt{1 - M^2}$ – параметр, учитывающий сжимаемость потока, $M < 1$ – число Маха.

С учетом (1.3) коэффициенты (2.2) выражаются через перемещения как

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{r+1} \frac{1}{a_l} c_{0,l} (v_l - v_{l-1}), & \alpha_n &= \frac{2}{\pi} \sum_{l=0}^{r+1} \frac{1}{a_l} c_{n,l} (v_l - v_{l-1}); \\ c_{0,l} &= \int_{\varphi_{l-1}}^{\varphi_l} d\varphi, & c_{n,l} &= \int_{\varphi_{l-1}}^{\varphi_l} \cos n\varphi d\varphi. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Подъемная сила и аэродинамический момент относительно центра профиля (полоски единичной ширины) с учетом (2.1)-(2.3) получаются в виде

$$\begin{aligned} Y &= \sum_{k=0}^{r+1} \int_{x_{k-1}}^{x_k} \Delta p dx = -\frac{2\rho U^2}{\beta \pi} \sum_{k=0}^{r+1} \sum_{l=0}^{r+1} \lambda_{k,l} (v_l - v_{l-1}), \\ M_0 &= -\sum_{k=0}^{r+1} \int_{x_{k-1}}^{x_k} \Delta p x dx = \frac{2\rho U^2 a}{\beta \pi} \sum_{k=0}^{r+1} \sum_{l=0}^{r+1} \mu_{k,l} (v_l - v_{l-1}); \\ \lambda_{k,l} &= [i_{0,k} c_{0,l} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} i_{n,k} c_{n,l}] \frac{a}{a_l}, & \mu_{k,l} &= [j_{0,k} c_{0,l} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} j_{n,k} c_{n,l}] \frac{a}{a_l}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где

$$\begin{aligned} i_{0,k} &= \int_{\varphi_{k-1}}^{\varphi_k} (1 - \cos \varphi) d\varphi, & i_{n,k} &= \int_{\varphi_{k-1}}^{\varphi_k} \sin n\varphi \sin \varphi d\varphi, \\ j_{0,k} &= \int_{\varphi_{k-1}}^{\varphi_k} (1 - \cos \varphi) \cos \varphi d\varphi, & j_{n,k} &= \int_{\varphi_{k-1}}^{\varphi_k} \sin n\varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi. \end{aligned}$$

Вариация работы аэродинамического давления на перемещениях профиля

$$\delta A_p = \sum_{k=0}^{r+1} \int_{x_{k-1}}^{x_k} \Delta p \delta v dx$$

с учетом (1.1), (1.3), (2.1), (2.3) при $\delta v_0 = \delta \vartheta_0 = 0$ и, в силу (1.2), при $\delta v_{-1} = \delta v_r = \delta v_{r+1} = 0$ записывается в виде

$$\begin{aligned} \delta A_p &= -\frac{2\rho U^2}{\pi \beta} \sum_{k=1}^{r+1} \sum_{l=0}^{r+1} \delta v_k \sigma_{k,l} (v_l - v_{l-1}); \\ \sigma_{k,l} &= \lambda_{k+1,l} - \gamma_{k+1,l} + \gamma_{k,l}, & \gamma_{k,l} &= \frac{a}{a_k} (\mu_{k,l} - \lambda_{k,l} \cos \varphi_{k-1}). \end{aligned} \quad (2.5)$$

3. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ РАСТЯЖЕНИЯ МЕМБРАНЫ

В работе [8] при вычислении потенциальной энергии мембраны профиля её искривление считалось малым и учитывалось только заданное предварительное натяжение с усилием N^0 . Здесь усилие N будем определять, считая деформацию растяжения мембраны конечной

$$N = Eh\varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2, \quad (3.1)$$

где E, h – модуль упругости и толщина мембраны.

Для слабоискривленной мембраны $N \approx \text{const}$ и $\varepsilon \approx \text{const}$. При этих условиях

$$\varepsilon = \frac{1}{l} \left[\Delta^0 + \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_r} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 dx \right]; \quad l = x_r - x_0; \quad (3.2)$$

Δ^0 – регулируемое увеличение расстояния между передней и задней кромками мембраны, которое в недеформированном состоянии равно l .

С учетом (1.1), (3.1), (3.2) усилие в мембране при конечных деформациях определяется как

$$N = N^0 + \frac{1}{2} \frac{Eh}{l} \sum_{k=1}^{r-1} \frac{1}{a_k} (v_k - v_{k-1}); \quad N^0 = \frac{Eh}{l} \Delta^0. \quad (3.3)$$

Потенциальная энергия растяжения мембраны в деформированном состоянии

$$\Pi = \frac{1}{2} \frac{l}{Eh} N^2. \quad (3.4)$$

Вариация потенциальной энергии мембраны будет

$$\delta\Pi = \sum_{k=1}^{r-1} \frac{\partial\Pi}{\partial v_k} \delta v_k, \quad (3.5)$$

$$\text{где } \frac{\partial\Pi}{\partial v_k} = \frac{l}{Eh} N \frac{\partial N}{\partial v_k} = N \left[-\frac{1}{a_k} v_{k-1} + \left(\frac{1}{a_k} + \frac{1}{a_{k+1}} \right) v_k - \frac{1}{a_{k+1}} v_{k+1} \right]; \quad (3.6)$$

N определяется по формуле (3.3).

4. УРАВНЕНИЯ СТАТИЧЕСКОЙ АЭРОУПРУГОСТИ МЕМБРАННОГО ПРОФИЛЯ

На основании принципа возможных перемещений (1.4) с учетом (2.5) и (3.5) уравнения аэроупругого равновесия мембранного профиля имеют вид

$$\frac{\partial\Pi}{\partial v_k} + \frac{2\rho U^2}{\pi\beta} \sum_{l=0}^{r+1} \sigma_{k,l} (v_l - v_{l-1}) = 0. \quad (4.1)$$

$$(k = 1, 2, \dots, r-1)$$

Аэродинамические нагрузки Δp , Y , M_0 (2.1), (2.3), (2.4) и потенциальная энергия деформации мембраны (3.3), (3.4) зависят только от разности перемещений $v_k - v_{k-1}$ ($k = 0, 1, \dots, r+1$) и поэтому перемещения определяются с точностью до произвольной константы, в качестве которой примем $v_0 = 0$.

Сумму в (4.1) преобразуем с учетом (1.2) и $v_0 = 0$

$$\sum_{l=0}^{r+1} \sigma_{k,l} (v_l - v_{l-1}) = \sum_{l=1}^{r-1} (\sigma_{k,l} - \sigma_{k,l+1}) v_l - \vartheta_0 [\sigma_{k,0} a_0 + \sigma_{k,r} l + \sigma_{k,r+1} a_{r+1}].$$

Тогда при заданном угле ϑ_0 уравнения (4.1) с учетом (3.6) записываются в виде

$$\tau \left[-\frac{a}{a_k} v_{k-1} + \left(\frac{a}{a_k} + \frac{a}{a_{k+1}} \right) v_k - \frac{a}{a_{k+1}} v_{k+1} \right] + \sum_{l=1}^{r-1} (\sigma_{k,l} - \sigma_{k,l+1}) v_l = \vartheta_0 [\sigma_{k,0} a_0 + \sigma_{k,r} l + \sigma_{k,r+1} a_{r+1}], \quad k = 1, 2, \dots, r-1. \quad (4.2)$$

где $v_{k-1} = v_0 = 0$ при $k = 1$ и $v_{k+1} = v_r = -\vartheta_0 l$ при $k = r-1$.

Безразмерный параметр в уравнениях (4.2)

$$\tau = \frac{\pi \beta N}{2 \rho U^2 a} \quad (4.3)$$

с учетом выражения для N (3.3) зависит квадратичным образом от перемещений $v_k - v_{k-1}$, $k = 1, 2, \dots, r-1$. Представим его в виде

$$\tau = \bar{N}^0 + \Delta \bar{N}, \quad (4.4)$$

$$\text{где } \bar{N}^0 = \frac{\pi \beta}{2 \rho U^2 a} N^0, \quad \Delta \bar{N} = \frac{\kappa}{2l} \sum_{k=1}^{r-1} \frac{1}{a_k} (v_k - v_{k-1})^2; \quad \kappa = \frac{\pi \beta E h}{2 \rho U^2 a}. \quad (4.5)$$

Для решения квазилинейной системы уравнений (4.2) будем использовать следующий алгоритм. Наряду с углом атаки ϑ_0 задается значение параметра τ , представляющего полное натяжение искривленной мембраны. Из уравнений (4.2) определяются перемещения мембраны v_1, v_2, \dots, v_{r-1} . После этого определяются аэродинамические нагрузки $\Delta p, Y, M_0$ (2.1), (2.3), (2.4) и аэродинамические коэффициенты

$$c_y = \frac{2Y}{\rho U^2 b}, \quad m_{z,0} = \frac{2M_0}{\rho U^2 b^2}; \quad b = 2a. \quad (4.6)$$

Затем определяется безразмерное дополнительное (нелинейное) усилие растяжения мембраны за счет её искривления $\Delta \bar{N}$ (4.5). После этого из соотношения (4.4) находится безразмерное усилие \bar{N}^0 , обусловленное соответствующим увеличением регулируемого расстояния Δ^0 (3.2) между передней и задней кромками мембраны

$$\bar{N}^0 = \tau - \Delta \bar{N}; \quad \Delta^0 = \frac{l}{\kappa} \bar{N}^0 \quad (4.7)$$

Если окажется, что $\bar{N}^0 < 0$, то это будет означать, что при заданном значении τ мембрана будет нерастянутой и ослабленной на величину $\Delta^0 < 0$.

В случае, когда величина Δ^0 фиксируется (не регулируется), то для решения нелинейных уравнений (4.2) можно использовать метод последовательных приближений. В первом приближении можно принять какое-либо подходящее значение $\tau^{(1)}$, например $\tau^{(1)} = \bar{N}^{(0)}$; после определения перемещений v_1, v_2, \dots, v_{r-1} по формуле (4.5), полагая $v_k = v_k^{(1)}$, вычисляется $\Delta \bar{N}^{(1)}$ и затем $\tau^{(2)} = \tau^{(1)} + \Delta \bar{N}^{(1)}$ для второго приближения. Процесс повторяется пока не будет достигнута заданная точность.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Примем следующие исходные данные для тонкого профиля с мембранной: $a = 1 \text{ м}$, $a_0 = l = 1 \text{ м}$; длина мембраны l разбивалась на $r = 20$ КЭ одинаковой длины $a_k = l/20$, $k = 1, 2, \dots, 20$; $a_{r+1} = a_{21} \approx 0$; угол тангажа $\vartheta_0 = 0.1 \text{ рад}$. Безразмерные параметры κ и τ варьируются; при построении графиков вместо τ будем использовать обратную величину $\lambda = \tau^{-1}$ (которая использовалась при решении линейной задачи [8]).

На рис.2,3 приведены безразмерные прогибы мембраны $v(x)/a$ и распределение вдоль хорды профиля безразмерного давления $\Delta \bar{p} = \frac{\beta}{2\rho U^2} \Delta p$ при различных значениях λ . Значение $\lambda = \lambda_{\text{кр}} = 0.79$ является критическим: при значении $\lambda_{\text{кр}}$ происходит потеря устойчивости мембраны в потоке и она выворачивается в обратную сторону. Критическое значение $\lambda_{\text{кр}} = 0.79$ точно определяется в линейной задаче [8]. В нелинейной задаче оно близко к этому значению.

На рис.4,5 приведены зависимости аэродинамических коэффициентов профиля c_y и $m_{z,0}$ от параметра λ , включая область потери устойчивости мембраны при $\lambda \approx \lambda_{\text{кр}}$, где эти значения стремятся к $\pm \infty$.

На рис.6 приведены значения безразмерного усилия в мембране \bar{N}^0 , создаваемого регулируемым увеличением расстояния Δ^0 между передней и задней кромками мембраны ($\bar{N}^0 = \Delta^0 \kappa / l$), в зависимости от λ при различных значениях параметра κ . Здесь же приведены значения \bar{N}^0 , которые получаются из решения линейной задачи [8]. Как видно из решения нелинейной задачи, при определенных значениях λ и κ усилия \bar{N}^0 становится отрицательными, что соответствует сближению кромок мембраны при $\Delta^0 < 0$.

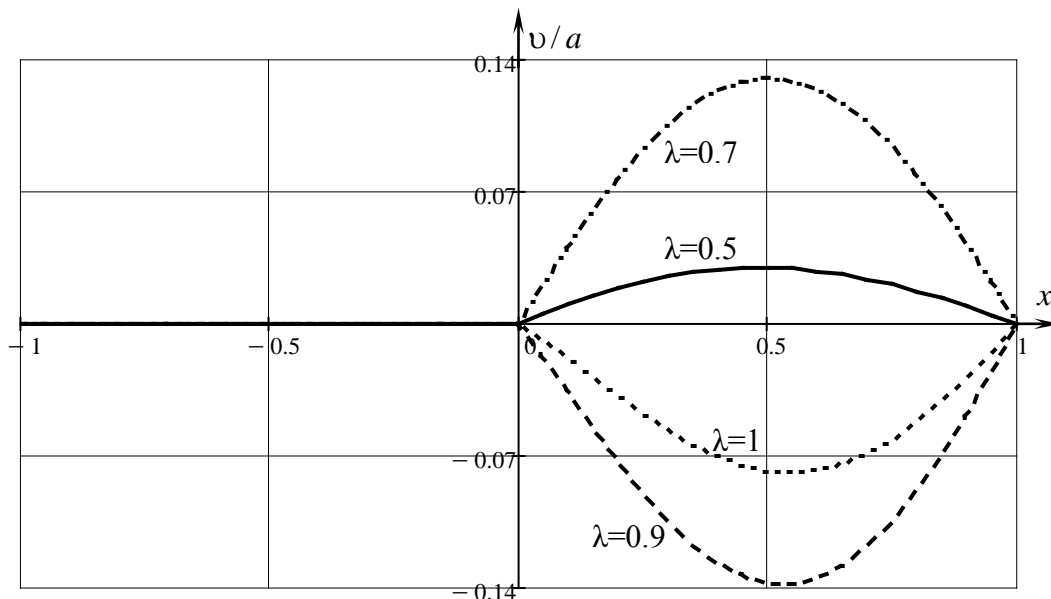


Рис.2.

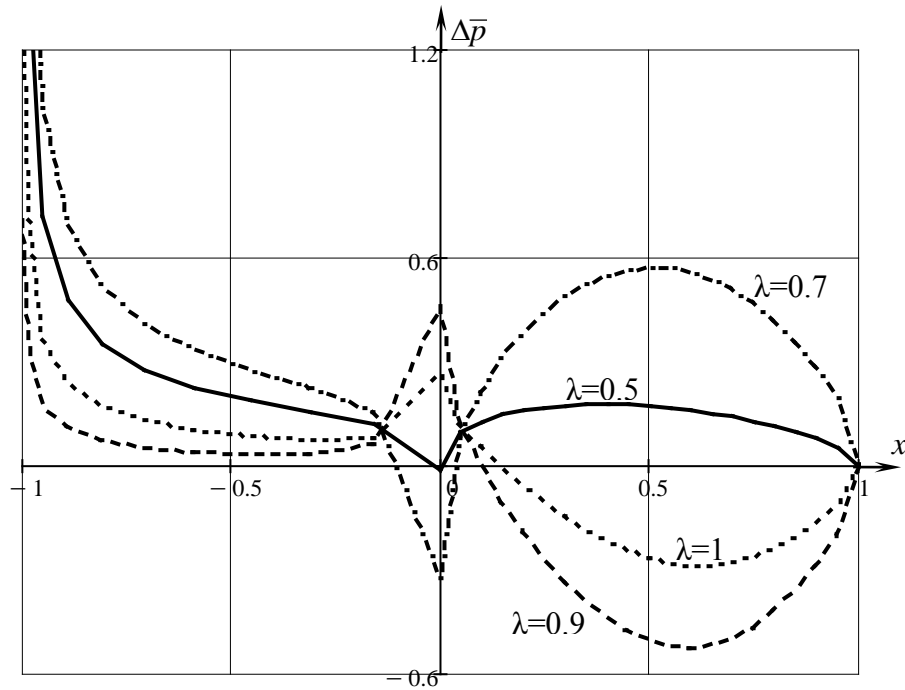


Рис.3.

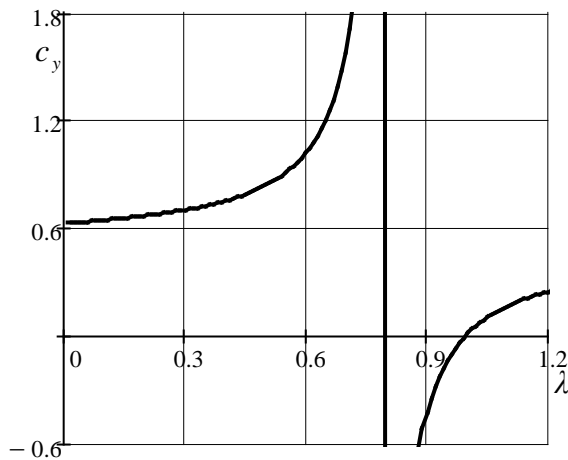


Рис.4.

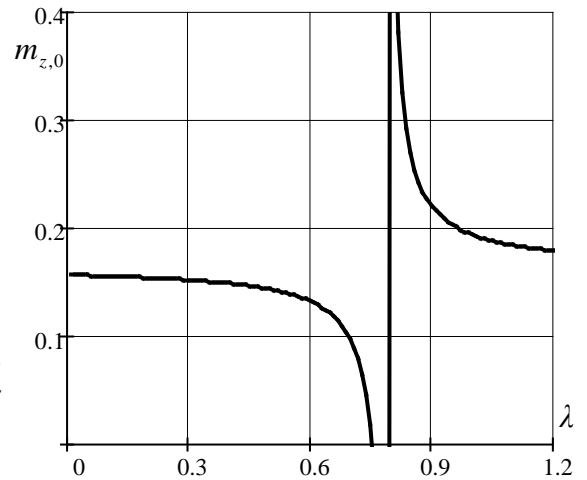


Рис.5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено решение статической задачи аэроупругости тонкого профиля крыла, обтекаемого дозвуковым потоком, с встроенной мембранной, деформация растяжения которой считается геометрически нелинейной. Определены прогибы мембраны, распределение аэродинамического давления вдоль хорды и аэродинамические коэффициенты c_y , $m_{z,0}$ профиля с деформируемой мембранной. Показано, что путем регулирования натяжения мембраны можно управлять этими коэффициентами. Выполнены сравнения с решениями соответствующей линейной задачи при малых деформациях мембраны.

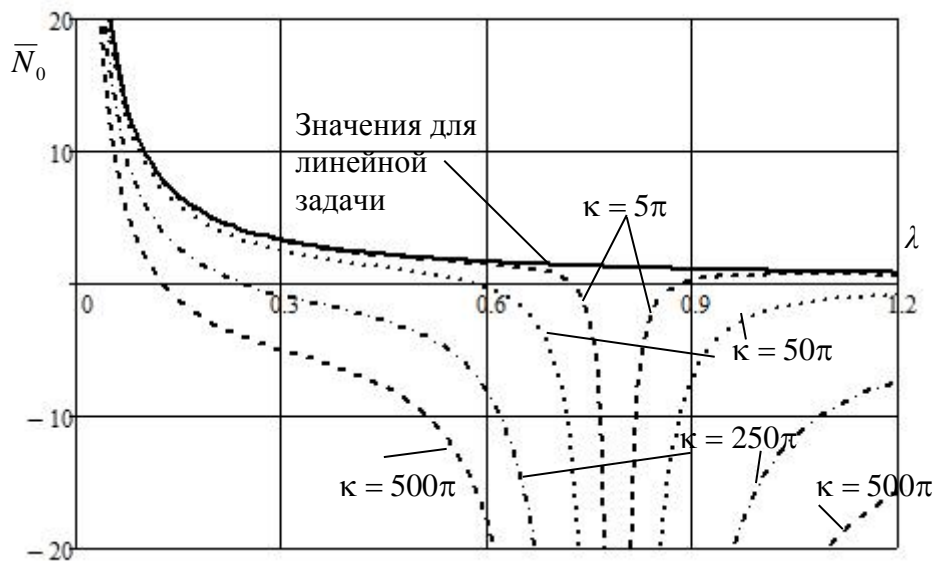


Рис.6.

ЛИТЕРАТУРА

1. Thwaites B. *Aerodynamics of sails. 1. Two-dimensional sails. Proceedings of Royal Society of London.* –1961. – Series A. – Vol.261. – No.1306. – Pp.402-422.
2. Ormiston R.A. *Theoretical and experimental aerodynamics of the sail wing // J. Aircraft.* – 1971. – Vol.8. – No.2. – Pp.77-84.
3. Брутян М.А., Крапивский П.Л. *К теории паруса // Доклады АН СССР.* – 1983. – Т.268. – №3. – С.563-565.
4. Брутян М.А., Крапивский П.Л. *Теория тонкого деформируемого профиля // Труды ЦАГИ.* – 1983. – Вып.2216. – С.3-21.
5. Stanford B., Ifju P., Albertani R., Shyy W. *Fixed membrane wings for micro air vehicles: experimental characterization, numerical modeling, and tailoring // J. Progress in Aerospace Sciences.* – 2008. – Vol.44. – No.4. – Pp.258-294.
6. Beguin B., Breitsamter C., Adams N. *Aerodynamic investigation of a morphing membrane wing // AIAA Journal.* – 2012. – Vol.50. – No.11. – Pp.2588-2599.
7. Curet O.M., Carrere A., Waldman R., Breuer K.S. *Aerodynamic characterization of a wing membrane with variable compliance // AIAA Journal.* – 2014. – Vol.52. – No.8. – Pp.1749-1756.
8. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. *Деформация и аэродинамические характеристики профиля мембранного крыла при дозвуковом обтекании // Вестник Московского авиационного института.* – 2014. – Т.21. – №5. – С.7-12.
9. Бисплингхофф Р.Л., Эшли Х., Халфмен Р.Л. *Аэроупругость.* – М.: Изд-во иностранной литературы, 1958. – 800 с.
10. Шклярчук Ф.Н. *Аэроупругость самолета.* – М.: Изд-во МАИ, 1985. – 77 с.
11. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. *Динамика упругих управляемых конструкций.* – М.: Изд-во МАИ, 2007. – 328 с.

REFERENCES

1. Thwaites B. *Aerodynamics of sails. 1. Two-dimensional sails. Proceedings of Royal*

- Society of London, 1961, Series A, Vol.261, No.1306, Pp.402-422.
2. Ormiston R.A. *Theoretical and experimental aerodynamics of the sail wing*. J. Aircraft. 1971, Vol.8, No.2, Pp.77-84.
 3. Brutyan M.A., Krapivskii P.L. *K teorii parusa [To the theory of a sail]*. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1983, Vol.268, No.3, Pp.563-565.
 4. Brutyan M.A., Krapivskii P.L. *Teoriia tonkogo deformiruemogo profilia [The theory of a thin deformable airfoil]*. Trudy TsAGI, 1983, Iss.2216, Pp.3-21.
 5. Stanford B., Ifju P., Albertani R., Shyy W. *Fixed membrane wings for micro air vehicles: experimental characterization, numerical modeling, and tailoring*. J. Progress in Aerospace Sciences, 2008, Vol.44, No.4, Pp.258-294.
 6. Beguin B., Breitsamter C., Adams N. *Aerodynamic investigation of a morphing membrane wing*. AIAA Journal, 2012, Vol.50, No.11, Pp.2588-2599.
 7. Curet O.M., Carrere A., Waldman R., Breuer K.S. *Aerodynamic characterization of a wing membrane with variable compliance*. AIAA Journal, 2014, Vol.52, No.8, Pp.1749-1756.
 8. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. *Deformatsiia i aerodinamicheskie kharakteristiki profilia membrannogo kryla pri dozvukovom obtekanii [Deformation and aerodynamic characteristics of a membrane wing airfoil in subsonic flow]*. Vestnik Moskovskogo Aviatsionnogo Instituta, 2014, Vol.21, No.5, Pp.7-12.
 9. Bisplinghoff R.L., Ashley H., Halfman R.L. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Cambridge, Mass. 1955, 860 p.
 10. Shklyarchuk F.N. *Aerouprugost samoleta [Aeroelasticity of airplane]*. Moscow, MAI, 1985, 77 p.
 11. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. *Dinamika uprugikh upravlyaemykh konstruksii [Dynamics of elastic controlled structures]*. Moscow, MAI, 2007, 328 p.

Поступила в редакцию 11 октября 2016 года.

Сведения об авторах:

Гришанина Татьяна Витальевна – д.ф.-м.н., проф., кафедра «Прочность авиационных и ракетно-космических конструкций», Государственное образовательное учреждение высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: grishaninatat@list.ru
Шклярчук Федор Николаевич – д.т.н., проф., гл.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: shklyarchuk@list.ru