УДК 539.3

ДЕЙСТВИЕ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА УДЛИНЕННУЮ ТОНКОСТЕННУЮ КОНСТРУКЦИЮ С ЧАСТИЧНО РАЗРУШЕННЫМ ТЕПЛОЗАЩИТНЫМ ПОКРЫТИЕМ[1]

Антуфьев Б.А.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Приближенно решена задача о динамическом деформировании двухслойной композиционной удлиненной тонкостенной конструкции под действием нормальной к ее оси подвижной инерционной нагрузки. Внутренний слой конструкции является несущим и обеспечивает ее прочность. Внешний слой представляет собой теплозащитное покрытие, частично разрушенное в процессе эксплуатации. Считается, что массовые характеристики обоих слоев соизмеримы между собой, а жесткостные характеристики защитного слоя малы по сравнению с соответствующими характеристиками несущей поверхности. Вследствие этого теплозащитное покрытие трактуется как инерционный слой, изменяющий только динамические свойства конструкции в целом.

Отсек удлиненной конструкции моделируется балкой. Свойства теплозащитного покрытия входят в уравнение изгибных колебаний балки через силы инерции. Локальное повреждение описывается с помощью обобщенных функций. Подвижная нагрузка имитируется бесконечной равномерно распределенной нормальной погонной силой, движущейся вдоль балки с постоянной скоростью. Вследствие этого инерционные силы имеют более сложную структуру, чем в случае квазистатической постановки проблемы, когда прогиб балки зависит только от её продольной координаты. Задача сводится к дифференциальному уравнению изгибных колебаний балки в частных производных с разрывным по продольной координате коэффициентом. Скорость движения нагрузки входит в уравнение в качестве параметра.

Для решения используется метод Бубнова, в соответствии с которым прогиб балки представляется в виде ряда по задаваемым координатным функциям с неизвестными коэффициентами, которые рассматриваются в качестве обобщённых координат. Задача сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно обобщенных координат, решение которой можно получить только численно. В частном случае слабого инерционного взаимодействия между разными формами колебаний балки эта система распадается на отдельные уравнения, из решения которых определяются парциальные частоты колебаний поврежденной конструкции. На основании динамического критерия устойчивости, приравнивая эти частоты к нулю, определяются критические скорости движения нагрузки.

Даны примеры определения динамических прогибов конструкции, частот колебаний и критических скоростей в зависимости от величины зоны разрушения теплозащитного покрытия.

Ключевые слова: двухслойная композиционная оболочка; балочная модель; теплозащитное покрытие; локальное повреждение; подвижная нагрузка; собственные частоты колебаний; критические скорости движения

[1] *Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-08-00261.*

DYNAMIC LOAD ON ELONGATED THIN-WALLED STRUCTURE WITH PARTIALLY DESTROYED THERMAL BARRIER COATING

Antufyev B.A.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

ABSTRACT

The paper offers an approximate solution of a problem about dynamic deformation of a double-layered composite elongated thin-walled structure by lateral inertia live load. The inner layer of structure is load bearing and ensures structural strength while the outer layer is a thermal insulation coating which has been partially destroyed during operation. The mass properties of both layers are commensurable, the stiffness properties of the insulation coating are small as compared with the corresponding properties of the load-bearing layer. Consequently, the thermal insulation coating is considered to be as an inertia layer, which changes only dynamic properties of the structure as a whole.

A fragment of the considered elongated structure is presented as a dynamic beam model based on the technical beam flexural theory. The properties of the thermal insulation coating enter into the flexural vibrations equation via inertia force. A local damage of the insulation coating is given by generic functions. The problem to be resolved is presented within a time interval assuming that the beam deflects not only longitudinally but also during a period of time. The live load is simulated by infinite evenly distributed normal lineal force travelling in the longitudinal axis of the beam with a constant speed. As a result of the above, the inertia forces of such load have more complex structure than those in a quasi-static model where a beam deflection depends only on its longitudinal coordinate. The problem reduces to a partial differential equation of beam deflections with a discontinuous coefficient on longitudinal coordinate, which depends on local damages of the insulation coating. The equation also includes the speed of the load as an additional parameter. The solution uses the Bubnov method according to which the beam deflection is represented as a series of set coordinated function. Ultimately, the problem reduces to a system of differential equations of second order in ordinary derivatives with regards to unknown function of time (generic coordinates) which can have a numerical solution only. In a particular case of weak inertia interaction between different forms of beam vibrations, such system will fall into separate equations. The solution of those equations can help analytically find partial frequency of vibrations of the damaged structure. The dynamic criterion of stability and setting such frequencies equal to zero will lead to finding the series of critical speeds of the load.

The paper presents a number of examples of finding dynamic deflections of structure, oscillation frequency and critical speeds depending on the damaged area of the thermal insulation coating. The paper also visualizes parametric studies of various factors affecting the target values.

Keywords: double-layer composite coating, beam model, thermal insulation coating, local damage, moving load, eigenfrequencies, critical speeds.

ВВЕДЕНИЕ

Элементы конструкций летательных аппаратов (ЛА) в полете в ряде случаев находятся под действием подвижной нагрузки и испытывают при этом значительный аэродинамический нагрев. Для борьбы с ним поверхность тонкостенных конструкций ЛА покрывают специальным композиционным теплозащитным слоем, часть которого в процессе эксплуатации может быть разрушена. Все это вместе взятое ведет к необходимости исследования нестационарного деформирования элементов тонкостенных конструкций ЛА с частично уничтоженным теплозащитным покрытием при действии подвижных нагрузок.

Обзор работ о действии движущихся сил на модели гладких одно и двумерных упругих конструкций приведен, например, в [1-3]. Разноплановые задачи рассмотрены, например, в статьях [4-7]. Однако учёт влияния целых, а тем более частично поврежденных теплозащитных покрытий на динамику этих систем не исследовался за исключением статей [8,9]. В предлагаемой работе приведена попытка хотя бы частично устранить этот пробел. Для решения задачи предложена оригинальная композиционная двухслойная модель удлиненной оболочки отсека ЛА.

Рассмотрим удлиненную тонкостенную композиционную конструкцию, состоящую из двух слоев. Ее внутренний слой является несущим, а внешний – теплозащитным покрытием с погонной массой соизмеримой с погонной массой внутренней оболочки, но пренебрежимо малыми жесткостными характеристиками. Вследствие этого всю конструкцию будем рассматривать как оригинальную двухслойную оболочку, внутренняя часть которой обеспечивает необходимую прочность, а внешняя обеспечивает тепловую защиту и трактуется как инерционный слой, изменяющий только динамические свойства системы в целом.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В первом приближении отсек моделируется в виде двухопорной тонкостенной балки с длиной l и погонной массой m_0. Считается, что внешнее композиционное защитное покрытие с погонной массой m_1 в процессе эксплуатации полностью уничтожено на длине L, как показано на рис.1.

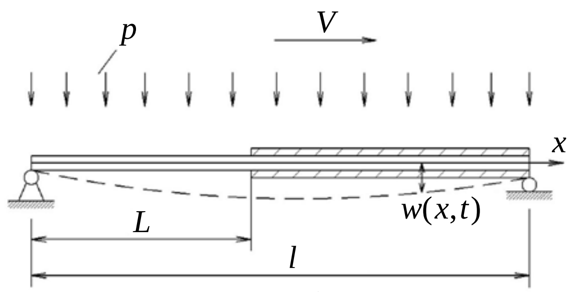

Рис.1.

Вдоль балки с постоянной скоростью V движется бесконечная нормальная инерционная нагрузка интенсивности p. На рис.1 оставшаяся часть защитного покрытия заштрихована, а подвижная нагрузка условно показана в виде равномерно распределенных погонных сил.

Задачу решаем в динамической постановке, считая, что прогибы балки w изменяются не только вдоль оси x, но и во времени t. При этом кривая прогиба $w(x,t)$ одновременно является и траекторией движения нагрузки. Так как за фиксированное время t элемент подвижной нагрузки проходит расстояние $x = Vt$, то проекция скорости этого элемента dw/dt на нормаль к оси балки и его вертикальное ускорение d^2w/dt^2 будут уже полными производными [1,2]

$$\frac{dw}{dt}=\frac{\partial w}{\partial t}+V\frac{\partial w}{\partial x},\qquad \frac{d^2w}{dt^2}=\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2V\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+V^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \tag{1}$$

Второе слагаемое в формуле для ускорений содержит смешанную производную соответствующую ускорению Кориолиса и при решении практических задач им обычно пренебрегают [1,2]. В этом случае гравитационная и инерционная нагрузки на балку суммарно составят

$$m_0 g+m_1 g\Psi+p-\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\left(m_0+m_1\Psi+\frac{p}{g}\right)-\frac{p}{g}V^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \tag{2}$$

где g – гравитационное ускорение. Функция Ψ задает область повреждения теплозащитного слоя и определяется следующим образом

$$\Psi=\left\{\begin{matrix}0 & x\in L\\ 1 & x\notin L\end{matrix}\right\}. \tag{3}$$

Для описания динамического поведения двухслойной композиционной балочной модели оболочки используем уравнение ее поперечных колебаний, принимающее в рассматриваемом случае с учетом (2) вид

$$EJ\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{p}{g}V^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(m_0+m_1\Psi+\frac{p}{g})=m_0 g+m_1 g\Psi+p, \tag{4}$$

где EJ – изгибная жесткость балки. Уравнение (4) является дифференциальным уравнением в частных производных с разрывным по продольной координате x коэффициентом Ψ, связанным с локальным повреждением теплозащитного слоя. Кроме того оно содержит в качестве параметра скорость движения нагрузки V.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для решения (4) используем метод Бубнова, в соответствии с которым представим нормальные перемещения балки $w(x,t)$ в виде разложения

$$w(x,t)=\sum_{i=1}^{N}w_i(t)\varphi_1(x), \tag{5}$$

где $w_i(t)$ – неизвестные функции времени (обобщенные координаты), а $\varphi_i(x)$ – формы колебаний гладкой балки в вакууме. Подставляя разложение (5) в уравнение (4) и применяя к последнему процедуру метода Бубнова, сведем задачу к системе обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно функций $w_i(t)$. В матричной форме записи она имеет вид

$$M\ddot{W}+K_{(V)}W=P, \tag{6}$$

где M и $K_{(V)}$ – квадратные матрицы масс и жесткости балки, а W и P – векторы неизвестных функций $w_i(t)$ и гравитационных нагрузок соответственно

$$M=[m_{ij}],\quad K_{(V)}=[k_{ij(V)}],\quad W=\{w_j\},\quad P=\{p_j\}. \tag{7}$$

Элементы этих матриц и вектора имеют вид

$$m_{ij}=(m_0+\frac{p}{g})\int_0^l\varphi_i\varphi_j dx+m_1\int_0^l\Psi\varphi_i\varphi_j dx, \tag{8}$$

$$k_{ij(V)}=EJ\int_0^l\varphi_i^{IV}\varphi_j dx+\frac{p}{g}V^2\int_0^l\varphi_i''\varphi_j dx,\quad p_j=(mg+p)\int_0^l\varphi_j dx+m_1 g\int_0^l\Psi\varphi_j dx.$$

В формулах (8) штрихами над функциями φ_i обозначены их производные по продольной координате *x*. В уравнениях (6) вся матрица жесткости *К* и первое слагаемое матрицы масс *M* диагональны вследствие ортогональности аппроксимирующих функций φ_i выбранных в виде собственных форм колебаний балки. Решение системы (6) в высоких приближениях можно получить только численно. Ее особенностью является то, что в элементы матрицы жесткости *К* в виде параметра входит скорость движения *V* нагрузки *p*. При некоторых ее значениях называемых критическими прогибы балки *w* начинают лавинообразно нарастать, что можно трактовать как потерю устойчивости конструкции. В первом приближении их можно определить, считая внедиагональные члены в матрице масс *M* малыми по сравнению с диагональными, что соответствует слабому инерционному взаимодействию между разными формами колебаний балки. Тогда система (6) распадается на отдельные несвязанные между собой уравнения вида

$$\frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} + \omega_i^2 w_i = p_i / m_i \quad (i = 1, 2, \ldots N), \tag{9}$$

где $\omega_i^2 = k_{i(V)} / m_i$ – квадрат собственной частоты колебаний балки по *i*-ой форме, коэффициенты k_i, m_i и p_i определяются по (8) при $i = j$. Влияние теплозащитного покрытия сказывается только на динамических свойствах конструкции, важнейшими из которых являются частоты собственных колебаний. Для каждой *i*-ой формы движения балки квадрат собственной частоты колебаний равен

$$\omega_i^2 = \frac{EJ\int_0^l \varphi_i^{IV}\varphi_i dx + \frac{p}{g}V^2\int_0^l \varphi_i''\varphi_i dx}{(m_0 + \frac{p}{g})\int_0^l \varphi_i^2 dx + m_1\int_0^l \Psi\varphi_i^2 dx} \quad (i = 1, 2, \ldots N). \tag{10}$$

Из (10) в соответствии с динамическим критерием устойчивости критические значения искомых величин (в данном случае – квадрата скорости движения нагрузки V^2) определяются из условия $\omega_i^2 = 0$.

$$V_{KPi}^2 = \left| \frac{EJ\int_0^l \varphi_i^{IV}\varphi_i dx}{\frac{p}{g}\int_0^l \varphi_i''\varphi_i dx} \right| \quad (i = 1, 2, \ldots N) \tag{11}$$

Таким образом, величина критической нагрузки определяется жесткостными свойствами балки и от теплозащитного покрытия не зависит. Прогиб балки $w(x,t)$ задают решения уравнений (9) равные

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^N w_i(t)\varphi_i(x) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{p_i}{k_i}(1 - \cos\omega_i t) + C_{1i}\sin\omega_i t + C_{2i}\cos\omega_i t \right]\varphi_i(x), \tag{12}$$

где p_i, k_i определяются по (8), а ω_i – по (10). Постоянные интегрирования C_{1i} и C_{2i} находятся из начальных условий.

3. ПРИМЕРЫ

Пусть несущий слой балочной модели оболочки имеет тонкостенное кольцевое поперечное сечение с радиусом R и толщиной стенки δ. Аппроксимирующие функции в (5) принимаем в виде $\varphi_i = \sin(i\pi x)/l$. Тогда из (11) минимальная критическая скорость движения нагрузки, соответствующая наиболее простой форме колебаний гладкой балки при $i=1$, составит $V_{KP}^2 = EJg\pi^2/(pl^2)$, что полностью совпадает с данными работы [1].

Если расположение разрушенного участка защитного слоя длиной L соответствует рис. 1, то безразмерный квадрат частоты собственных колебаний ω_*^2 составит

$$\omega_*^2 = \frac{\omega^2 \rho R^2}{E} = \frac{\pi^2}{4} \frac{(1 - V^2/V_{KP}^2)}{(1 + \overline{p} + Fm_1/m_0)},$$

где $p_* = p/gm$, $F = 1 - L/l + \sin(2\pi L/l)/2\pi$. Для балки длиной $l = 20R$ и соотношением масс $m_1/m_0 = 2$ на рис.2 показана зависимость $\omega_*^2 \cdot 10^4$ от безразмерной длины разрушенного защитного слоя L/l при квадрате скорости движения нагрузки $V^2 = V_{KP}^2/2$. Кривая 1 соответствует безразмерной погонной подвижной силе $p_* = p/gm = 1$, а кривая 2 – силе $p_* = 2$.

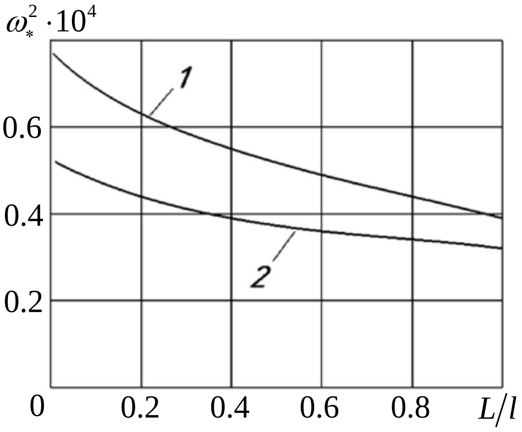

Рис.2.

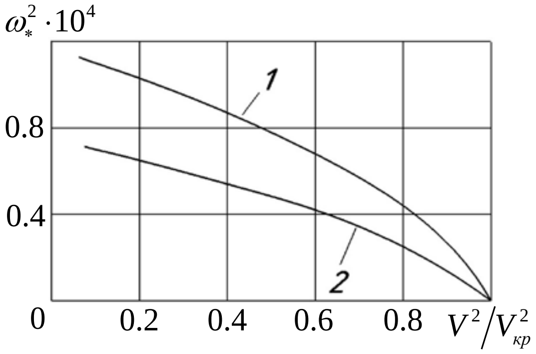

Рис.3.

На рис.3 показана зависимость $\omega_*^2 \cdot 10^4$ от V^2/V_{KP}^2 при $L/l = 0{,}5$. Кривые 1 и 2 соответствует безразмерным подвижным силам $p_* = 1$ и $p_* = 2$.

При определении динамического прогиба балки в рядах (5) сохранялось 10 слагаемых, что обеспечивает удовлетворительную точность получаемых результатов. На рис.4 показана зависимость безразмерного прогиба $w_* \cdot 10^{-4}$ ($w = w_* \rho g R^2/E$) центра балки ($x = l/2$) от безразмерного квадрата скорости движения нагрузки V^2/V_{KP}^2 при $p_* = p/gm = 2$ и $m_1/m_0 = 2$. Кривые 1 и 2 соответствуют балкам с длиной разрушенных участков равных соответственно $L/l = 0{,}25$ и $L/l = 0{,}5$. Кривая 3 показывает прогиб балки с неповрежденной защитой. Горизонтальная пунктирная линия соответствует нормальному перемещению от статического суммарного действия гравитационной gm_0

и равной ей погонной силы p [10]. При приближении скорости движения нагрузки к критической $(V \to V_{KP})$ прогибы балки неограниченно увеличиваются.

На рис.5 приводится зависимость прогиба центра балки $w_* \cdot 10^{-4}$ от соотношения погонных масс m_1 / m защитного слоя и несущей части. Эти расчеты проводились при $V^2 = V_{KP}^2 / 4$ и $L / l = 0,25$. Кривая 1 соответствует безразмерной подвижной силе $p_* = 2$, а кривая 2 – $p_* = 1$.

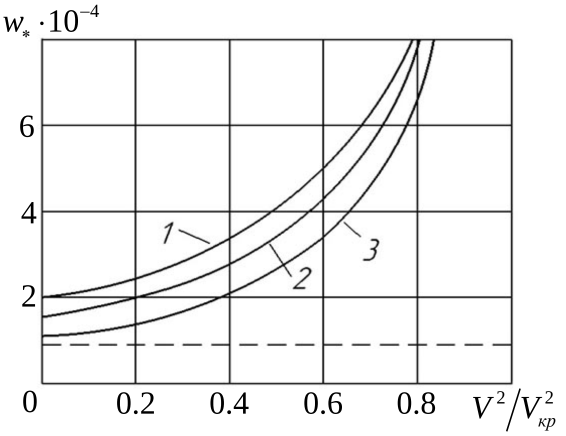

Рис. 4

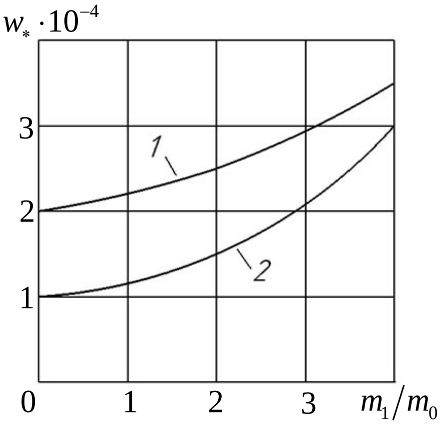

Рис. 5

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена композиционная модель удлиненной тонкостенной конструкции состоящей из двух слоев, один из которых обеспечивает ее необходимую прочность, а другой является теплозащитным покрытием с локальным повреждением. Основываясь на этой модели приближенно, решена задача о нестационарном деформировании рассматриваемой модели конструкции под действием подвижной нормальной нагрузки. Проблема сводится к дифференциальному уравнению движения оболочки в частных производных с разрывным коэффициентом масс. Его наличие связано с локальным повреждением теплозащитного слоя, расположение которого задается с помощью обобщенных функций. Кроме динамического деформированного состояния определены еще и собственные частоты колебаний двухслойной оболочки в зависимости от степени разрушения защитного слоя. Основываясь на динамическом критерии устойчивости определен ряд критических скоростей движения нагрузки и численно показано, что при приближении ее скорости к критической прогибы оболочки неограниченно возрастают.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коноплев Ю.Г., Якушев Р.С. *Лекции по динамике сооружений с подвижными нагрузками*. – Казань: Отечество, 2003. – 208 с.
2. Пановко Я.Г., Губанова И.И. *Устойчивость и колебания упругих систем.* – М.: Наука, 1977. – 383 с.
3. Якушев В.З. *Динамика деформируемых систем под действием движущихся нагрузок* / Исследования по теории пластин и оболочек. – Казань: Изд-во КГУ, 1990. – С.233-307.

4. Глинов А.П. *Анализ изгибных колебаний балки, обусловленных движением погонной нагрузки* // ПММ. – 1995. – Т.59. – Вып.3. – С.626-633.
5. Каплунов Ю.Д., Муравский Г.Б. *Действие равномерно движущейся силы на балку Тимошенко, лежащую на упругом основании* // ПММ. – 1987. – Т.51. – Вып.3. – С.475-482.
6. Муравский Г.Б, Поволоцкая М.Ф. *К вопросу о действии подвижной нагрузки на деформируемые системы* // Строительная механика и расчет сооружений. – 1988. – №3. – С.38-42.
7. Якушев Р.С. *Устойчивость цилиндрической оболочки под действием подвижной поверхностной нагрузки* // Исследования по теории пластин и оболочек. – 1979. – Вып.14. – С.203-205.
8. Антуфьев Б.А. *Динамика пологой оболочки с частично поврежденным защитным слоем* // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2002. – №4. – С.7-9.
9. Антуфьев Б.А. *Температурная деформация пологой цилиндрической оболочки при локальном повреждении ее защитного слоя* // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2008. – №1. – С.6-9.
10. *Прочность. Устойчивость. Колебания*: Справочник. Т.1 – М.: Машиностроение, 1968. – 831 с.

REFERENCES

1. Konoplev Y.G., Yakushev R.S. *Lektsii po dinamike sooruzheniy s podvizhnimi nagruzkami [Lectures on dynamics of structures under moving loads]*. Kazan, Otechestvo, 2003, 208 p.
2. Panovko Y.G., Gubanova I.I. *Ustoychivost i kolebaniya uprugikh sistem [Stability and vibrations of elastic systems]*. Moskva, Nauka, 1977, 383 p.
3. Yakushev V.Z. *Dinamika deformiruemykh system pod deystviyem dvizhushchikhsya nagruzok [Dynamics of systems deformed by live loads]*. Issledovania po teorii plastin i obolochek, Kazan, Izd-vo KGU, 1990, Pp.233-307.
4. Glinov A.P. *Analiz izgibnykh kolebanii balki, obuslovlennykh dvizheniem pogonnoi nagruzki [Analysis of bending vibrations of the beam caused by the movement of the load per unit length]*. J. Appl. Math. Mech., 1995, Vol.59, Iss.3, Pp.626-633.
5. Kaplunov Iu.D., Muravskii G.B. *Deistvie ravnomerno dvizhushcheisia sily na balku Timoshenko, lezhashchuiu na uprugom osnovanii [The action of a uniformly moving force on the Tymoshenko beam, lying on the elastic basis]*. J. Appl. Math. Mech., 1987, Vol.51, Iss.3, Pp.475-482.
6. Muravskii G.B, Povolotskaia M.F. *K voprosu o deistvii podvizhnoi nagruzki na deformiruemye sistemy [On the question of moving load acting on the deformable systems]*. Stroitel'naia mekhanika i raschet sooruzhenii, 1988, No.3, Pp.38-42.
7. Iakushev R.S. *Ustoichivost' tsilindricheskoi obolochki pod deistviem podvizhnoi poverkhnostnoi nagruzki [Stability of cylindrical shells under the action of the moving surface load]*. Issledovaniia po teorii plastin i obolochek, 1979, Iss.14, Pp.203-205.
8. Antuf'ev B.A. *Dinamika pologoi obolochki s chastichno povrezhdennym zashchitnym sloem [Dynamics of a shallow shell with a partially damaged protective layer]*. Izv. VUZ. AviatsionnayaTekhnika, 2002, No.4, Pp.7-9.
9. Antuf'ev B.A. *Temperaturnaia deformatsiia pologoi tsilindricheskoi obolochki pri lokal'nom povrezhdenii ee zashchitnogo sloia [Thermal deformation of a shallow cylindrical shell under local damage its protective layer]*. Izv. VUZ, AviatsionnayaTekhnika, 2008, No.1, Pp.6-9.

10. *Prochnost. Ustoychivost. Kolebaniya [Strength. Stability. Vibrations: Reference Guide. Vol.1]*. Spravochnik. Vol.1, Moskva, Mashinostroyeniye, 1968, 831 p.

Поступила в редакцию 6 марта 2016 года.

Сведения об авторе:

Антуфьев Борис Андреевич – д.т.н., проф., Кафедра 902, Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: antufjev.bor@yandex.ru