

## РАСЧЕТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СТЕНКИ МНОГОСЛОЙНОЙ ТРУБЫ ИЗ НЕОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ<sup>1</sup>

Гришаева Н.Ю.<sup>1,2</sup>, Люкшин П.А.<sup>1</sup>, Люкшин Б.А.<sup>1,2,3</sup>, Реутов Ю.А.<sup>1,3</sup>, Реутов А.И.<sup>2</sup>,  
Бочкарева С.А.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск, Россия*

<sup>2</sup>*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск, Россия*

<sup>3</sup>*Национальный исследовательский Томский государственный университет, г. Томск, Россия*

### АННОТАЦИЯ

В условиях эксплуатации трубопроводов в холодном климате актуальна задача повышения теплозащиты стенок труб. В работе анализируются теплоизолирующие свойства стенки многослойной трубы в зависимости от соотношения толщин несущих (силовых) и теплоизолирующих слоев. Показано, как свойства вспененного полиэтилена, используемого в качестве материала для теплоизолирующего слоя, зависят от его пористости. Определение коэффициента теплопроводности вспененного полиэтилена основано на решении задачи теплопроводности. На одной из границ прямоугольной области задается поток тепла, а на противоположной границе – температура. Расчетная область рассматривается как представительный объем неоднородного материала, состоящей из непрерывной фазы, матрицы (полиэтилен) и армирующих включений (воздух). Высокая степень пористости в модели достигается за счет наполнения включениям различных размеров [1,2]. В этом случае между наиболее крупными включениями можно разместить более мелкие, и далее этот процесс продолжить за счет размещения еще более мелких включений. Задача о распределении температуры в неоднородном материале решается методом конечных элементов в плоской и объемной постановке. Реализация проводится с использованием различных стандартных и авторских пакетов программ.

**Ключевые слова:** многослойные трубы; теплофизические характеристики; теплозащитные свойства; метод конечных элементов

## THE CALCULATION OF THE THERMAL CONDUCTIVITY OF THE WALL OF MULTILAYER PIPES FROM THE HETEROGENEOUS MATERIALS

Grishaeva N.Y.<sup>1,2</sup>, Ljukshin P.A.<sup>1</sup>, Ljukshin B.A.<sup>1,2,3</sup>,  
Reutov Y.A.<sup>1,3</sup>, Reutov A.I.<sup>2</sup>, Bochkareva S.A.<sup>1,2</sup>

---

<sup>1</sup> Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований государственных академий наук (ПФИ ГАН) на 2013-2020 годы по направлению фундаментальных исследований 23 "Механика деформирования и разрушения материалов, сред, изделий, конструкций, сооружений и триботехнических систем при механических нагрузках, воздействии физических полей и химически активных сред" тема 23.1.3.

<sup>1</sup>*Institute of Strength Physics and Materials Science Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russia*

<sup>2</sup>*Tomsk state university of control systems and radio electronics, Tomsk, Russia*

<sup>3</sup>*Tomsk state national research University, Tomsk, Russia*

## ABSTRACT

The use of pipelines in conditions of the cold climate challenge the improving thermal insulation of the pipe walls. The work analyses the insulating properties of a wall of a multi-layer pipes depending on the ratio of thickness of power and heat-insulating layers. It is shown how the properties of foamed polyethylene, used as material for heat insulation layer, depends on its porosity. Determination of the coefficient of heat conductivity of foamed polyethylene based on solving the problem of thermal conductivity. On one edge of the rectangular area, you specify heat flux, and across the border specify temperature. Estimated area is regarded as a representative volume of heterogeneous material, consisting of continuous phase matrix (polyethylene) and reinforcing inclusions (air). High degree of porosity in the model is achieved by filling the inclusions of different size [1,2]. In this case, between the major inclusions can accommodate smaller and further continue this process by placing more small inclusions. The problem of non-uniform temperature distribution in material is solved by the finite-element method in 2-D and 3-D analysis. The decision of the problem is carried out using a variety of standard and authored software packages.

**Keywords:** multilayered pipes; thermo physical characteristics; thermal insulation properties; finite-element method

## ВВЕДЕНИЕ

Системы трубопроводов являются основным видом транспорта жидких сред. Важнейшую роль трубопроводы играют, в частности, на нефтепромыслах. К трубам предъявляются требования по прочности, долговечности, весу, возможности проведения неразрушающего контроля и т.д. Основные месторождения углеводородов в России сосредоточены на территориях, для которых характерны крайне низкие температуры в зимнее время года, что создает дополнительные требования к теплофизическим свойствам материалов труб [3]. В настоящее время используются трубы из композиционных материалов, имеющие в своей конструкции 1) полимерные футеровки для сопротивления коррозионному воздействию агрессивных сред; 2) армирующие элементы из стальных либо синтетических нитей или лент для увеличения прочности; 3) теплоизолирующие слои для снижения теплопроводности через стенку трубы. Одним из таких теплоизоляционных материалов является вспененный полиэтилен.

Вопросами, которые исследуются в работе, являются следующие: 1) влияние пористости вспененного полимерного материала на его теплопроводность; 2) влияние толщин слоев вспененного полиэтилена и армирующих металлических элементов на плотность теплового потока.

## 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМПОЗИЦИЙ С ВЫСОКОЙ СТЕПЕНЬЮ НАПОЛНЕНИЯ (ПОРИСТОСТИ)

Для расчета эффективных значений коэффициента теплопроводности вспененного полиэтилена наполненная композиция, представляющая собой полиэтиленовую матрицу (ПЭ-100) с порами воздуха, моделируется в виде представительного объема, содержащего круглые включения (поры). Коэффициент теплопроводности для полиэтилена (ПЭ-100) принимался 0.38 Вт/м·К, воздуха 0.0244 Вт/м·К. Степень наполнения вспененного полиэтилена достигает 92.6%.

При высоких степенях наполнения (пористости) создание модели представительного объема возможно с использованием полидисперсной модели [4], но явное наличие сферических включений на одной конечно-элементной сетке при большой степени наполнения учесть невозможно, так как их размеры будут отличаться на порядки, поэтому расчет проводится в несколько этапов на разных масштабах, аналогично [1, 2].

На первом уровне анализа рассматривался полиэтилен с порами воздуха минимального для анализируемой композиции размера, и находятся эффективные характеристики соответствующего представительного элемента объема [4]. На втором уровне матрице присваиваются эти эффективные свойства композиции, и повторяется наполнение включениями большего размера. Аналогично повторяются расчеты на последующих уровнях. Фактически это означает, что поры меньших размеров заполняют пространство между крупными порами для достижения большей степени наполнения. Если степень наполнения включениями на каждом уровне имеет фиксированное значение, то фактическая итоговая степень наполнения на определенном уровне может быть рассчитана как

$$\varphi_n = x(1 - \varphi_{n-1}) + \varphi_{n-1}$$

где  $\varphi_n$  – итоговая степень наполнения  $n$ -го уровня;  $\varphi_{n-1}$  – итоговая степень наполнения  $n-1$ -го уровня;  $x$  – степень наполнения включениями  $n$ -го уровня.

Для достижения степени пористости 92.6% описанная процедура при решении плоской задачи повторялась четырежды, а при решении объемной задачи понадобилось 6 уровней.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Для расчета коэффициента теплопроводности неоднородных материалов чаще всего используются аналитические формулы [5-9], основанные на модельных представлениях ячейки материала, что связано с определенными трудностями, например, с выбором более подходящей модели и соответствующей ей формулы. Точность результатов, полученных по аналитическим формулам, зависит от материалов композиций [8-10], для большинства полимерных композиций расхождение экспериментальных и аналитических данных составляет более 10% [10] и увеличивается с ростом степени наполнения [5-9]. Обычно это связывают с тем, что не учитывается расположение включений, точнее, их взаимное влияние [10].

Эффективным и математически обоснованным методом, который учитывает все эти факторы, является метод асимптотического усреднения уравнений с быстроосциллирующими коэффициентами, который основан на идее, сформулированной Н.С. Бахваловым [10] и развитой в работах других авторов [11,12]. Особенности асимптотических методов в том, что точность получаемого

решения зависит от заданной погрешности, определяемой порядком последнего отброшенного члена ряда. Когда первое приближение не обеспечивает нужную точность, построение последующих представляет трудоемкую задачу. Данных о достоверности результатов, полученных с применением метода асимптотического усреднения (имеется в виду сравнение с экспериментальными значениями для разных материалов) и о пределах его применимости в литературе недостаточно.

### 2.1. Метод решения.

Определение коэффициента теплопроводности на основе численного решения задачи теплопроводности о распределении температуры в неоднородном материале [13-14] позволяет явно учитывать расположение и геометрию включений, межфазный слой, степень наполнения, теплофизические характеристики фаз композиции.

Вспененный полиэтилен моделируется ячейкой периодичности, представляющей собой матрицу, наполненную порами воздуха. Схема расчетной области для решения стационарной задачи теплопроводности приведена на рис.1. Задача решается методом конечных элементов [15].

На верхней границе (рис.1) задается поток тепла, а на противоположной – температура

$$T|_{AB} = 0, \quad q|_{DC} = const$$

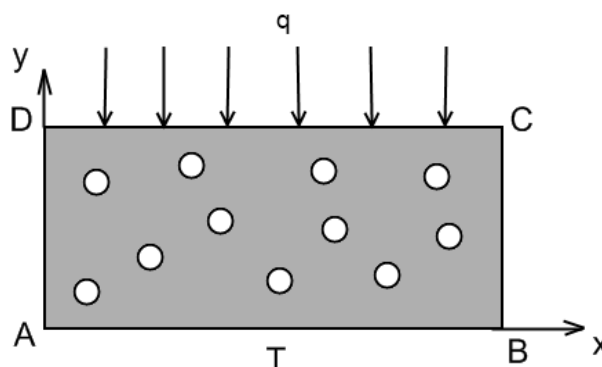


Рис.1. Схема расчетной области.

На сторонах AD и BC задавались условия теплоизоляции

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{AD} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{BC} = 0$$

Выбор таких условий отражает то обстоятельство, что анализируемая область (представительный объем) материала имеет искусственно введенные границы AD и BC, в то время как фактически справа и слева от этой области находится такой же материал.

Так как тепловой поток  $q$  задан, то коэффициент теплопроводности  $K$  определяется формулой

$$K = \frac{q l_{AD}}{\Delta T}$$

где  $\Delta T$  – разность температур на верхней и нижней границах области,  $l_{AD}$  – высота расчетной области. Температура на верхней границе области находится как среднее значение по границе.

Ниже приводится сравнение значений коэффициентов теплопроводности вспененного полиэтилена, полученных при расчете в плоской и объемной постановке с использованием программного комплекса ANSYS и на основе авторского пакета программ, реализующего вариационный принцип с помощью МКЭ.

## 2.2. Результаты расчета.

С использованием программного комплекса ANSYS исследованы 2 двумерные и 2 трехмерные модели, отличающиеся друг от друга количеством и расположением включений. Представительные объемы являли собой квадрат и куб соответственно.

Двумерные модели имели периодически распределенные включения в количестве 9 и 21 (рис.2).

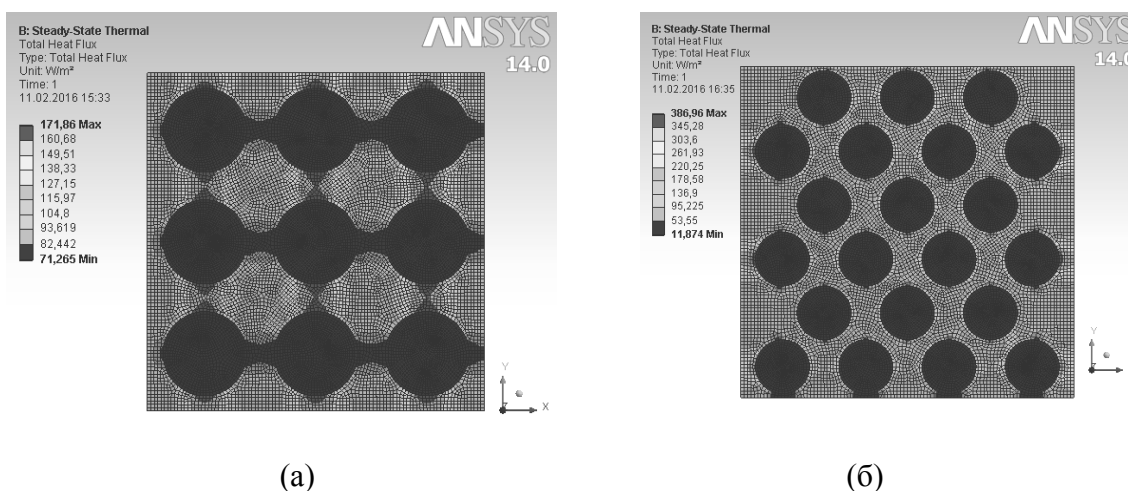


Рис.2. Тепловой поток в двумерных моделях с 9 включениями (а) и 21 включением (б).

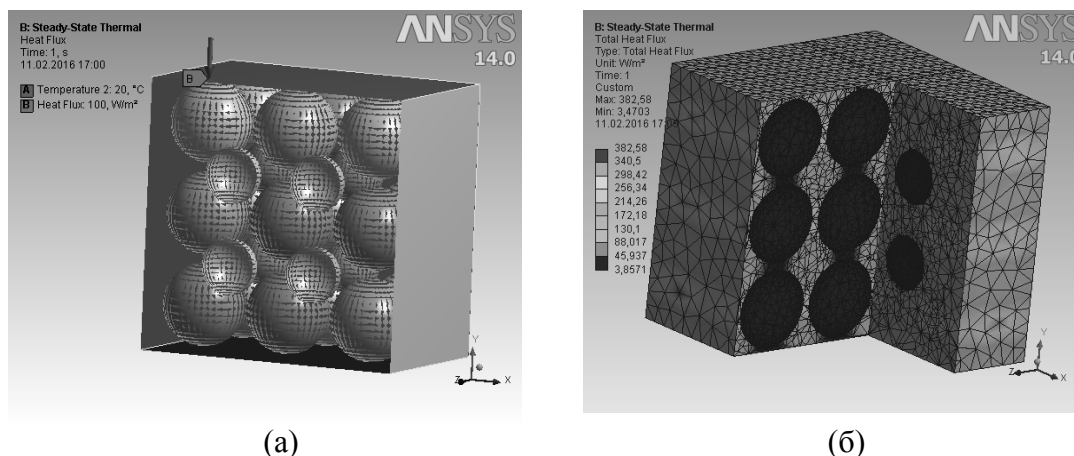


Рис.3. Трехмерная модель с 35 включениями: распределение включений (а) и распределение теплового потока (б).

Первая трехмерная модель имела 27 включений (3 ряда по 9 шт. в каждом) и восемь включений меньшего размера в промежутках (рис.3). Общее количество включений – 35.

Вторая модель представляла собой куб с шестью рядами шарообразных включений попеременно с четырьмя и пятью включениями в каждом (рис.4).

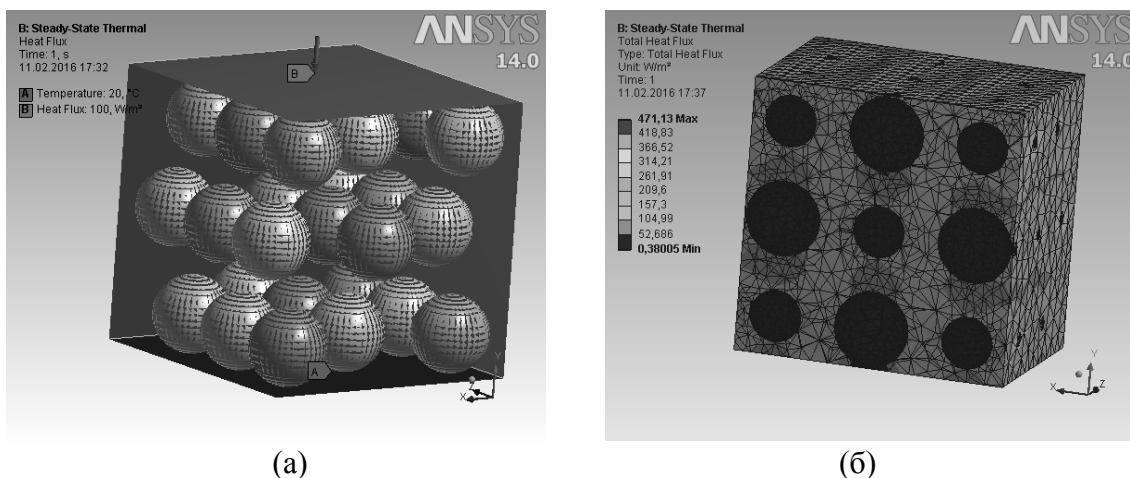


Рис.4. Трехмерная модель с 27 включениями: распределение включений (а) и распределение теплового потока (б).

Таким образом, обеспечивалось равномерное заполнение представительного объема. Общее количество включений составляло 27.

В таблице 1 показаны результаты расчета теплопроводности, рассчитанные для разных вариантов расположения включений.

Таблица 1.

Уровень наполнения	Степень наполнения, %	Коэффициент теплопроводности, Вт/м·К		
		ANSYS 2D (9 вкл.)	ANSYS 2D (21 вкл.)	ANSYS 3D (35 вкл.)
	25.0	0.243	0.245	0.263
У <sub>I</sub>	43.7	0.167	0.172	0.188
У <sub>II</sub>	68.3	0.084	0.088	0.101
У <sub>III</sub>	82.2	0.051	0.054	0.061
У <sub>IV</sub>	90.0	0.037	0.039	0.043

Таблица 2.

Коэффициент теплопроводности при разной степени наполнения (пористости).

Уровень наполнения	Степень наполнения, %	Коэффициент теплопроводности, Вт/м·К
	10.0	0.330
	25.0	0.257
У <sub>I</sub>	32.0	0.225
У <sub>II</sub>	53.8	0.139
У <sub>III</sub>	68.6	0.091
У <sub>IV</sub>	78.6	0.064
У <sub>V</sub>	85.5	0.049
У <sub>VI</sub>	90.0	0.040

Степень наполнения трехмерной модели с 27 включениями составляла 32%. Для обеспечения итоговой степени наполнения 90% (табл.2) потребовалось 6 этапов описанной выше процедуры наполнения матрицы включениями.

Графически результаты расчета показаны на рис.5 и 6.

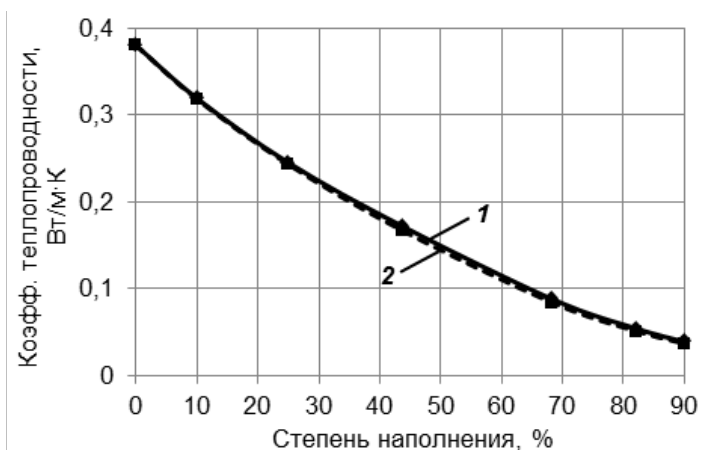


Рис.5. Зависимость коэффициента теплопроводности от степени наполнения в двумерной модели с 21 включением (1) и с 9 включениями (2).

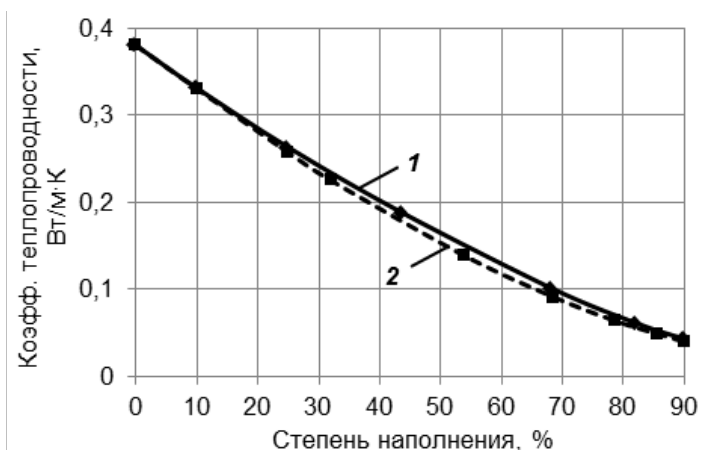


Рис.6. Зависимость коэффициента теплопроводности от степени наполнения в трехмерной модели с 35 включением (1) и с 27 включениями (2)

Из графиков видно, что результаты, полученные при разном расположении включений для двумерной и трехмерной моделей, практически совпадают, но значения, полученные в плоской постановке, на 10-15% меньше, чем в объемной. Таким образом, использовать результаты, получаемые в плоской постановке, можно лишь с целью предварительного прогнозирования изменения эффективных свойств композиций, так как она требует меньших трудозатрат и вычислительных ресурсов. Для точного расчета свойств наполненных композиций использовать плоскую постановку задач некорректно.

В авторской программе задача теплопроводности решалась в плоской постановке. Расположение пор воздуха в матрице задавалось случайным образом (рис.7) и регулярным (периодичным).

Из 20 вариантов случайного распределения включений (пор) среднее значение коэффициента теплопроводности трактуется как эффективное на данном уровне.

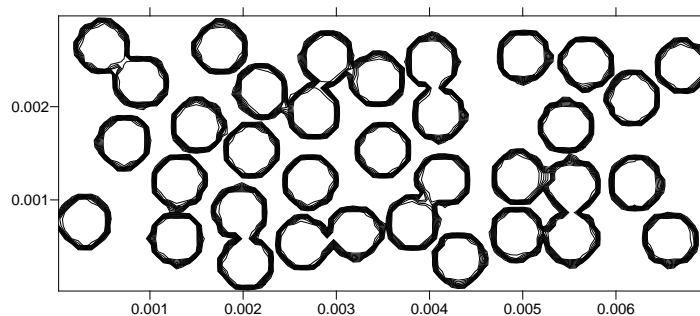


Рис.7. Случай нерегулярного распределения пор в расчетной области.

В таблице 3 представлены полученные результаты.

Таблица 3.

Зависимость коэффициента теплопроводности от степени наполнения при случайном (расчет 1) и периодическом (расчет 2) расположении включений.

Уровень наполнения	Степень наполнения, %	Коэффициент теплопроводности, Вт/м·К	
		Расчет 1	Расчет 2
	10.0	0.3140	0.3250
	25.0	0.2410	0.2470
У <sub>I</sub>	43.7	0.1517	0.1713
У <sub>II</sub>	68.3	0.0752	0.0878
У <sub>III</sub>	82.2	0.0464	0.0535
У <sub>IV</sub>	90.0	0.0350	0.0386

Полученные результаты приведены в виде графика на рис.8.

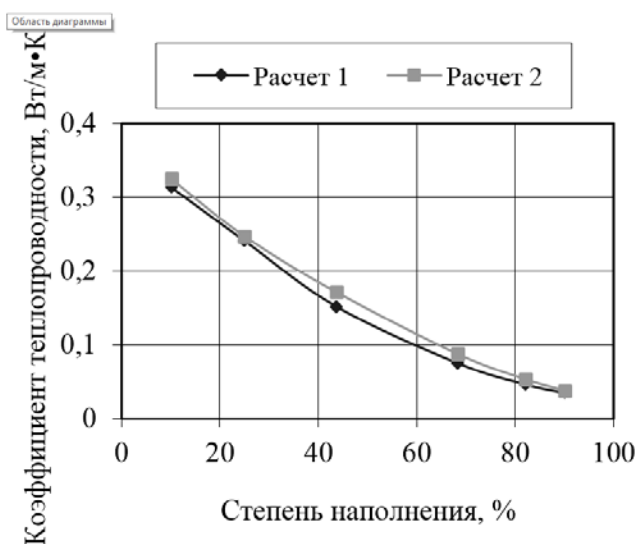


Рис.8. Зависимость коэффициента теплопроводности от степени наполнения.

Сравнение результатов, полученных решением плоской задачи при помощи программы, разработанной коллективом авторов (табл.3 (расчет 2)), и с применением программного комплекса ANSYS (табл.2) для рассматриваемой композиции совпадают с погрешностью в пределах 3.5%. Полученное значение эффективного коэффициента теплопроводности далее используется для расчета теплоизолирующих свойств многослойной трубы.



#### 4. РАСЧЕТ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛООВОГО ПОТОКА В МНОГОСЛОЙНОЙ ТРУБЕ

Для предварительной оценки определения влияния слоя вспененного полиэтилена на теплоизоляционные свойства многослойной трубы решалась стационарная задача теплопроводности в плоской постановке с граничными условиями, соответствующими условиям эксплуатации. На рис.9 представлены общий вид трубы в разрезе и схема расчетной области. На сторонах АВ и DC заданы условия симметрии. На сторонах AD (внутренняя) и BC (внешняя поверхность трубы) задаются условия Дирихле, соответствующие условиям эксплуатации:  $T_1=60^{\circ}\text{C}$ ,  $T_2= -20^{\circ}\text{C}$ . Толщины слоев  $L_1=5$  мм (полиэтилен ПЭ),  $L_2=1$  мм (сталь),  $L_3=5$  мм (ПЭ + армирующие стальные включения),  $L_4=3$  мм (вспененный ПЭ),  $L_5=3.5$  мм (ПЭ), ширина области, для которой проводится расчет,  $b=7$  мм.

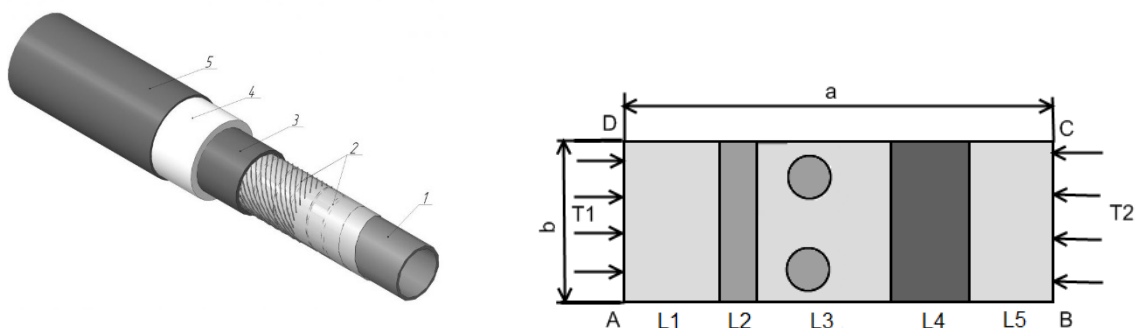


Рис.9. Схема расчетной области для многослойной трубы.

Свойства материалов приведены в таблице 4.

Таблица 4.

Свойства материалов.

Свойства Материал	Плотность, кг/м <sup>3</sup>	Удельная теплоемкость, Дж/кг*К	Коэффициент теплопроводности, Вт/м*К
ПЭ	954	1900	0.38
Сталь	7850	434	60.5
Вспененный ПЭ	97	1889	0.04

Для рассматриваемой трубы теплоизолирующим материалом является вспененный полиэтилен, толщина соответствующего слоя  $L_5$  варьируется от 3 до 6 мм. На рис.10 приведены зависимости теплового потока от толщины слоя для разных значений пористости.

Расчет плотности теплового потока проводится по формуле

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \dots + \frac{L_n}{k_n}}$$

где  $T$  – температура на границах,  $L$  – толщина слоя,  $k$  – коэффициент теплопроводности.

Видно, что плотность теплового потока через стенку трубы падает с ростом толщины слоя вспененного полиэтилена и его степени пористости.

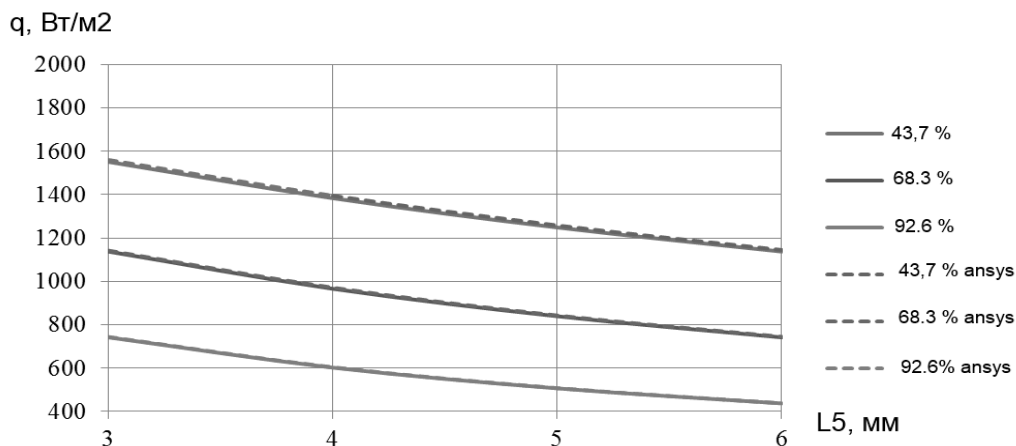


Рис.10. Зависимость плотности теплового потока от толщины слоя вспененного ПЭ (L5) при различных значениях пористости.

На рис.11 показано распределение температуры по толщине трубы при толщине вспененного ПЭ 3 мм для разной степени наполнения. Чем больше степень пористости теплоизоляционного слоя, т.е. чем выше его теплоизолирующие свойства (меньше коэффициент теплопроводности), тем больший скачок температуры в нем наблюдается.

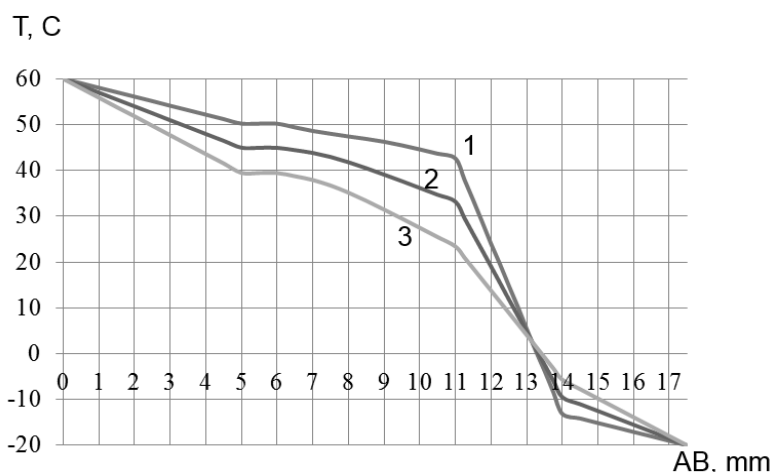


Рис.11. Распределение температуры в стенке трубы при разной пористости слоя вспененного полиэтилена: 1 – 92,6%, 2 – 68,3%, 3 – 43,7%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный и реализованный в работе метод определения эффективного коэффициента теплопроводности неоднородных полимерных материалов, основанный на решении стационарной задачи теплопроводности методом конечных элементов, совместно с методом деления на уровни позволяет оценивать вклад армирующих элементов различной природы и/или пор в теплофизические характеристики высоконаполненных композиций на примере вспененного полиэтилена.

Полученные результаты для вспененного полиэтилена позволяют оценить теплопроводность многослойной трубы с различными теплофизическими

характеристиками слоев, оценить вклад толщины слоя вспененного полиэтилена в теплопроводность трубы в целом.

Описанный метод применим для расчета теплопроводности многослойных элементов конструкций с различными теплофизическими характеристиками слоев, что позволяет на стадии разработки изделий управлять теплопроводностью в нужном направлении.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Zharkov A.S., Anisimov I.I., Litvinov A.V., Chashchikhin E.A., Desyatykh V.I., Ogorodnikov S.P., Lyukshin B.A., Bochkareva S.A. *Principles of generation of mechanical properties of high-energy filled polymer compositions* // Composites: Mechanics, Computations, Applications. – 2011. – Vol.2. – Iss.4. – Pp.313-326.
2. Люкшин Б.А., Панин С.В., Бочкарева С.А., Корниенко Л.А., Гришаева Н.Ю., Люкшин П.А., Матолыгина Н.Ю., Реутов А.И. *Компьютерное моделирование и конструирование наполненных композиций*. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2015. – 264 с.
3. Мальмстен Х. *Пластмассовые трубы, их характеристики и область применения*. – Стокгольм: NPG, 1999. – 116 с.
4. Кристенсен Р.М. *Введение в механику композитов*. – М.: Мир, 1982. – 336 с.
5. Миснар А. *Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций*. – М.: Энергия, 1968. – 464 с.
6. Дульнев Г.Н., Заричняк Ю.П. *Теплопроводность смесей и композиционных материалов*. – Л.: Энергия, 1974. – 264 с.
7. Грахов Д.В., Ягупов А.И., Бекетов А.Р., Баранов М.В. *Теплопроводность полимерного композита Aln – лак КО-916К* // Современные проблемы науки и образования. – 2011. – №5. <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=4954>.
8. Флеминг И.В., Ким В.С. *Применение метода расчета теплофизических свойств композиционных материалов к кабельным резинам* // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т.317. – №4. – С.62-65.
9. Михеев В.А., Сулаберидзе В.Ш., Мушенко В.Д. *Исследование теплопроводности композиционных материалов на основе силикона с наполнителями* // Изв. вузов. Приборостроение. – 2015. – Т.58. – №7. – С.571-575.
10. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. *Осреднение процессов в периодических средах*. – М.: Наука, 1984. – 352 с.
11. Власов А.Н., Волков-Богородский Д.Б. *Усреднение нелинейного уравнения теплопроводности при моделировании распространения тепла в композитных материалах периодической структуры* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т.19. – №2. – С.163-180.
12. Власов А.Н., Волков-Богородский Д.Б. *Параметрический метод асимптотического усреднения для нелинейных уравнений термоупругости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т.20. – №4. – С.491-505.
13. Люкшин П.А., Люкшин Б.А., Матолыгина Н.Ю., Панин С.В. *Определение эффективных теплофизических характеристик композиционного материала* // Физическая мезомеханика. – 2008. – Т.11. – №5. – С.103-110.

14. Bochkareva S.A., Grishaeva N.Yu., Ljukchin B.A., Ljukchin P.A. *Determination of the thermal conductivity coefficient of inhomogeneous media* / AIP Conference Proceedings, 1623. – 2014. – Pp.71-74.
15. Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов*. – М.: Мир, 1979. – 392 с.

## REFERENCES

1. Zharkov A.S., Anisimov I.I., Litvinov A.V., Chashchikhin E.A., Desyatykh V.I., Ogorodnikov S.P., Lyukshin B.A., Bochkareva S.A. *Principles of generation of mechanical properties of high-energy filled polymer compositions*. Composites: Mechanics, Computations, Applications, 2011, Vol.2, Iss.4, Pp.313-326.
2. Lyukshin B.A., Panin S.V., Bochkarev S.A., Kornienko L.A., Grishaeva N.Yu., Lyukshin P.A., Mamalygin N.Yu., Reutov A.I. *Komp'uternoe modelirovanie i konstruirovaniye napolnennykh kompozitsii* [Computer modeling and design, filled compositions]. Novosibirsk, Izd-vo SO RAN, 2015, 264 p.
3. Malmsten H. *Plastmassovye truby, ikh kharakteristiki i oblast' primeneniia* [Plastic pipes, their characteristics and scope]. Stockholm, NPG, 1999, 116 p.
4. Christensen R.M. *Mechanics of Composite Materials*. New York, Wiley-Interscience, 1979, 348 p.
5. Misnar A. *Teploprovodnost' tverdykh tel, zhidkosti, gazov i ikh kompozitsii* [The thermal Conductivity of solids, liquids, gases and their compositions]. Moskva, Energiia, 1968, 464 p.
6. Dul'nev G.N., Zarichnyak Y.P. *Thermal Conductivity of mixtures and composite materials* [Thermal Conductivity of mixtures and composite materials]. Leningrad, Energiia, 1974, 264 p.
7. Grahov D.V., Yagupov A.I., Beketov A.R., Baranov M.V. *Teploprovodnost' polimernogo kompozita Aln – lak KO-916K* [Heat conductivity of polymer composite Aln – lacquer KO-916K]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniia*, 2011, No.5, URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=4954>.
8. Fleming I.V., Kim V.S. *Primenenie metoda rascheta teplofizicheskikh svoistv kompozitsionnykh materialov k kabel'nykh rezinam* [Application of the method of calculation of thermophysical properties of composite materials to the cable rubbers]. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*, 2010, Vol.317, No.4, Pp.62-65.
9. Mikheev V.A., Elia V.S., Musienko V.D. *Issledovanie teploprovodnosti kompozitsionnykh materialov na osnove silikona s napolniteliami* [Investigation of thermal conductivity of composite materials based on silicone with fillers]. *Izv. Vuzov, Priborostroenie*, 2015, Vol.58, No.7, Pp.571-575.
10. Bakhvalov N.S., Panasenko G.P. *Averaging of processes in periodic environment* [Osrednenie protsessov v periodicheskikh sredakh]. Moskva, Nauka, 1984, 352 p.
11. Vlasov A.N., Volkov-Bogorodsky D.B. *The averaging of the nonlinear heat conduction equation in simulation of heat distribution in composite materials with periodic structure* [Usrednenie nelineinogo uravneniia teploprovodnosti pri modelirovanii rasprostraneniia tepla v kompozitnykh materialakh periodicheskoi struktury]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii*, Vol.19, No.2, 2013, pp.63-180.
12. Vlasov A.N., Volkov-Bogorodskii D.B. *Parametric asymptotic method of averaging for nonlinear thermoelasticity equation* [Parametricheskii metod asimptoticheskogo

- usredneniia dlia nelineinykh uravnenii termouprugosti*]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii*, 2014, Vol.20, No.4, Pp.491-505.
13. Lyukshin P.A., Lyukshin B.A., Mamolygina N.Yu., Panin S.V. *Opredelenie effektivnykh teplofizicheskikh kharakteristik kompozitsionnogo materiala* [*Determination of effective thermal properties of composite material*]. *Fizicheskaya mekhanika*, 2008, Vol.11, No.5, Pp.103-110.
  14. Bochkareva S.A., Grishaeva N.Yu., Ljukchin B.A., Ljukchin P.A. *Determination of the thermal conductivity coefficient of inhomogeneous media*. *AIP Conference Proceedings*, 2014, Pp.71-74.
  15. Segerlind L. *Primenenie metoda konechnykh elementov* [*Application of the finite element method*]. Moskva, Mir, 1979, 392 p.

Поступила в редакцию 8 июля 2016 года.

---

Сведения об авторах:

Гришаева Наталия Юрьевна – к.ф.-м.н., доц., Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск, Россия; e-mail: [anohina@mail2000.ru](mailto:anohina@mail2000.ru)

Люкшин Петр Александрович – к.ф.-м.н., ст.н.с., ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск, Россия; e-mail: [petrljuk@ispms.tsc.ru](mailto:petrljuk@ispms.tsc.ru)

Люкшин Борис Александрович – д.т.н., проф., зав. каф., Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск, Россия; e-mail: [lba2008@yandex.ru](mailto:lba2008@yandex.ru)

Реутов Юрий Анатольевич – асп., ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск, Россия; e-mail: [yureutov@gmail.com](mailto:yureutov@gmail.com)

Реутов Анатолий Ильич – к.т.н., доц., Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, г. Томск, Россия; e-mail: [reutovai@yandex.ru](mailto:reutovai@yandex.ru)

Бочкарева Светлана Алексеевна – к.ф.-м.н., н.с., ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск, Россия; e-mail: [svetlanab7@yandex.ru](mailto:svetlanab7@yandex.ru)