

УДК 539.3

## ОЦЕНКА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИТОВ ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЁННОМ СОСТОЯНИИ

Жигун В.И., Плуме Э.З.

*Латвийский университет, Институт механики материалов, г. Рига, Латвия*

### АННОТАЦИЯ

Проведена экспериментальная и теоретическая оценка несущей способности углерод-углеродных композиционных материалов с двумя различными структурными схемами армирования. Дано теоретическое обоснование предложенных подходов. Для ортотропного композита со сложной структурой армирования, находящегося в условиях плоского напряжённого состояния, выбран известный подход, базирующийся на расчёте макроструктурных напряжений в его компонентах. Экспериментально определены осреднённые упругие постоянные, предел прочности и предельные деформации композиционного материала в направлениях главных осей его упругой симметрии при нагружении на сжатие. По этим данным вычислены напряжения и деформации в главных осях слоя, и произведён расчёт макроструктурных напряжений. Полученные при расчёте значения использованы для оценки несущей способности матрицы посредством критериев прочности. Выбор критериев осуществлён исходя из предположения об изотропности матрицы. Рассмотрена приемлемость двух критериев прочности: критерия наибольших нормальных напряжений и критерия наибольших линейных деформаций. Показано, что расчётные значения предельного состояния матрицы весьма близки к разрушающим значениям для композита. Для оценки несущей способности углерод-углеродного композита с простой структурой армирования использован подход, основанный на оценке упругих и прочностных свойств композиционного материала и подстановки их значений в один из выбранных критериев прочности для анизотропных материалов, в качестве которого выбран критерий энергии формоизменения. Проверка приемлемости критерия энергии формоизменения к углерод-углеродным композитам осуществлена при совместном нагружении образцов материала на двухосное растяжение. Расчётные значения предельных напряжений сопоставлены с экспериментальными данными. Показана их хорошая согласованность.

**Ключевые слова:** углерод-углеродный композит; несущая способность; плоское напряжённое состояние; критерии прочности

## EVALUATION OF CARRYING CAPACITY OF CARBON CARBON COMPOSITES IN PLANE STRESS STATE

Zhigun V.I., Plume E.Z.

*Institute of Material Mechanics, University of Latvia, Riga, Latvia*

### ABSTRACT

The experimental and theoretical assessments of the carrying capacity of carbon-carbon composite materials with two different structural reinforcement schemes have been made. The theoretical justification of the proposed approaches has been done. For orthotropic composites with complex reinforcement structure under plane stress state a well-known approach based on the calculation of macro-structural stresses in its components has been selected. The averaged

elastic constants, ultimate strength and ultimate strain of the composite material in the directions of the main axes of its elastic symmetry when loaded in compression have been experimentally determined. According to these data the stresses and the deformations in the main axis of the layer and the macro-structural stresses have been calculated. The values obtained in the calculation have been used to estimate the carrying capacity of the matrix by means of strength criteria. The choice of criteria has been made based on assumptions about the isotropy of the matrix. The admissibility of two strength criteria has been considered: the criterion of highest normal stresses and the criterion of maximum linear deformation. It is shown that the calculated values of the limit state matrix is very close to the failure values of the composite. To evaluate the carrying capacity of carbon-carbon composite with a simple structure reinforcement the approach based on the evaluation of elastic and strength properties of the composite material and substituting their values in one of the selected strength criteria for anisotropic materials has been used, which has been selected as the criterion of distortion energy. The test of the acceptability of criterion of distortion energy to the carbon-carbon composites has been made with joint loading samples of the material to biaxial tension. The calculated values of the ultimate stresses have been compared with experimental data. Their good consistency has been shown.

**Keywords:** carbon-carbon composite; carrying capacity; plane stress state; strength criteria

## ВВЕДЕНИЕ

Углерод-углеродные композиты (УУК) обладают рядом уникальных свойств, отличающих их от традиционных конструкционных материалов. В качестве примеров можно упомянуть их высокую термостойкость, стойкость к агрессивным средам, а также хорошую биологическую совместимость с тканями человека. Ввиду этого проявляется повышенный интерес к их использованию в самых различных сферах, от медицины и спорта до производства автомобилей и ракетостроения. Однако расширение области внедрения УУК в значительной степени сдерживается относительно низкой их прочностью при растяжении и сжатии, а также существенной нестабильностью этих показателей. С целью устранения отмеченных недостатков изыскиваются различные технологические и структурные подходы [1,2]. В случае использования этого класса композитов в деталях несущих конструкций, одним из важных вопросов является выбор метода оценки их несущей способности.

Для традиционных композитов, изготовленных на основе полимерной матрицы, эта проблема успешно разрешается [3-7]. Предложено множество феноменологических критериев для анизотропных сред, наиболее известные из которых рассмотрены в работах [8-10]. Там же указаны основные недостатки большинства критериев, которые сдерживают их широкое использование в практических целях, такие как сложность определения большого числа входящих в них пределов прочности из ограниченного числа опытов, громоздкость математических соотношений, сложность численного описания некоторых специфических механизмов разрушения (расслоение, расщепление, скол и др.), присущих композитам.

Так, для оценки несущей способности ортотропного композита при плоском напряжённом состоянии с использованием тензорно-полиномиальных критериев Малмейстера и Гольденבלата-Копнова, необходимо располагать семью характеристиками его предела прочности, три из которых – при чистом сдвиге [11]. Их точное определение является достаточно сложной задачей. Поэтому некоторые

критерии прочности при использовании их различными авторами порой показывают плохо сопоставимые результаты.

Например, проверка критерия прочности Гольденבלата-Копнова при статическом нагружении на растяжение ортогонально-армированных стеклопластиков показала, что предельные кривые равноопасных напряжений, построенные по этому критерию, хорошо согласуются с опытными данными [12,13].

Однако исследования, проведённые в работе [11] при чистом изгибе криволинейных труб из стеклопластика с перекрёстной намоткой не подтверждают такие выводы. Для оценки их несущей способности использовались три критерия прочности: Гольденבלата-Копнова, Мизеса-Хилла и максимальных напряжений. Количественная оценка относительного отклонения для этих критериев прочности составила, соответственно (в %): 34,12, 19,17 и 9,39. По результатам исследования сделан вывод, что для оценки несущей способности криволинейных участков труб из стеклопластиков рекомендуется использовать критерий максимальных напряжений или модифицированный критерий Мизеса-Хилла. Критерий же Гольденבלата-Копнова даёт слишком существенные расхождения с экспериментальными данными.

Иные выводы для последних двух критериев прочности следуют из работы [14]. В этой работе представлен сравнительный анализ подходов к оценке прочности слоистых композитов типа углепластика, которые базируются на применении критериев прочности к отдельным слоям пакета и к пакету в целом при одновременном нагружении нормальным усилием и сдвигом. Результаты исследования показывают, что предельные кривые, построенные по критерию Гольденבלата-Копнова для пакета, в целом незначительно отличаются от внутренней огибающей предельных кривых для слоёв с углом наклона  $\pm 45^\circ$  и совпадают с ней для структур с укладкой 0,  $90^\circ$ . В случае использования для этих целей критерия Мизеса-Хилла различие между отмеченными предельными кривыми для обоих типов укладки слоёв в каркасе является весьма существенным. Согласно [15], хорошее согласование опытных и расчётных данных имеет место при использовании критериев прочности Тсаи-Ву, Тсаи-Хилла и Хашина-Ротема. Исследования проводились при одновременном нагружении образцов из стекло- и углепластиков на трансверсальное сжатие и сдвиг в плоскости. Однако, этим критериям присущи уже отмеченные недостатки.

Наибольший интерес с практической точки зрения привлекают упомянутые выше работы [8,9]. В первой из них предложены простые и удобные для практического использования критерии прочности для оценки несущей способности композитов при одноосном их нагружении, и критерий прочности для оценки несущей способности труб симметричной намотки под углом  $\pm\alpha$  при двухосном напряжённом состоянии. Критерии проверены экспериментально на плоских образцах из стекло- и углепластиков и на трубах из стеклопластиков с перекрёстной намоткой. Показана хорошая согласованность расчётных и экспериментальных данных. Эти критерии прочности, в отличие от других отмеченных, позволяют также установить возможный характер разрушения композита. В работе [9] путём модификаций некоторых известных критериев прочности получены упрощённые выражения для оценки несущей способности прямоугольных ортотропных пластин. Проведено сравнение расчётных и экспериментальных данных. Предложены базисные характеристики прочности,

экспериментальное определение которых является значительно более простым. Анализ литературных источников показывает, что все отмеченные выше критерии находят широкое применение в практических расчётах на несущую способность изделий из полимерных композитов.

Приемлемость разработанных методов для УУК, свойства которых существенно зависят от технологического процесса их изготовления, пока недостаточно исследована. Опубликовано лишь небольшое число работ, посвящённых оценке напряжённо-деформированного состояния [16-20], из которых видна сложность в выборе правильного метода решения данной проблемы. В качестве примера рассмотрим некоторые из них.

В работе [16] рассмотрен метод прогнозирования эндопротеза головки бедренной кости, изготовленной из УУК на основе ткани «УРАЛ ТМ-М-22», уплотнённой пироуглеродом в процессе газофазного осаждения. Для расчёта напряжённо-деформированного состояния (НДС) эндопротеза использовался метод конечных элементов с двумя их типами: solid 45 и solid 92, отличающимися различной аппроксимацией перемещений и напряжений. В пакете ANSYS 55 моделировалось НДС эндопротеза при статических испытаниях, и прогнозировалась предельная нагрузка. Рассчитанная предельная нагрузка оказалась равной 3,0 ... 3,2 КН, а экспериментальные испытания шести образцов показали среднее значение этой нагрузки 50 КН при коэффициенте вариации 10%. Результаты проведённых исследований, как заключают авторы [16], свидетельствуют о необходимости экспериментально-теоретической разработки новых критериев предельного состояния УУК.

В работе [17] дано расчётное обоснование использования УУК в матрицах пресс-формы для прессования изделий с помощью порошков тугоплавких соединений при удельных давлениях до 100 МПа и температуре до 1800°C. Исследуемое устройство представляет собой цилиндрическую кольцевую камеру с внутренней тонкостенной трубкой из УУК. В основу решения положен метод конечных элементов и метод решения контактной задачи по итерационной схеме метода переменных параметров упругости. Расчёты на прочность выполнены, исходя из следующих данных: пределы прочности при растяжении и сжатии равны соответственно 110 и 100 МПа; модуль упругости –  $1,8 \times 10^4$  МПа; коэффициент Пуассона – 0,19; коэффициент термического расширения –  $3,5 \times 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ . Данные об экспериментальной проверке расчётных параметров отсутствуют.

Подробное описание подхода к расчёту соплового насадка из УУК для жидкостного ракетного двигателя дано в работе [18]. Подход основан на разработке математической модели расчёта НДС полноразмерного насадка в процессе работы двигателя. Проведена оценка влияния различных факторов на НДС насадка. Параметры расчёта проверены экспериментально на укороченном насадке. На основе анализа полученных результатов разработанная модель уточнена и проведены дополнительные исследования характеристик усталости и трещиностойкости. Рассчитанные параметры деформаций насадка снова проверены экспериментально. Такой подход позволил успешно завершить в полном объёме отработку углерод-углеродного насадка.

В работе [19] рассмотрена возможность применения тензорно-полиномиального критерия прочности, приведённого в работе [10], к оценке несущей способности слоистого УУК, изготовленного на основе ткани полотняного переплетения. Критерий выбран в наиболее простой форме, когда

учитываются только линейные и квадратичные члены. Экспериментально получены необходимые для расчёта компоненты тензора прочности. Показано, что для рассматриваемого УУК с симметричной структурой уравнение поверхности прочности на базе этого критерия может быть получено, если известны только пределы прочности при растяжении и сжатии в направлении упругой симметрии, а также предел прочности при чистом сдвиге. Однако приемлемость критерия к УУК в работе не исследована. Следует отметить, что несущая способность некоторых ответственных изделий из УУК пока базируется лишь на анализе экспериментальных данных, полученных при специфических испытаниях образцов, моделирующих работу изделия. Примером этому могут служить тормозные диски авиаколёс, изготовленные из УУК, которые нашли широкое применение в различных типах самолётов [20].

Краткий анализ приведённых работ показывает, что разработка каких-то специальных математических моделей для оценки несущей способности изделий из УУК представляет собой достаточно сложный и трудоёмкий процесс, который не всегда оправдан. В то же время, непосредственное использование для этой цели изложенных подходов, разработанных для композитов с полимерной матрицей, не всегда приемлемо из-за недостаточного изучения внутренних процессов, происходящих в УУК при его нагружении. Опыты показывают, что при одном и том же напряжённом состоянии УУК с разной структурой ведут себя по-разному. Поэтому целью настоящей работы является оценка несущей способности УУК с использованием некоторых методов, разработанных для композиционных материалов, изготовленных на основе полимерной матрицы.

## 1. РАСЧЁТ МАКРОСТРУКТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КОМПОНЕНТАХ УУК

Разрушению углерод-углеродных композитов, как показывают экспериментальные исследования [21,22], предшествует разрушение углеродной матрицы. Поэтому, для установления возможных причин этого явления, возникает необходимость в оценке величины напряжений и деформаций в ней. Для решения этого вопроса воспользуемся подходом, изложенным в работе [23]. Реализация этого подхода осуществлялась на трёхмерно-армированном композите, структура которого представляла собой пакет слоёв в виде колец, прошитый в трансверсальном направлении (в направлении оси  $z$ ) углеродной нитью. В плоскости слоёв (в плоскости  $xу$ ) волокна уложены под углом  $\pm\gamma$  к оси  $у$ , который по радиусу к периферии (на трёх уровнях) изменялся от  $44^\circ$  до  $48^\circ$ . Более подробное описание структуры композита и методов оценки его упругих свойств, приведено в работе [21]. Плотность композита составляла  $1,5-1,6$  г/см<sup>3</sup>. Модуль упругости нити  $\geq 18 \times 10^4$  МПа, а её прочность при разрыве  $\geq 2500$  МПа. Из описанной структуры материала в плоскости  $xу$  по направлениям осей  $x$  и  $у$  вырезались образцы в виде призм прямоугольного сечения (рис.1). Индексами  $a, b$  обозначены волокна слоёв, уложенных под углом  $\pm\gamma$  к оси  $у$ ; индексом  $c$  – волокна трансверсального направления.

Размеры образцов соответствовали требованиям, предъявляемым к ним при испытаниях на сжатие (ГОСТ 25/602-80). На образцах при сжатии для направления  $x$  и для направления  $у$  определялись осреднённые упругие постоянные, предел прочности и предельные деформации при разрушении.

Эти данные использовались при вычислении напряжений и деформаций в слоях, отнесённых к осям 1,2, повернутых относительно осей  $x, y$  на угол  $\gamma$  (см. рис.1).

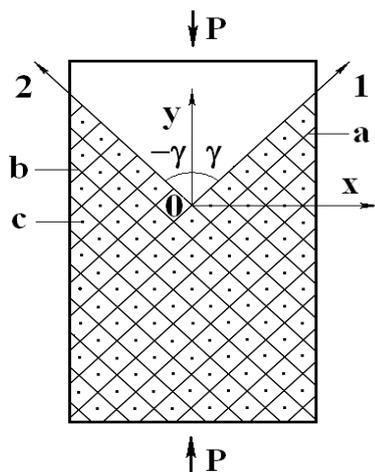


Рис.1. Структура армирования УУК и схема его нагружения.

Рассматривался ортотропный композит, находящийся в условиях плоского напряжённого состояния. Считалось, что осреднённые деформации и напряжения постоянны по толщине материала. Имея вычисленные напряжения и деформации в главных осях (1,2) слоя, производился расчёт макроструктурных напряжений согласно подходу, изложенному в работе [23]. Связь макроструктурных напряжений в элементе (слое) с его упругими постоянными и осреднёнными напряжениями представлялась в виде

$$\begin{aligned} \sigma'_1 &= \frac{E'}{E_1} \sigma_1 - \sigma_2 \frac{(1 - \mu_1)(E'v'' - E''v')}{E_1} \\ \sigma''_1 &= \frac{E''}{E_1} \sigma_1 + \sigma_2 \frac{\mu_1(E'v'' - E''v')}{E_1} \\ \sigma'_2 &= \sigma''_2 = \sigma_2; \quad \tau'_{12} = \tau''_{12} = \tau_{12} \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $E_1, E_2, \nu_{12}$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона структурного элемента (слоя), определённые с учётом волокон, расположенных перпендикулярно его плоскости (волокон в направлении  $z$ ) [3];  $\sigma_1, \sigma_2, \tau_{12}$  – осреднённые напряжения в главных направлениях слоя. Характеристики волокон помечены сверху одним штрихом, а матрицы – двумя штрихами. Необходимые для расчёта осреднённые напряжения, входящие в (1), имеют вид, характерный для ортотропного тела

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= B_{11}\varepsilon_1 + B_{12}\varepsilon_2, \\ \sigma_2 &= B_{21}\varepsilon_1 + B_{22}\varepsilon_2, \\ \tau_{12} &= 2B_{66}\varepsilon_{12} \end{aligned}$$

Компоненты матрицы жёсткостей  $B_{ij}$  ( $i, j=1,2,6$ ) определяются через упругие постоянные слоя по обычным зависимостям [23], а деформации в этих направлениях (в главных направлениях слоя) вычисляются по зависимостям

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_x \cos^2 \gamma + \varepsilon_y \sin^2 \gamma - \varepsilon_{xy} \sin 2\gamma, \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_x \sin^2 \gamma + \varepsilon_y \cos^2 \gamma + \varepsilon_{xy} \sin 2\gamma, \\ \varepsilon_{12} &= \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\gamma + \varepsilon_{xy} \cos 2\gamma. \end{aligned} \tag{2}$$

Входящие в (2) деформации в осях упругой симметрии композита (x,y) определяются через коэффициенты матрицы податливости и заданные напряжения как

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{xx} \sigma_x + a_{xy} \sigma_y, \\ \varepsilon_y &= a_{xy} \sigma_x + a_{yy} \sigma_y, \\ 2\varepsilon_{xy} &= a_{kk} \tau_{xy}. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_{xx} &= a_{11} - \Delta a \sin^2 \gamma - c \sin^2 2\gamma, \\ a_{yy} &= a_{22} + \Delta a \sin^2 \gamma - c \sin^2 2\gamma, \\ a_{kk} &= a_{66} + 4c \sin^2 2\gamma, \\ a_{xy} &= a_{12} + c \sin^2 2\gamma. \end{aligned}$$

где  $\Delta a = a_{11} - a_{22}$ ,  $c = \frac{1}{4}(a_{11} + a_{22} - 2a_{12} - a_{66})$ ,  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 6$ ) – коэффициенты матрицы податливости в главных направлениях слоя, которые вычисляются через упругие постоянные слоя по известным формулам [3].

Расчитанные значения напряжений и относительных деформаций в матрице в главных направлениях слоя при нагружении композита на одноосное сжатие до разрушения в направлениях x и y приведены в таблице 1. Там же, для сравнения, представлены отношения их значений к экспериментальным данным. Последние помечены снизу индексами x,y. Так, в строках рядом с расчётными значениями отмеченных характеристик, в скобках, следуют эти отношения.

Таблица 1.

Экспериментальные значения предельных напряжений (МПа) и деформаций (%) при сжатии УУК и их расчётные значения в матрице в главных направлениях слоя.

Характеристика	Зона вырезки образца		
	Наружная	Средняя	Внутренняя
Нагружение по оси x			
$\sigma_x^b$	70,5	81,8	86,5
$\sigma_1^{''-}$ ( $\sigma_1^{''-}/\sigma_x^b$ )	44,4 (0,63)	54,0 (0,66)	57,1 (0,66)
$\tau_{xy}^b$	31,9	43,9	57,1
$\tau_{12}^{''}$ ( $\tau_{12}^{''}/\tau_{xy}^b$ )	37,0 (1,16)	40,8 (0,93)	43,4 (0,76)
$\varepsilon_{xy}^b$	1,37	1,37	1,37
$\varepsilon_{12}^{''}$ ( $\varepsilon_{12}^{''}/\varepsilon_{xy}^b$ )	1,33 (0,97)	1,47 (1,07)	1,56 (1,14)
$\varepsilon_x^b$	1,24	1,24	1,24
$\varepsilon_1^{''-}$ ( $\varepsilon_1^{''-}/\varepsilon_x^b$ )	1,31 (1,06)	1,56 (1,26)	1,65 (1,33)
крит. I $\sigma_1^{''}(\sigma_1^{''}/\sigma_x^b)$	65,2 (0,92)	75,9 (0,93)	80,5 (1,12)

Нагружение по оси у							
$\sigma_y^b$		88,9		85,2		72,5	
$\sigma_2^b$	$(\sigma_2^b/\sigma_y^b)$	60,5	(0,68)	55,4	(0,65)	47,1	(0,65)
$\tau_{xy}^b$		31,9		44,0		57,1	
$\tau_{12}^b$	$(\tau_{12}^b/\tau_{xy}^b)$	42,8	(1,34)	42,7	(0,97)	36,0	(0,63)
$\varepsilon_{xy}^b$		1,38		1,38		1,37	
$\varepsilon_{12}^b$	$(\varepsilon_{12}^b/\varepsilon_{xy}^b)$	1,54	(1,12)	1,54	(1,12)	1,30	(0,95)
$\varepsilon_x^b$		1,48		1,48		1,48	
$\varepsilon_2^b$	$(\varepsilon_2^b/\varepsilon_y^b)$	1,72	(1,16)	1,61	(1,09)	1,36	(0,92)
крит. I	$\sigma_2^b(\sigma_2^b/\sigma_y^b)$	82,7	(0,93)	78,6	(0,92)	66,6	(0,92)

Примечания:

1. Экспериментальные значения характеристик УУК обозначены снизу индексами  $x, y$ .
2. Расчётные значения характеристик слоя в главных его направлениях обозначены индексами 1,2.
3. Предельные характеристики при разрушении композита обозначены сверху индексом  $b$ , а характеристики матрицы – индексом  $^b$ .

Макроструктурные напряжения, возникающие при этом в арматуре, оказались относительно малыми по сравнению с предельной её прочностью, поэтому их значения в таблице 1 не приведены.

## 2. АНАЛИЗ РАСЧЁТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ВЫБОР КРИТЕРИЕВ ПРОЧНОСТИ

Расчет макроструктурных характеристик в компонентах УУК при сжатии показывает, что нормальные напряжения в арматуре относительно малы, и их значения не превышают 26% от предельных. При этом напряжения в матрице достигают значений, близких к разрушающим напряжениям УУК. В особенности это относится к касательным напряжениям, которые в некоторых случаях сопоставимы с пределом прочности при сдвиге рассматриваемого композита (см. табл.1). Анализ этих напряжений свидетельствует о том, что одной из возможных причин преждевременного разрушения УУК при сжатии под углом к направлению армирования являются высокие значения касательных напряжений в матрице. В то время как нормальные напряжения в матрице, сами по себе, не создают особой опасности для её разрушения, так как наибольшая их величина не превышает 68% от разрушающих напряжений композита (см. табл.1). Более наглядную картину поведения УУК при плоском напряжённом состоянии представляют содержащиеся в табл.1 данные о деформациях. Их анализ наглядно показывает, что наиболее слабым звеном в формировании прочностных свойств УУК являются относительно низкие деформационные свойства углеродной матрицы. Расчётные значения сдвиговых деформаций при одноосном сжатии УУК в направлениях  $x$  и  $y$  практически во всех случаях оказались весьма близки соответствующим деформациям при разрушении УУК. Линейные деформации в матрице при нагружении в направлении оси  $y$  также весьма близки к соответствующим деформациям при разрушении. Существенное расхождение в значениях расчётных деформаций в матрице и экспериментальных деформаций УУК имело место лишь в двух случаях при нагружении в направлении оси  $x$ .

Это расхождение для образцов средней и внутренней зон составляло 26% и 33% соответственно.

Анализ представленных данных свидетельствует о том, что некоторые из компонентов напряжений и деформаций в матрице сопоставимы с соответствующими их предельными значениями при сжатии композита. Такое явление даёт основание делать предположения относительно возможных причин преждевременного исчерпания несущей способности УУК. Учитывая то, что при плоском напряжённом состоянии действие отмеченных компонентов проявляется в различных соотношениях и сочетаниях, более полное представление о предельном состоянии матрицы можно получить, используя для расчёта её несущей способности критерии прочности. Для упрощения исследования будем считать её изотропной, а выбор критериев осуществим исходя из их приемлемости к изотропным материалам. Учитывая хрупкость углеродной матрицы, рассмотрим приемлемость первого из них – критерия наибольших нормальных напряжений, который подтверждается экспериментами для хрупких материалов [24]. Согласно этому критерию эквивалентное напряжение, а, следовательно, и условие прочности для изотропного материала, представляется в виде

$$\sigma_{\text{эк}} = \frac{1}{2} \left( \sigma_1 + \sqrt{\sigma_1^2 + 4\tau^2} \right) \leq [\sigma] \quad (3)$$

Подставляя в (3) соответствующие расчётные компоненты напряжений для матрицы (см. табл.1), а вместо допускаемого напряжения  $[\sigma]$  – прочность при сжатии УУК в направлениях  $x, y$ , получим значения напряжений в ней в момент разрушения композита в соответствующих направлениях. Эти расчётные значения напряжений приведены в таблице 1 (обозначены «крит.1»). Рядом с ними, в скобках, содержатся их отношения к прочности при сжатии УУК. Хорошая сопоставимость расчётных и экспериментальных данных свидетельствует о приемлемости рассмотренного критерия для оценки несущей способности исследуемого класса композитов. Малые отклонения в расчётных и экспериментальных значениях деформаций (см. табл.1) свидетельствует о приемлемости для этой цели и второй теории прочности – критерия наибольших линейных деформаций, согласно которому  $\varepsilon_{\text{max}} \leq [\varepsilon]$  – допускаемая деформация материала при сжатии (растяжении), или  $\varepsilon''_{1,2} \leq [\varepsilon_{x,y}]$ , где  $\varepsilon_{x(y)}$  – деформация при сжатии УУК.

Таким образом, изложенный подход позволяет выявить предполагаемые причины, влияющие на несущую способность рассматриваемого класса композитов, и открывает возможность её прогнозирования при заданных видах нагружения и структурных параметрах.

Учитывая отмеченные особенности поведения УУК в условиях плоского напряжённого состояния, представляет интерес оценить также приемлемость некоторых анизотропных критериев прочности для оценки предельного состояния этих композитов. При разрушении этого класса материалов в условиях плоского напряжённого состояния зачастую трудно выделить форму поверхностного разрушения. Волокна большей частью остаются неразорванными, а матрица подвержена сдвигу в различных плоскостях. Поэтому при выборе критерия для оценки несущей способности УУК в условиях плоского напряжённого состояния предпочтение было отдано критерию энергии формоизменения. Этот критерий, по

нашему мнению, наиболее прост при использовании в расчётах, поэтому вызывает практический интерес проверка его применимости к композиционным материалам. Конечная запись этого критерия для изотропного материала совпадает с критерием Мизеса. Для ортотропного материала в осях упругой симметрии в случае плоского напряжённого состояния его запись можно представить в виде

$$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^{b^2}} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_y^{b^2}} + \frac{\tau_{xy}^2}{\tau_{xy}^{b^2}} - \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_x^b \sigma_y^b} \times B = 1 \quad (4)$$

где  $\sigma_x^b, \sigma_y^b, \tau_{xy}^b$  – значения пределов прочности в соответствующих направлениях  $(x,y)$  и плоскости  $xy$ , а  $B$  – коэффициент, зависящий от упругих постоянных материала.

$$B = \frac{(1 + 2\nu_{xy} - \nu_{zy})E_x + (1 + 2\nu_{yx} - \nu_{zx})E_y}{\sqrt{(2 + \nu_{yx} + \nu_{zx})(2 + \nu_{xy} + \nu_{zy})}E_y E_x},$$

здесь  $\nu_{ij}$  – коэффициент Пуассона. Первый индекс при нём означает направление приложения нагрузки, а второй – направление изменения поперечных деформаций. Если при нагружении нормальными усилиями в направлении  $y$  принять, что

$$\sigma_x = k\sigma_y \text{ или } k = \frac{\sigma_x}{\sigma_y},$$

то предельная величина напряжения  $\sigma_y = \sigma_y^*$  по критерию (4) определяется как

$$\sigma_y^* = \frac{\sigma_x^b \sigma_y^b}{\sqrt{k^2 (\sigma_y^b)^2 + (\sigma_x^b)^2 - kB\sigma_x^b \sigma_y^b}}, \quad (5)$$

где

$$k = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{B_{xx}\varepsilon_x + B_{xy}\varepsilon_y}{B_{xy}\varepsilon_x + B_{yy}\varepsilon_y},$$

здесь  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  – предельные деформации композита при растяжении или сжатии в соответствующих направлениях. Необходимые для расчёта значений  $B, k$  и  $\sigma_y^*$  упругие постоянные, предельные деформации и пределы прочности для соответствующих направлений  $x, y$  определялись из экспериментов, описанных ниже.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Проверка приемлемости критерия энергии формоизменения к УУК осуществлялась при совместном нагружении образцов на двухосное растяжение.

Для их изготовления использовались УУК на основе армирующего каркаса, изготовленного из ткани саржевого плетения с укладкой её основы в одном направлении. Пакет в трансверсальном направлении прошивался углеродной нитью с шагом прошивки 5 мм. Матрицей служил пироуглерод, осаждённый из газовой фазы термоградиентным методом. Плотность УУК составляла 1,5 г/см<sup>3</sup>. УУК изготавливался в виде пластин толщиной 10 мм, с размерами в плане – 270×270 мм. Эксперимент проводился следующим образом. Из пластин в ортогональных направлениях армирования вырезались образцы, имеющие форму крестовины. Ширина полосок, через которые передавалась нагрузка, была равна 25 мм, а длина нагружающих их частей – по 40 мм. Общая длина образца

в одном направлении, составляла 200 мм. Оставшуюся часть пластины разрезали на полоски шириной 25 мм с целью использования их для определения упругих и прочностных свойств исследованных материалов. Измерение деформаций образцов осуществлялось фольговыми тензодатчиками базой 20 мм, а также преобразователем деформаций базой 20 мм. Последний использовался, в основном, для записи диаграмм деформирования. Испытание образцов на растяжение проводилось на испытательной машине MTS 809.40 с постоянной скоростью передвижения активного захвата, равной 5 мм/мин, согласно ГОСТ 25.601.80.

Типичные диаграммы деформирования при растяжении образцов-полосок в направлениях армирования приведены на рис.2, а осреднённые упругие и прочностные характеристики УУК составляли (в МПа):  $E_x = 18500$ ;  $E_y = 23060$ ;  $G_{xy} = 3700$ ;  $\sigma_x^b = 55$ ;  $\sigma_y^b = 81$ ;  $\nu_{xy} = 0,115$ ;  $\nu_{yx} = 0,140$ ;  $\nu_{zx} = 0,12$ ;  $\nu_{zy} = 0,13$ ;  $\varepsilon_x^b = 0,39\%$ ;  $\varepsilon_y^b = 0,34\%$ . Разброс экспериментальных данных оказался незначительным. Коэффициент вариации их значений не превышал 4%.

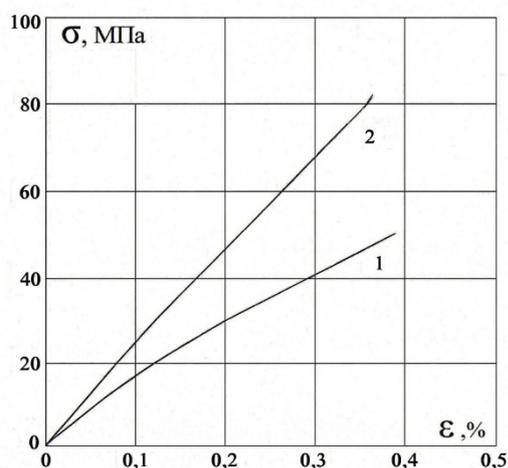


Рис.2. Диаграммы деформирования при растяжении УУК в направлениях осей упругой симметрии x(1) и y(2).

Из рис.2 видно, что диаграммы деформирования в обоих направлениях армирования (x,y) содержат по три характерных участка. На начальном и конечном участках кривые имеют практически линейный характер, а средний, соединяющий их участок, имеет небольшое искривление. Т.е., при напряжениях порядка 26% и 30% от разрушающих для направлений x и y, соответственно, происходит некоторое нарушение структуры УУК, вызывающее ощутимый треск при дальнейшем нагружении, что способствует заметному снижению его модулей упругости в отмеченных направлениях. Дальнейшие исследования проводились на образцах, имевших форму крестовины. Для этого на одной из частей образца, подлежащей предварительному нагружению, наклеивались наклейки из углепластика, служащие опорой для крепления. Затем образец устанавливался в специальное устройство, где в направлении оси x создавалась заданная нагрузка. Устройство представляло собой прямоугольный параллелепипед, у которого открыты две противоположные боковые грани. Оно состоит из двух полос размером 120×25×6 мм, к концам которых приклеены пластинки размером 40×40×6 мм. Пластинки сверху имеют вырезы под установку образца, размер

которых 26×10 мм. Полосы и пластинки изготавливались из углепластика с укладкой волокон 1:1. На одной из внешних торцевых сторон устройства смонтировано нагружающее приспособление. Схема устройства вместе с образцом приведена на рис.3.

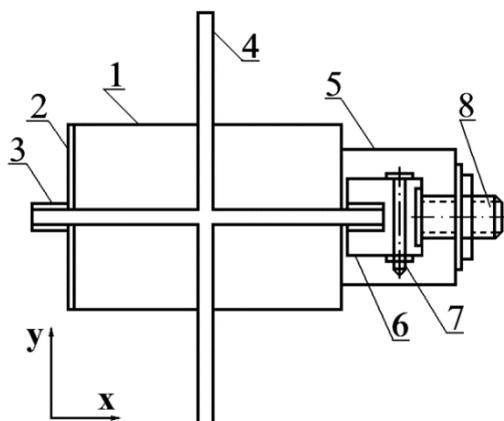


Рис.3. Схема устройства для создания в образце предварительной нагрузки: 1 – корпус; 2 – опорная пластинка; 3 – опорные накладки; 4 – образец; 5 – кожух; 6 – захваты; 7 – прижимной винт; 8 – натяжной болт.

После создания в образце постоянной растягивающей нагрузки, составляющей 0,1 от предела прочности при растяжении в данном направлении ( $\sigma_x = 0,1\sigma_x^b = const$ ), образец вместе с устройством устанавливался в захваты испытательной машины и нагружался до разрушения. Значения предельных разрушающих напряжений, полученные при испытании двух образцов, были равны 56,3 МПа и 58,5 МПа. Так как их разброс оказался небольшим, а изготовление образцов в виде крестовины требует относительно больших затрат, то этим испытания были ограничены. Эти напряжения сравнены с расчётными, вычисленными по зависимости (5). Значения входящих в неё коэффициентов В и k составили, соответственно 1,08 и 0,91; вычисленное значение предельного напряжения составило 63,7 МПа. Его отношения к экспериментальным значениям составили 1,13 и 1,09, что свидетельствует о достаточно хорошей их согласованности для рассматриваемого класса композитов.

## ВЫВОДЫ

1. Одним из слабых мест УУК, нагруженных под углом к направлению армирования, являются относительно низкие деформационные и прочностные свойства углеродной матрицы, приводящие к преждевременному нарушению их несущей способности.
2. Применение метода расчёта макроструктурных напряжений и деформаций в компонентах УУК со сложной структурой армирования позволяет установить некоторые из возможных причин снижения его несущей способности, а по вычисленным значениям напряжений и деформаций, с использованием критериев прочности, прогнозировать его несущую способность.
3. Для прогнозирования несущей способности УУК со сложной структурой армирования можно использовать два критерия для изотропных материалов:

критерий прочности по наибольшим нормальным напряжениям и критерий прочности по наибольшим линейным деформациям.

4. Для оценки предельного состояния УУК с ортогональной структурой армирования хорошие результаты имеют место при использовании критерия удельной потенциальной энергии формоизменения для анизотропных материалов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Прохоров В.Ю., Дьяконов А.Ю., Костогорова О.Я. *Поиск путей реализации прочности углеродных волокон в углерод-углеродных композиционных материалах* / Труды международного симпозиума «Надёжность и качество». – 2006. – Т.2.
2. Rutten A.J., Fryska S.T., Laforest M.L., Simpson A.H., Soos B.P. *Strength enhancement of carbon-carbon composite brake pads using fiber pre-stressing* / Patent application number: 20100084075.
3. Васильев В.В. и др. *Композиционные материалы: Справочник*. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
4. Колеров Н.Н. *Расчёт и проектирование баллонов из композиционных материалов* // Проектирование, расчёт и испытание конструкций из композиционных материалов. Труды Центрального аэрогидродинамического института им. проф. Н.Е. Жуковского. – 1978. – Вып.6. – С.153-160.
5. Королёв В.И. *Слоистые анизотропные пластины и оболочки из армированных пластмасс*. – М.: Машиностроение, 1965. – 272 с.
6. Смирнова М.К., Соколов Б.П., Сидорин Я.С., Иванов А.П. *Прочность корпуса судна из стеклопластика*. – Л.: Судостроение, 1965. – 332 с.
7. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчёт многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
8. Полилов А.Н., Татусь Н.А. *Обоснование критериев прочности волокнистых композитов данными, полученными в эксперименте* // Вестник научно-технического развития. – 2012. – №7. – С.35-50.
9. Копнов В.А., Шамбина С.Л. *Сравнительный анализ критериев прочности на примере расчета несущей способности ортотропных пластин* // Математические методы решения инженерных задач: Научно-методические материалы. – М.: МО РФ, 1998. – С.38-43.
10. Ву Э.М. *Феноменологические критерии разрушения анизотропных сред* / В кн.: *Композиционные материалы*. Т.2. – М.: Мир, 1978. – С.401-491.
11. Тышкевич В.Н. *Выбор критерия прочности для труб из армированных пластиков* // Известия ВолгГТУ. – 2011. – Т.5. – С.76-79.
12. Тарнопольский Ю.М. и др. *Пространственно армированные композиционные материалы. Справочник*. – М.: Машиностроение, 1987. – 223 с.
13. Гольденблат И.И., Копнов В.А. *Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1968. – 191 с.
14. Карпов Я.С., Ставиченко В.Г. *Сравнительный анализ подходов к оценке прочности слоистых композиционных материалов* // Проблемы прочности. – 2008. – №4. – С.36-42.

15. Daniel I.M., Cho J.M., Werner B.T. and Fenner J.S. *Mechanical behavior and failure criteria of composite materials under static and dynamic loading.* / Proceedings of ICCM17. – 2009.
16. Аношкин А.Н. *Прогнозирование прочности углерод-углеродных эндопротезов головки бедренной кости при статических испытаниях* // Биомеханика. – 2004. – Т.8. – №2. – С.40-49.
17. Бирюков О.В. и др. *Расчёты на прочность и жёсткость трубчатой стенки из углерод-углеродного композиционного материала для вакуумной камеры* // Вестник НТУ ХПИ. – 2008. – С.42-49.
18. Соколовский М.Н. и др. *Разработка углерод-углеродного соплового насадка для жидкостных ракетных двигателей* // Теплофизика и аэромеханика. – 2008. – Т.15. – №4. – С.721-727.
19. Балашов В.В. и др. *Прогнозирование свойств конструкционных материалов для электродов ионных двигателей* // Труды МАИ. – Вып.61. – С.1-13.
20. Степашкин А.А., Мозолев В.В., Мостовой Г.Е. *Оценка ресурса углерод-углеродных тормозных дисков авиаколес с учетом эволюции механических свойств материала.* [http://www.mami.ru/science/aai77/scientific/article/s05/s05\\_16.pdf](http://www.mami.ru/science/aai77/scientific/article/s05/s05_16.pdf)
21. Жигун В.И., Плуме Э.З. *Зависимость упругих и прочностных свойств углерод-углеродных композитов от структуры армирования* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т.21. – №3. – С.301-313.
22. Laurin F., Carrere N., Maire J.-F. *Multiscale hybrid failure approach for strength analysis of composite structures subjected to complex 3D loadings* / Proceedings of ICCM17. – 2009.
23. Болотин В.В. *Плоская задача теории упругости для деталей из армированных материалов* // Расчёты на прочность. – М.: Машиностроение, 1966. – Вып.12. – С.3-31.
24. Тарануха Н.А., Васильев А.С. *Анализ критериев предельного состояния для конструкций из композиционных материалов* // Ученые записки КнАГТУ: Науки о природе и технике. – 2015. – Т.1. – №3. – С.81-87.

## REFERENCES

1. Prohorov V.Y., Djakonov A.Y., Kostogorova O.J. *Poisk putey realizatsii prochnosti uglerodnykh volokon v uglerod-uglerodnykh kompozitsionnykh materialakh [The search of ways of realization of the strength of carbon fibers in carbon-carbon composite materials].* Proc. of the Intern. Symp. «Reliability and quality», 2006, Vol.2.
2. Rutten A.J., Fryska S.T., Laforest M.L., Simpson A.H., Soos B.P. *Strength enhancement of carbon-carbon composite brake pads using fiber pre-stressing.* Patent application number: 20100084075.
3. Vasil'ev V.V., etc. *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik [Composite materials: Handbook].* Moskva, Mashinostroenie, 1990, 512 p.
4. Kolerov N.N. *Raschet i proektirovanie ballonov iz kompozitsionnykh materialov [Calculation and design of tanks made of composite materials].* Proektirovanie, raschet i ispitanye konstruksij iz kompozitsionnykh materialov. Moskva, TSAGI, 1978, Iss.6, Pp.153-160.
5. Korol'ev V.I. *Sloistye anizotropnye plastiny i obolockhi iz armyrovannykh plastmass [Layered anisotropic plates and shells of reinforced plastics].* Moskva, Mashinostroenie, 1965, 272 p.

6. Smirnova M.K., Sokolov B.P., Sidorin J.S., Ivanov A.P. *Prochnost' korpusa sudna iz stekloplastyka [The durability of the ship hull made of fiberglass]*. Leningrad, Sudostroenie, 1965, 332 p.
7. Alfutov N.A., Zinov'ev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloynnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov [The calculation of multilayer plates and shells from composite materials]*. Moskva, Mashinostroenie, 1984, 264 p.
8. Polilov A.N., Tatus N.A. *Obosnovanie kriteriyev prochnosti volokhnistykh kompozitivov dannymi, poluchennymi v eksperimente [Substantiation of strength criteria for FRP by experimental data]*. Vestnik nauchno-tehnicheskogo razvitiia, 2012, No.7, Pp.35-50.
9. Kopnov V.A., Shambina S.L. *Sravnitel'nyy analiz kriteriyev prochnosti na primere nesushej sposobnosti ortotropnykh plastin [Comparative analysis of strength criteria on example calculate the carrying capacity of orthotropic plates]*. Matematicheskiye metody resheniya inzhenernykh zadach: Nauchno-metodicheskie rascheti. Moskva, MO RF, 1998, Pp.38-43.
10. Vu E.M. *Fenomenologicheskie kriteriyi razrusheniya anizotropnykh sred [Phenomenological criteria of fracture of anisotropic media]*. Vol.2. Moskva, Mir, 1978, Pp.401-491.
11. Tishkevich V.N. *Vybor kriteriya prochnosti dlya trub iz armirovannykh plastikov [The choice of failure criterion for pipes made of reinforced plastics]*. Izvestiia VolgGTU, 2011, Vol.5, Pp.76-79.
12. Tarnopol'sky Y.M. etc. *Prostranstvenno armirovannye kompozitsionnye materiali [Spatially reinforced composite materials]*. Handbook. Moskva, Mashinostroenie, 1987, 223 p.
13. Gol'denblat I.I., Kopnov V.A. *Kriteriyi prochnosti i plastichnosti konstruktsionnykh materialov [Criteria of strength and plasticity of structural materials]*. Moskva, Mashinostroenie, 1968, 191 p.
14. Karpov J.S., Stavichenko V.G. *Sravnitel'nyy analiz podhodov k otsenke prochnosti sloistykh kompozitsionnykh materialov [A comparative analysis of approaches to assessment strength of laminated composite materials]*. Problemi prochnosti, 2008, No.4, Pp.36-42.
15. Daniel I.M., Cho J.M., Werner B.T. and Fenner J.S. *Mechanical behavior and failure criteria of composite materials under static and dynamic loading*. Proc. of ICCM17, 2009.
16. Anoshkin A.N. *Prognozirovaniye prochnosti uglerod-uglerodnykh endoprotezov golovki bedrennoi kosti pri staticheskikh ispitaniyah [The prediction of strength of carbon-carbon implants the head of the femur under static test]*. Biomekhanika, 2004, Vol.8, No.2, Pp.40-49.
17. Birjukov O.V. etc. *Rascheti na prochnost' i zheskost' trubchatoj stenki iz uglerod-uglerodnogo kompozitsionnogo materiala dlia vakuumnoj kameri [Calculations on strength and rigidity of the tubular wall of carbon-carbon composite material for vacuum chamber]*. Vestnik NTU HPI, 2008, Pp.42-49.
18. Sokolovsky M.N. etc. *Razrabotka uglerod-uglerodnogo soplovogo nasadka dlia zhidkostnykh raketnih dvigatelei [The development of carbon-carbon nozzle head for liquid rocket engines]*. Teplofizika i aeromekhanika, 2008, Vol.15, No.4, Pp.721-727.
19. Balashov V.V. etc. *Prognozirovaniye svoystv konstruktsionnykh materialov dlya elektrodov ionnykh dvigatelei [Prediction of properties of constructional materials for ion engines electrodes]*. Trudi MAI, Vol.61, Pp.1-13.

20. Stepashkin A.A., Mozolev V.V., Mostovoy G.E. *Otsenka resursa uglerod-uglerodnykh tormoznykh diskov s uchetom evoliutsii mekhanicheskikh svoystv materiala [Life assessment of carbon-carbon brake discs of aircraft wheels taking into account the evolution of material mechanical properties]*. [http://www.mami.ru/science/aai77/scientific/article/s05/s05\\_16.pdf](http://www.mami.ru/science/aai77/scientific/article/s05/s05_16.pdf)
21. Zhigun V.I., Plume E.Z. *Zavisimost' uprugikh i prochnostnykh svoystv uglerod-uglerodnykh kompozitov ot strukturi armirovaniia [The dependence of the elastic and strength properties of carbon-carbon composites from the reinforcement structure]*. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2015, Vol.21, No.3, Pp.301-313.
22. Laurin F., Carrere N., Maire J.-F. *Multiscale hybrid failure approach for strength analysis of composite structures subjected to complex 3D loadings*. Proc. of ICCM17, 2009.
23. Bolotin V.V. *Ploskaia zadacha teorii uprugosti dlia detalei iz armirovannykh materialov [The plane problem of elasticity theory for details of reinforced materials]*. *Raschety na prochnost'*. Moskva, Mashinostroenie, 1966, Vol.12, Pp.3-31.
24. Taranukha N.A., Vasiliev A.S. *Analiz kriteriev predel'nogo sostojaniia dlia konstruksii iz kompozitsionnykh materialov [An analysis of limit state criteria for the construction of composite materials]*. *Uchenie zapiski KnAGTU, Nauki o prirode i tekhnike*, 2015, Vol.1, No.3, Pp.81-87.

Поступила в редакцию 10 мая 2016 года.

---

Сведения об авторах:

Жигун Валерий Иванович – д.т.н., н.с., Латвийский университет, Институт механики материалов, г. Рига, Латвия; e-mail: [goracij.goracij@yahoo.com](mailto:goracij.goracij@yahoo.com)  
Плуме Эгил Зигурдович – д.и.н., дир., Латвийский университет, Институт механики материалов, г. Рига, Латвия; e-mail: [egils@pmi.lv](mailto:egils@pmi.lv)