

УДК 629.76.023:533.6.013.42

## УСТОЙЧИВОСТЬ ТРЕХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Конопельчев М.А.

*АО «Корпорация «Московский институт теплотехники», г. Москва, Россия*

### АННОТАЦИЯ

Для защиты электронных приборов и пиротехнических средств летательных аппаратов от воздействия негативных факторов внешней среды используются конструкции в виде трехслойных оболочек, в которых наполнитель, обладая специальными функциональными свойствами, позволяет обеспечить минимальную теплопроводность, радиопрозрачность и звукоизоляцию, а геометрические и физические параметры несущих слоев дают возможность минимизировать массу конструкции.

В данной работе рассматривается панельный флаттер трехслойной цилиндрической оболочки, состоящей из несимметричных ортотропных несущих слоев и ортотропного легкого наполнителя при внешнем обтекании сверхзвуковым потоком газа. Оболочка дискретно подкреплена кольцевыми ребрами, жестко соединенными с несущими слоями. Учет тангенциальной составляющей контактного взаимодействия между ребрами и слоями значительно повышает точность расчета. Торцы оболочки шарнирно оперты и равномерно нагружены сжимающими силами.

Решение задачи ищется в виде тригонометрического ряда по продольной координате с использованием метода Бубнова-Галеркина. Полученная система алгебраических уравнений с помощью метода Данилевского сводится к характеристическому полиному восьмой степени. С использованием уравнения параболы устойчивости и понижения порядка с помощью алгебраических операций характеристическое уравнение сводится к системе двух алгебраических уравнений. Устойчивость полученной в результате матрицы коэффициентов анализируется с применением критерия Рауса-Гурвица.

На числовом примере показано влияние размеров, места расположения и количества ребер, длины оболочки и величины сжимающей силы на критическую скорость обтекания.

**Ключевые слова:** флаттер оболочки; аэроупругая устойчивость оболочки; трехслойная оболочка; подкрепленная оболочка

## STABILITY OF RING-STIFFENED THREE-LAYER SHELL IN SUPERSONIC GAS FLOW

Solomonov Yu.S., Georgievsky V.P., Nedbay A.Ya., Konopelchev M.A.

*JSC Moscow Institute of Thermal Technology Corporation, Moscow, Russia*

### ABSTRACT

To protect electronic devices and pyrotechnics of flight vehicles from the effects of adverse external factors, sandwich shell structures are used, whose core, having special functional properties, allows for minimum thermal conductivity, radio transparency and acoustic insulation, and the geometrical and physical parameters of the carrier layers make it possible to minimize the structural mass.

In this paper we consider the panel flutter of a cylindrical shell, consisting of unsymmetrical orthotropic carrier layers and an orthotropic lightweight core, under an external supersonic gas flow. The shell is discretely stiffened by rings rigidly connected to the carrier layer. Consideration of the tangential component of the contact interaction between the rings and the layers significantly improves the analysis accuracy. The shell edges are hinged and uniformly loaded with compressive forces.

The solution is searched in the form of trigonometric series in the longitudinal coordinate using the Bubnov-Galerkin method. The resulting system of algebraic equations is reduced to an eight-degree characteristic polynomial by the Danilevsky method. By implementing the stability parabola equation and lowering the order using algebraic operations, the characteristic equation is reduced to a system of two algebraic equations. The stability of the resulting coefficient matrix is analyzed using the Routh-Hurwitz criterion.

The effect of the size, location and number of rings, shell length and compressive force magnitude on the critical flow speed is illustrated with a numerical example.

**Keywords:** shell flutter; aeroelastic stability of shell; three-layer shell; stiffened shell

Конструкция современных ракет содержит ряд элементов, которые защищают узлы двигателя от тепловых и аэродинамических нагрузок. Такими элементами, например, являются соединительные отсеки и различные кожуха, выполненные в виде трехслойных оболочек с легким теплостойким наполнителем [1]. Для повышения устойчивости защитного элемента от действия внешнего давления стенки оболочки усиливаются кольцевыми ребрами.

При работе первой ступени ракета проходит плотные слои атмосферы и ее скорость достигает нескольких Махов. Кроме того, на пути ракеты могут встретиться дождевые и пылевые облака, которые имеют высокую плотность по сравнению с обычной атмосферой. Это может привести к флаттеру защитного элемента и возможность его возникновения необходимо оценить еще на стадии проектирования.

К настоящему времени имеется ряд работ, посвященных флаттеру гладких цилиндрических оболочек [2-4]. Однако класс трехслойных подкрепленных оболочек оказался практически неизученным.

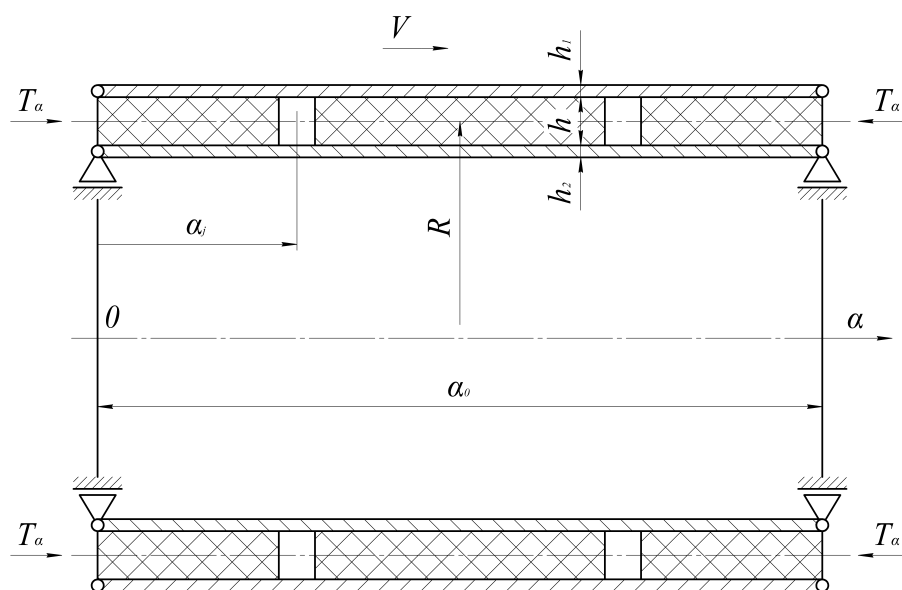


Рис. 1. Расчетная схема.

Рассмотрим шарнирно опертую трехслойную цилиндрическую оболочку с несимметричными ортотропными слоями и легким наполнителем, подкрепленную кольцевыми ребрами и обтекаемую по внешней поверхности сверхзвуковым потоком газа. Будем считать, что ребра связывают оба несущих слоя, расположены сравнительно редко и взаимным влиянием тангенциальных контактных усилий, а также радиальных инерционных сил можно пренебречь. По торцам оболочка нагружена осевыми сжимающими силами. Расчетная схема представлена на рис.1.

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой за координатную поверхность принята срединная поверхность наполнителя. Тогда уравнения движения оболочки можно представить в виде [5]

$$L_{k1}u_\alpha + L_{k2}v_\alpha + L_{k3}w + L_{k4}u_\beta + L_{k5}v_\beta + (\delta_{k2} + \delta_{k3} + \delta_{k5}) \sum_{i=1}^N [l_{k2}^{(i)}v_{\alpha i} + l_{k3}^{(i)}w_i + l_{k5}^{(i)}v_{\beta i}] \delta(\alpha - \alpha_i) = 0, \quad (1)$$

$$(k = 1, 2, \dots, 5),$$

где  $L_{kj}, l_{kj}$  – дифференциальные операторы, имеющие вид

$$L_{11} = B_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad L_{12} = L_{21} = (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}; \quad L_{13} = L_{31} = B_{12} \frac{\partial}{\partial \alpha};$$

$$L_{14} = L_{41} = \bar{B}_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \bar{B}_{33} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad L_{15} = L_{51} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta};$$

$$L_{22} = B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad L_{23} = L_{32} = B_{22} \frac{\partial}{\partial \beta}; \quad L_{24} = L_{42} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta};$$

$$L_{25} = L_{52} = \bar{B}_{33} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \bar{B}_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad L_{33} = \frac{D_{11}}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + \frac{2(D_{12} + D_{33})}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} +$$

$$+ \frac{D_{22}}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} - \frac{h_0^2}{h} \left( G_{13} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + G_{23} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) + \kappa \rho_0 MR \frac{\partial}{\partial \alpha} + T_\alpha \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{22} +$$

$$+ \frac{\kappa \rho_0 R^2}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} + F_0 R^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \quad L_{34} = L_{43} = \left( \bar{B}_{12} - 2 \frac{Rh_0}{h} G_{13} \right) \frac{\partial}{\partial \alpha};$$

$$L_{35} = L_{53} = \left( \bar{B}_{22} - 2 \frac{Rh_0}{h} G_{23} \right) \frac{\partial}{\partial \beta}; \quad L_{44} = B_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - 4 \frac{R^2}{h} G_{13};$$

$$L_{45} = L_{54} = (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}; \quad L_{55} = B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - 4 \frac{R^2}{h} G_{23};$$

$$l_{22}^{(i)} = \frac{E_i F_i}{R} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad l_{23}^{(i)} = l_{32}^{(i)} = \frac{E_i F_i}{R} \frac{\partial}{\partial \beta}; \quad l_{25}^{(i)} = l_{52}^{(i)} = -2 \frac{\varepsilon_i E_i F_i}{Rh_0} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2};$$

$$l_{33}^{(i)} = \frac{1}{R} \left( E_i F_i - a_i \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) + \rho_i F_i R \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \quad l_{35}^{(i)} = l_{53}^{(i)} = -\frac{2}{Rh_0} (\varepsilon_i E_i F_i + Ra_i) \frac{\partial}{\partial \beta};$$

$$l_{55}^{(i)} = -\frac{4}{Rh_0^2} \left[ a_i R^2 - E_i (\varepsilon_i^2 F_i + I_i) \right] \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad F_0 = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + h \rho_0;$$

$$B_{ss} = B_s^B + B_s^H; \quad \bar{B}_{ss} = B_s^B - B_s^H; \quad B_{12} = B_1^B v_2^B + B_1^H v_2^H;$$

$$\bar{B}_{12} = B_1^B v_2^B - B_1^H v_2^H; \quad B_1^B = E_1^B h_1 / \eta^B; \quad B_2^B = E_2^B h_1 / \eta^B; \quad B_3^B = G_{12}^B h_1;$$

$$D_{ss} = D_s^B + D_s^H; \quad D_{12} = D_1^B v_2^B + D_1^H v_2^H;$$

$$D_1^B = E_1^B h_1^3 / 12\eta^B; \quad D_2^B = E_2^B h_1^3 / 12\eta^B; \quad D_3^B = G_{12}^B h_1^3 / 6;$$

$$\eta^B = 1 - v_1^B v_2^B; \quad h_0 = h + (h_1 + h_2) / 2; \quad 2\varepsilon_i = r_i^B + r_i^H; \quad a_i = 5G_i F_i / 6;$$

$\alpha, \beta$  – безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении срединной поверхности заполнителя, принятой за координатную поверхность;  $w, u_\alpha, u_\beta, v_\alpha, v_\beta$  – нормальное и приведенные осевые и тангенциальные перемещения соответственно верхнего и нижнего несущих слоев;  $h_1, h_2, h$  – соответственно толщины верхнего, нижнего и среднего слоев;  $E_1^B, E_2^B, G_{12}^B, v_1^B, v_2^B$  – соответственно осевой и окружной модули упругости, модуль сдвига и коэффициенты Пуассона верхнего слоя (обозначения для нижнего слоя с индексом «Н» имеют аналогичный смысл);  $G_{13}, G_{23}$  – модули поперечного сдвига заполнителя;  $\rho_1, \rho_2, \rho_0$  – плотность материалов верхнего, нижнего и среднего слоев;  $E_i, G_i, \rho_i$  – модуль упругости, модуль сдвига и плотность материала  $i$ -ого ребра;  $F_i, I_i$  – площадь и момент инерции ребра;  $N$  – количество ребер;  $\kappa, p_0, c_0$  – показатель политропы, давление и скорость звука невозмущенного потока;  $M$  – число Маха;  $T_\alpha$  – начальное осевое усилие;  $\delta(\alpha)$  – дельта-функция;  $\delta_{kj}$  – символ Кронекера;  $r_i^B, r_i^H$  – соответственно расстояния от оси ребра до срединной поверхности верхнего и нижнего слоев, причем эта величина считается положительной, если ось ребра лежит ниже срединной поверхности несущего слоя.

Решение уравнений (1) будем искать в виде

$$\{u_\alpha, u_\beta\} = \cos n\beta \sum_{m=0}^{\infty} \{A_{1m}, A_{4m}\} e^{\omega t} \cos \gamma_m \alpha,$$

$$\{v_\alpha, v_\beta\} = \sin n\beta \sum_{m=1}^{\infty} \{A_{2m}, A_{5m}\} e^{\omega t} \sin \gamma_m \alpha, \quad (2)$$

$$w = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{3m} e^{\omega t} \sin \gamma_m \alpha,$$

где  $\gamma_m = m\pi / \alpha_0$ ;  $\alpha_0 = L / R$ ;  $L$  – длина оболочки;  $\omega$  – комплексная частота;  $A_{1m}, \dots, A_{5m}$  – постоянные коэффициенты.

Раскладывая дельта-функцию в тригонометрический ряд, подставим (2) в (1) и, используя метод Бубнова-Галеркина, получим бесконечную систему алгебраических уравнений относительно постоянной  $A_{3m}$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ \delta_{km}(\xi_{1k} - \lambda) + \sum_{j=1}^N H_{km}^{(j)} + b_1 Q_{km} \right] A_{3m} = 0, \quad (k=1,2,3,\dots), \quad (3)$$

где  $\xi_{1k} = \Delta_k / D_{33}^{(k)}$ ;  $\xi_{2k} = D_{23}^{(k)} / D_{33}^{(k)}$ ;  $\xi_{3k} = D_{53}^{(k)} / D_{33}^{(k)}$ ;  $-\lambda = b_2 \omega^2 + b_3 \omega$ ;

$$H_{km}^{(j)} = \frac{2}{R\alpha_0} \left\{ E_j F_j \left[ 1 + n \left( \frac{2\xi_{3k} \varepsilon_j}{h_0} - \xi_{2k} \right) \right] + a_j n \left( n + 2\xi_{3k} \frac{R}{h_0} \right) \right\} \sin \gamma_k \alpha_j \sin \gamma_m \alpha_j;$$

$$b_1 = \kappa p_0 R M; \quad b_2 = F_0 R^2 + \frac{2R}{\alpha_0} \sum_{i=1}^N F_i \rho_i \sin^2 \frac{\pi \alpha_i}{\alpha_0}; \quad b_3 = \kappa p_0 R^2 / c_0;$$

$$Q_{km} = \begin{cases} \frac{4}{\alpha_0} \frac{mk}{k^2 - m^2}, & (k \pm m) - \text{нечетное число,} \\ 0, & (k \pm m) - \text{четное число,} \end{cases}$$

$D_{23}^{(k)}, D_{33}^{(k)}, D_{53}^{(k)}, \Delta_k$  – алгебраические дополнения и определитель матрицы, элементы которой имеют вид

$$\begin{aligned} a_{11} &= -B_{11}\gamma_k^2 - B_{33}n^2; & a_{12} &= a_{21} = (B_{12} + B_{33})\gamma_k n; & a_{13} &= -a_{31} = B_{12}\gamma_k; \\ a_{14} &= a_{41} = -\bar{B}_{11}\gamma_k^2 - \bar{B}_{33}n^2; & a_{15} &= a_{51} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33})\gamma_k n; \\ a_{22} &= -B_{33}\gamma_k^2 - B_{22}n^2 - \frac{2n^2}{R\alpha_0} \sum_{j=1}^N E_j F_j \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{23} &= -B_{22}n; & a_{24} &= a_{42} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33})\gamma_k n; \\ a_{25} &= a_{52} = -\bar{B}_{33}\gamma_k^2 - \bar{B}_{22}n^2 + \frac{4n^2}{Rh_0\alpha_0} \sum_{j=1}^N \varepsilon_j E_j F_j \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{32} &= B_{22}n + \frac{2n}{R\alpha_0} \sum_{j=1}^N E_j F_j \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{33} &= \frac{D_{11}}{R^2} \gamma_k^4 + \frac{2(D_{12} + D_{33})}{R^2} \gamma_k^2 n^2 + \frac{D_{22}}{R^2} n^4 + \frac{h_0^2}{h} (G_{13}\gamma_k^2 + G_{33}n^2) - T_\alpha \gamma_k^2 + B_{22}; \\ a_{34} &= -a_{43} = -\left(\bar{B}_{12} - \frac{2Rh_0}{h} G_{13}\right) \gamma_k; \\ a_{35} &= \left(\bar{B}_{22} - \frac{2Rh_0}{h} G_{23}\right) n - \frac{4n}{Rh_0\alpha_0} \sum_{j=1}^N (\varepsilon_j E_j F_j + Ra_j) \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{44} &= -B_{11}\gamma_k^2 - B_{33}n^2 - \frac{4R^2}{h} G_{13}; & a_{45} &= a_{54} = (B_{12} + B_{33})\gamma_k n; \\ a_{53} &= -\left(\bar{B}_{22} - \frac{2Rh_0}{h} G_{23}\right) n; \\ a_{55} &= -B_{33}\gamma_k^2 - B_{22}n^2 - \frac{4R^2}{h} G_{23} - \frac{8}{Rh_0^2\alpha_0} \sum_{j=1}^N [a_j R^2 + E_j (\varepsilon_j^2 F_j + I_j) n^2] \sin^2 \gamma_k \alpha_j. \end{aligned}$$

Отметим, что система уравнений (3) по виду идентична системе, полученной в работе [6]. Однако коэффициенты настоящей системы и базовой матрицы значительно отличаются от коэффициентов предыдущей системы, так как в них, кроме радиальных контактных усилий между ребрами и оболочкой, учитываются и тангенциальные взаимодействия. Учет тангенциальных контактных усилий повышает точность расчета на  $\approx 20\%$ .

Редуцируя систему уравнений (3), с помощью метода Данилевского [7] приведем исходную матрицу к матрице Фробениуса. В результате получим характеристическое уравнение в следующем виде

$$\lambda^q - A_{q-1}\lambda^{q-1} + A_{q-2}\lambda^{q-2} - \dots - A_1\lambda + A_0 = 0 \tag{4}$$

где  $A_0, \dots, A_{q-1}$  – известные вещественные коэффициенты.

Полагая  $\lambda = \lambda_1 + i\lambda_2$  и отделяя в (4) действительную часть комплексных собственных значений от мнимой, получим систему уравнений относительно  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Понижая порядок уравнения для  $\lambda_1$  с помощью алгебраических операций и используя уравнение параболы устойчивости [8]

$$\theta\lambda_1 = \lambda_2^2, \quad \theta = b_3^2 / b_2,$$

получим систему двух уравнений. Для  $n = 8$  она имеет вид

$$\begin{aligned} C_0\lambda_1^7 + C_1\lambda_1^6 + C_2\lambda_1^5 + C_3\lambda_1^4 + C_4\lambda_1^3 + C_5\lambda_1^2 + C_6\lambda_1 + C_7 &= 0, \\ S_0\lambda_1^7 + S_1\lambda_1^6 + S_2\lambda_1^5 + S_3\lambda_1^4 + S_4\lambda_1^3 + S_5\lambda_1^2 + S_6\lambda_1 + S_7 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} C_0 &= 8; \quad C_1 = 7A_7 - 56\theta; \quad C_2 = 6A_6 - 35A_7\theta + 56\theta^2; \\ C_3 &= 5A_5 - 20A_6\theta + 21A_7\theta^2 - 8\theta^3; \quad C_4 = 4A_4 - 10A_5\theta + 6A_6\theta^2 - A_7\theta^3; \\ C_5 &= 3A_3 - 4A_4\theta + A_5\theta^2; \quad C_6 = 2A_2 - A_3\theta; \quad C_7 = A_1; \\ S_0 &= A_7 - 168\theta; \quad S_1 = 2A_6 - 133A_7\theta + 504\theta^2; \\ S_2 &= 3A_5 - 100A_6\theta + 259A_7\theta^2 - 216\theta^3; \\ S_3 &= 4A_4 - 70A_5\theta + 114A_6\theta^2 - 55A_7\theta^3 + 8\theta^4; \\ S_4 &= 5A_3 - 44A_4\theta + 39A_5\theta^2 - 8A_6\theta^3; \\ S_5 &= 6A_2 - 23A_3\theta + 8A_4\theta^2; \quad S_6 = 7A_1 - 8A_3\theta; \quad S_7 = 8A_0. \end{aligned}$$

Используя критерий Рауса-Гурвица, приравняем нулю результат уравнений

(5)

$$\begin{vmatrix} C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & C_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & C_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & C_7 \\ S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 & S_6 & S_7 \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

Выражение (6) позволяет определить критическую скорость потока в зависимости от конструктивных параметров оболочки.

В качестве примера рассмотрим трехслойную оболочку, подкрепленную одинаковыми прямоугольными ребрами, и имеющую следующие базовые параметры

$$\begin{aligned} L/R &= 9; \quad (h_1, h_2)/R = 0,002; \quad h/R = 0,02; \\ (E_1^B, E_1^H)/E_0 &= 300; \quad (E_2^B, E_2^H)/E_0 = 480; \quad E/E_0 = 480; \\ (G_{12}^B, G_{12}^H)/E_0 &= 48; \quad G/E_0 = 48; \quad (G_{13}, G_{23})/E_0 = 0,4; \\ \nu_1^B = \nu_1^H &= 0,15; \quad \nu_2^B = \nu_2^H = 0,24; \quad (\rho_1, \rho_2, \rho)/\rho_0 = 5; \\ F/R^2 &= 4 \cdot 10^{-4}; \quad I/FR^2 = 4 \cdot 10^{-5}; \quad \kappa = 1,4; \\ p_0/E_0 &= 10^{-3}; \quad c_0^2\rho_0/E_0 = 0,36; \quad n = 4. \end{aligned}$$

На рис.2 представлены зависимости критической скорости флаттера в числе Маха от безразмерной ширины ребра  $\bar{b} = 10^2 b/R$  ( $b$  – ширина ребра) при однореберном и трехреберном подкреплении. На рис.3 показаны зависимости критической скорости флаттера от длины оболочки с одним ребром при различных величинах осевой сжимающей силы ( $T_{кр}$  – критическая сжимающая сила неподкрепленной оболочки). На рис.4 даны зависимости

критической скорости от места расположения крайних шпангоутов (второй шпангоут находится всегда в середине оболочки) при различных значениях осевой сжимающей силы.

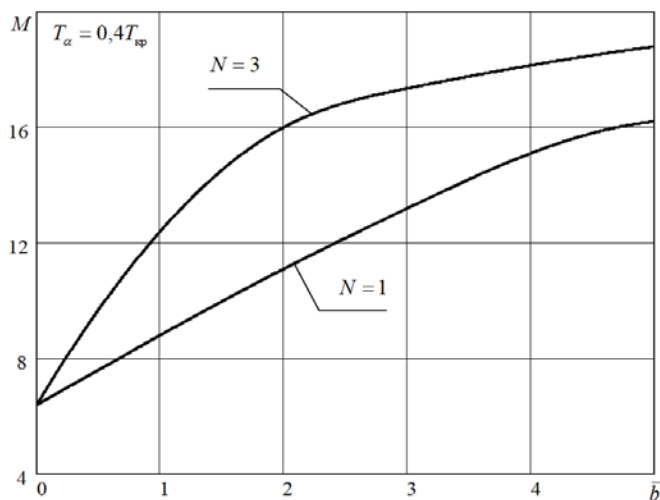


Рис.2. Зависимость критического числа Маха от ширины ребер.

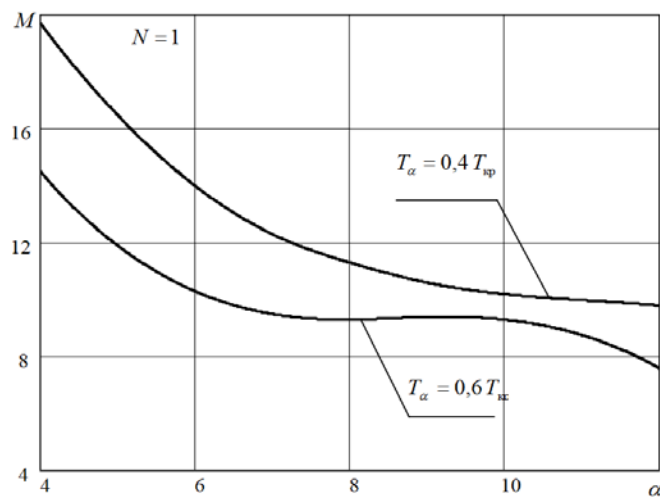


Рис.3. Зависимость критического числа Маха от длины оболочки

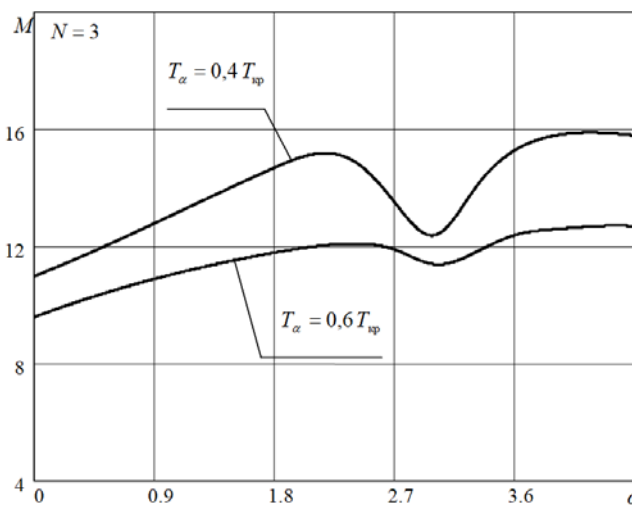


Рис.4. Зависимость критической скорости от расположения крайних шпангоутов.

Из приведенного примера следует, что

- при подкреплении одним ребром критическая скорость линейно уменьшается при увеличении ширины ребра;
- при подкреплении тремя ребрами критическая скорость линейно зависит от ширины ребер и при  $\bar{b} = 2$  превышает скорость при одном ребре в 1,5 раза;
- для базового варианта увеличение осевой сжимающей силы в 1,5 раза снижает критическую скорость в 1,4 раза;
- с увеличением осевой силы характер зависимости критической скорости от длины меняется с монотонного на колебательный;
- при расположении краевых шпангоутов на расстоянии  $\alpha = 2,8$  и  $\alpha = 6,2$  подкрепляющее влияние ребер почти не сказывается, так как они попадают в узловые точки формы колебаний.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена математическая модель поведения трехслойной ортотропной цилиндрической оболочки с легким наполнителем, дискретно подкрепленной кольцевыми ребрами, в сверхзвуковом потоке газа. Характеристический полином с помощью уравнения параболы устойчивости к системе двух уравнений, коэффициенты которой, используя критерий Рауса-Гурвица, позволяют определить критическую скорость потока. Показан характер влияния параметров конструкции на процесс возникновения флаттера.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Кобелев В.Н., Коварский Л.М., Тимофеев С.И. *Расчет трехслойных конструкций. Справочник*. М.: Машиностроение, 1984. – 304 с.
2. Григолюк Э.И., Михайлов А.П. *Флаттер трехслойных цилиндрических оболочек в сверхзвуковом потоке газа* // Инженерный журнал. – 1965. Т.5. – Вып.6. – С.1087-1091.
3. Смирнов А.И. *Собственные колебания и флаттер трехслойных цилиндрических оболочек в сверхзвуковом потоке газа* // Докл. АН СССР. – 1969. – Т.186. – №3. – С.533-536.
4. Худаяров Б.А. *Алгоритмизация задачи о флаттере вязкоупругих трехслойных оболочек, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа* // Вычисл. Технологии. – 2005. – Т.10. – №4. – С.111-117.
5. Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрюшин В.А. *Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек*. М.: Физматлит, 2013. – 408 с.
6. Бакулин В.Н., Волков Е.Н., Недбай А.Я. *Флаттер слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами и нагруженной осевыми силами* // Доклады Академии наук. – 2015. – Т.463. – №4. – С.414-417.
7. Демидович Б.П., Марон И.А. *Основы вычислительной математики*. М.: Наука, 1966. – 664 с.
8. Огибалов П.М., Колтунов М.А. *Оболочки и пластины*. М.:Изд-во МГУ, 1971. – 696 с.



## REFERENCES

1. Kobelev V.N., Kovarskii L.M., Timofeev S.I. *Raschet trekhsloinykh honstruksii Spravochnik [Analysis of three-layer structures. Reference book]*. Moskva: Mashinostroenie, 1984, 304 p.
2. Grigoliuk E.I., Mikhailov A.P. *Flutter trekhsloinykh tsilindricheskikh obolochek v sverkhzvukovom potoke gaza [Flutter of cylindrical shells in supersonic gas flow]*. Inzhenernyi zhurnal, 1965, Vol.5, Iss.6, Pp.1087-1091.
3. Smirnov A.I. *Sobstvennye kolebaniia i flutter trekhsloinykh tsilindricheskikh obolochek v sverkhzvukovom potoke gaza [Natural oscillations and flutter of three-layer cylindrical shells in supersonic gas flow]*. Doklady Akademii Nauk SSSR, 1969, Vol.186, No.3, Pp.533-536.
4. Khudayarov B.A. *Algoritmizatsiia zadachi o flattere viazkouprugikh trekhsloinykh obolochek, obtekaemykh sverkhzvukovym potokom gaza [Algorithmization of flutter problem for viscoelastic sandwich shells in supersonic gas flow]*. Vychislitelnye Tekhnologii, 2005, Vol.10, No.4, Pp.111-117.
5. Solomonov Yu.S., Georgievsky V.P., Nedbay A. Ya., Andryushin V.A. *Prikladnye zadachi mekhaniki kompozitnykh tsilindricheskikh obolochek [Applied problems of mechanics of composite cylindrical shells]*. Moskva: Fizmatlit, 2013, 408 p.
6. Bakulin V.N., Volkov E.N., Nedbay A.Y. *Flutter of a sandwich cylindrical shell supported with annular ribs and loaded with axial forces*. Doklady Physics, 2015, Vol.60, No.8, Pp.360-363.
7. Demidovich B.P., Maron I.A. *Osnovy vychislitelnoi matematiki [Fundamentals of computational mathematics]*. Moskva: Nauka, 1966, 664 p.
8. Ogibalov P.M., Koltunov M.A. *Obolochki i plastiny [Shells and plates]*. Moskva: Izdatelstvo MGU, 1971, 696 p.

Поступила в редакцию 28 апреля 2017 года

---

Сведения об авторах:

Соломонов Юрий Семенович – акад. РАН, д.т.н., 1-й зам.ген.дир. – ген. конструктор, АО «Корпорация «Московский институт теплотехники», г. Москва, Россия  
Георгиевский Владимир Павлович – д.т.н., г.н.с., помощник ген. конструктора, АО «Корпорация «Московский институт теплотехники», г. Москва, Россия  
Недбай Аркадий Яковлевич – к.т.н., в.н.с., АО «Корпорация «Московский институт теплотехники», г. Москва, Россия  
Конопельчев Михаил Александрович – инж., АО «Корпорация «Московский институт теплотехники», г. Москва, Россия; e-mail: [konopelchevm@gmail.com](mailto:konopelchevm@gmail.com)