

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНЦЕНТРАТОРА НАПРЯЖЕНИЙ НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Полатов А.М.

Национальный Университет Узбекистана, г. Ташкент, Республика Узбекистан

АННОТАЦИЯ

В работе исследуется упругопластическая среда из неоднородного сплошного материала, состоящего из двух компонент: армирующих элементов и матрицы (или связующего), которая обеспечивает совместную работу армирующих элементов. На основе асимптотических методов расчета композитных материалов с учетом внутренней структуры определяются эффективные механические параметры волокнистого композита, что позволяет привести неоднородную среду к однородной с различными механическими параметрами по оси изотропии и плоскости изотропии. Для решения задачи физически нелинейного деформирования волокнистых композитов применяется упрощенная теория малых упругопластических деформаций для трансверсально-изотропной среды, предложенная проф. Б.Е. Победрей, что позволяет применить теорию малых упругопластических деформаций к решению прикладных задач. Решение упругопластической задачи выполняется на основе итерационного процесса метода упругих решений А.А.Ильюшина и МКЭ.

Известно, что наличие концентратора напряжений в конструкциях ведет к значительному искажению картины распределения напряжений. В окрестностях отверстия наблюдается повышенное напряжение. На основе разработанной компьютерной модели расчета физически нелинейного деформирования волокнистых композитных материалов с концентраторами напряжений проведен вычислительный эксперимент. Изучено напряженно-деформированное состояние пластины, ослабленной сквозным отверстием в форме эллиптического цилиндра и горизонтальной прямолинейной трещиной. Исследовано влияние формы отверстий на формирование зон пластических деформаций в конструкциях из волокнистых материалов. Определено месторасположение зон с максимальными касательными напряжениями, которые могут привести к отрыву волокна от матрицы.

Исследуется процесс уменьшения напряжений за счет изменения формы контура при минимально искаженном напряженном состоянии. Изучено влияние дополнительных круглых отверстий на напряженно-деформированное состояние пластины. Установлено, что если в конструктивном отношении на расстоянии одного диаметра от первого отверстия установить второе, то оно вызывает разгрузку пластины в окрестностях этих концентраторов напряжений. Таким образом, путем конструктивных изменений достигается улучшения в распределении напряжений и, как следствие, усиливается прочность конструкций.

Ключевые слова: волокнистые композиты; МКЭ; пластичность; интенсивность; деформация; напряжения; отверстие; взаимовлияние

COMPUTER MODELING OF THE STRESS CONCENTRATOR INFLUENCE ON DEFORMATION OF FIBROUS MATERIAL

Polatov A.M.

National University of Uzbekistan, Tashkent, Republic of Uzbekistan

ABSTRACT

In the paper, an elastic-plastic medium is investigated from an inhomogeneous solid material consisting of two components: reinforcing elements and a matrix (or binder), which ensures the joint operation of reinforcing elements. Based on the asymptotic methods of calculating composite materials, taking into account the internal structure, the effective mechanical parameters of the fiber composite are determined. This makes it possible to bring the inhomogeneous medium to a uniform, with different mechanical parameters along the isotropy and isotropy planes. To solve the problem of physically nonlinear deformation of fibrous composites, a simplified theory of small elastic-plastic deformations for a transversely isotropic medium is proposed, proposed by prof. B.E. Pobedrya. This allows us to apply the theory of small elastic-plastic deformations for solving applied problems. The solution of the elastic-plastic problem is performed on the basis of the iterative process of the method of elastic solutions of AA Ilyushin and FEM.

It is known that the presence of a stress concentrator in the constructions leads to a significant distortion of the stress distribution pattern. In the vicinity of the hole there is an increased tension. On the basis of the developed computer model for calculating the physically nonlinear deformation of fibrous composite materials with stress concentrators, a computer experiment was carried out. The stress-strain state of plates weakened by a through hole in the form of a flattened elliptic cylinder and a horizontal rectilinear crack is studied. The influence of the shape of the holes on the formation of plastic deformations in structures made of fibrous structures is studied. The location of the zones with the maximum tangential stresses, which can lead to fiber detachment from the matrix, is determined.

The process of stress reduction is studied by changing the shape of the contour with a minimally distorted stress state. The effect of additional round holes on the stressed state of the plate was studied. It is established that if in the constructive relation at a distance of one diameter from the first hole it is permissible to establish a second one, it causes unloading of the plates in the vicinity of the stress concentrators. Thus, by means of structural changes, an improvement in the distribution of stresses and, as a result, an increase in the strength of the structure is achieved.

Keywords: fibrous composites; FEM; plastic; intensity; deformation; stress; hole; interaction

ВВЕДЕНИЕ

Развитие науки и современных технологий позволяет создавать компьютерные модели, реально отражающие картину распределения напряженного состояния пространственных конструкций. При этом особое внимание уделяется изучению влияния структурных особенностей материалов и конфигурации на напряженное состояние конструкций. Разработке компьютерного моделирования и решению задач физически нелинейного деформирования изотропных тел с концентраторами напряжений посвящены исследования многих авторов, обзор которых представлен в [1]. В [2] излагаются основные положения (постулаты) механики сплошной среды. Наряду с классическими моделями, рассматриваются сравнительно новые модели

поведения композитов, учитывающие связанность механических полей. В [3] рассмотрены алгоритм и математическое моделирование решения задачи с учетом физической нелинейности тел на основе теории малых упругопластических деформаций. Отмечается, что процесс решения задачи значительно ускоряется при использовании деформационной теории, чем при использовании теории течения. В [4] исследуются вопросы автоматизации построения моделей и визуализации результатов численного моделирования.

Наличие в конструкциях концентраторов напряжений оказывает существенное влияние на распределение деформаций в их окрестностях. В [5] на основе уточненной теории исследовано влияние анизотропии материала на деформированное состояние пластины с отверстием и определены границы пластической зоны. Рассматривается распределение пластической зоны вблизи круглого отверстия в бесконечной пластине из трансверсально-изотропного материала. Прогнозирование прочности слоистых композитов с отверстиями и повреждениями типа трещин исследуются в [6]. Решение задачи об определении напряженного состояния толстой плиты (случай плоской деформации) из упругого идеально пластического анизотропного сжимаемого материала, ослабленной эллиптическим отверстием приводится в [7]. Плита рассматривается под действием двусосного растяжения на бесконечности. В [8] исследовано влияние объемного содержания и механических параметров волокна и матрицы на упругопластическое деформированное состояние волокнистых композитных материалов. Определен диапазон значений соотношения волокна и матрицы, в пределах которого обеспечивается их эффективная совместная работа. Изучена концентрация напряжений в конструкциях, ослабленных различного рода концентраторами напряжений.

Известно, что путем конструктивных изменений можно оптимизировать картину распределения напряжений. В [9] описывается эффект разгрузки на примере повышения усталостной прочности для круглого стержня снабженного системой отверстий в форме кольцевой выточки. Влияние разгрузочных щелей на напряженное состояние породного массива в окрестностях выработки описано в [10]. Анализ влияния и взаимовлияния разгружающих полостей в изотропных конструкционных материалах исследуется в [11]. Взаимовлияние круглой полости и жесткого круглого включения в нелинейно-упругом теле анализируется в [12]. Для вычисления значений эффективных механических параметров волокнистых материалов в [13] использованы полученные на основе асимптотических методов соотношения, позволяющие учитывать радиальное взаимодействие компонент, связанное с различием коэффициентов Пуассона матрицы и волокна.

Компьютерное моделирование позволяет исследовать влияние концентраторов напряжений на прочность конструкций и добиться разгрузки конструкции посредством установления дополнительных отверстий.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуется упругопластическая среда из неоднородного сплошного материала, состоящего из двух компонент: армирующих элементов и матрицы (или связующего), которая обеспечивает совместную работу армирующих элементов. Для решения задачи физически нелинейного деформирования волокнистых композитов применяется теория малых упругопластических

деформаций для трансверсально-изотропной среды, предложенная проф. Б.Е. Победрей, а упрощенная теория позволяет применить теорию малых упругопластических деформаций для решения прикладных задач [14].

Краевая задача теории упругости для анизотропных тел состоит из уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} + X_i = 0, \quad x_i \in V \quad (1)$$

обобщенного закона Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2)$$

соотношений Коши

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (3)$$

и краевых условий

$$u_i|_{\Sigma_1} = u_i^o, \quad x_i \in \Sigma_1 \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} n_j|_{\Sigma_2} = S_i^o, \quad x_i \in \Sigma_2 \quad (5)$$

где u_i – компоненты вектора перемещений; X_i, S_i – объёмные и поверхностные силы; Σ_1, Σ_2 – части поверхности Σ объёма V ; n_j – внешняя нормаль к поверхности Σ_2 объёма V ; C_{ijkl} – тензор упругих констант.

Для упрощенной трансверсально-изотропной теории пластичности определяющее соотношение между инвариантами тензоров напряжений и деформаций (2) записывается в виде [1]

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma} &= (\lambda_2 + \lambda_4) \tilde{\theta} + \lambda_3 \varepsilon_{33}, \\ \sigma_{33} &= \lambda_3 \tilde{\theta} + \lambda_1 \varepsilon_{33}, \\ P_u &= P(p), \quad Q_u = Q(q) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$P_u = 2\lambda_4(1 - \pi(p_u))p_u$, $Q_u = 2\lambda_5(1 - \chi(q_u))q_u$, $\pi(p)$ и $\chi(q)$ – функции пластичности типа Ильюшина, значения которых в упругой зоне равны нулю. В упругой области параметры σ_{ij} определяются по закону Гука, а в области пластических деформаций – на основе деформационной теории А.А. Ильюшина.

В соотношениях (6) приняты следующие обозначения: соотношения компонент тензоров напряжений

$$P_{ij} = \sigma_{ij} + \tilde{\sigma}(\delta_{i3}\delta_{j3} - \delta_{ij}) + \sigma_{33}\delta_{i3}\delta_{j3} - (\sigma_{i3}\delta_{j3} + \sigma_{3j}\delta_{i3}) \quad (7)$$

$$Q_{ij} = \sigma_{i3}\delta_{j3} + \sigma_{3j}\delta_{i3} - 2\sigma_{33}\delta_{i3}\delta_{j3}, \quad \tilde{\sigma} = (\sigma_{11} + \sigma_{22})/2 \quad (8)$$

аналогично, соотношение компонент тензоров деформаций

$$\varepsilon_{ij} = \tilde{\theta}(\delta_{ij} - \delta_{i3}\delta_{j3}) + \varepsilon_{33}\delta_{i3}\delta_{j3} + p_{ij} + q_{ij} \quad (9)$$

где

$$p_{ij} = \varepsilon_{ij} + \frac{\tilde{\theta}}{2}(\delta_{i3}\delta_{j3} - \delta_{ij}) + \varepsilon_{33}\delta_{i3}\delta_{j3} - (\varepsilon_{i3}\delta_{j3} + \varepsilon_{3j}\delta_{i3}) \quad (10)$$

$$q_{ij} = \varepsilon_{i3}\delta_{3j} + \varepsilon_{3j}\delta_{3i} - 2\varepsilon_{33}\delta_{i3}\delta_{j3}, \quad \tilde{\theta} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} \quad (11)$$

P_u, Q_u и p_u, q_u – интенсивность тензоров напряжений и деформаций (соответственно, по плоскости изотропии и по оси трансверсальной изотропии)

$$P_u = \sqrt{\frac{1}{2} P_{ij} P_{ij}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 4\sigma_{12}^2} \quad (12)$$

$$p_u = \sqrt{\frac{1}{2} p_{ij} p_{ij}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22})^2 + 4\varepsilon_{12}^2}$$

$$Q_u = \sqrt{\frac{1}{2} Q_{ij} Q_{ij}} = \sqrt{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2} \quad (13)$$

$$q_u = \sqrt{\frac{1}{2} q_{ij} q_{ij}} = \sqrt{\varepsilon_{13}^2 + \varepsilon_{23}^2}$$

Предполагается, что плоскость трансверсальной изотропии совпадает с плоскостью XOY, а ось – с осью OZ.

Механические параметры трансверсально-изотропного материала связаны с модулями λ_i следующими соотношениями

$$\lambda_1 = E'(1-\nu)/l; \quad \lambda_2 = E(\nu + kv'^2)/[(1+\nu)/l]; \quad \lambda_3 = Ev'/l;$$

$$\lambda_4 = G = E/[2(1+\nu)]; \quad \lambda_5 = G'; \quad l = 1 - \nu - 2\nu'^2 k; \quad k = E/E'.$$

Здесь ν и ν' – эффективные коэффициенты Пуассона, E и E' – эффективные модули упругости, соответственно, по плоскости и по оси изотропии трансверсально-изотропного материала.

В общем случае, посредством представления отношений между тензором напряжений σ_{ij} и тензором деформаций ε_{kl} в виде функции $\sigma_{ij} = F(\varepsilon_{kl})$, соотношения Коши и вектора смещений каждой частицы в системе координат $Ox_1x_2x_3$ как $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$, можно представить нелинейную связь между тензором напряжений и вектором смещений u_i в форме

$$\sigma_{ij} = F\{\varepsilon_{ij}(\vec{u})\} = \sigma_{ij}(\vec{u}). \quad (14)$$

Тогда уравнение равновесия (1) будет представлять систему из трех уравнений в частных производных относительно трех компонент вектора смещений. Для этой системы уравнений можно установить три типа граничных условий: в перемещениях (4), напряжениях (5) и смешанный. Таким образом, процесс деформирования твердого тела, находящегося в равновесии под действием внешних сил, можно свести к определению компонент вектора смещения \vec{u} .

Приведенная дифференциальная постановка задачи (1-5) эквивалентна вариационной постановке в виде принципа минимума потенциальной энергии Лагранжа или принципа возможных перемещений [15]

$$\iiint_V \delta(\varepsilon)'(\sigma) dV - \iint_S \delta(U)'(P) dS = 0 \quad (15)$$

Подставляя геометрически возможные перемещения, компоненты тензора напряжений и поверхностных нагрузок, можно получить различные системы разрешающих уравнений.

2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

На начальном этапе решения задачи вычисляются параметры конечно-элементной сетки многосвязной конструкции [16]. Далее, на основе асимптотических методов расчета композитных материалов с учетом внутренней структуры вычисляются эффективные механические параметры волокнистого композита, что позволяет привести неоднородную среду к однородной с различными механическими параметрами по оси изотропии OZ и плоскости изотропии XOY [13]. Решение системы уравнений выполняется модифицированным методом квадратных корней с учетом симметрично-ленточной структуры коэффициентов [17]. Решение упругопластической задачи выполняется на основе итерационного процесса метода упругих решений А.А.Ильюшина [18]. На заключительном этапе решения задачи вычисляются результирующие параметры, и выполняется визуализация реальной картины напряженно-деформированного состояния конструкции. Для проведения вычислительного эксперимента разработан специализированный программный комплекс АРПЭК [19].

3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Достоверность результатов расчетов подтверждается совпадением результатов решения тестовой упругой задачи о растяжении волокнистой конструкции в форме квадратной пластины с центральным круговым отверстием, полученных непосредственно по волокнистой модели и по модели однородного ортотропного материала с эффективными упругими характеристиками бороалюминия [8]. Достоверность результатов решения упругопластической задачи обосновывается с их соответствием результатам решения задачи о растяжении квадратной пластины из волокнистого материала на основе вариационно-разностного метода [2]. Соответствие результатов решения тестовых задач подтверждает корректность предложенной однородной модели.

3.1. Задача о влиянии отверстия и трещины.

Рассматривается трехмерная упругопластическая задача об одноосном равномерно-распределенном растяжении ($P_{zz} = 950$ МПа) по направлению волокон прямоугольной пластины из бороалюминия высотой 10 мм, шириной 5 мм и толщиной 1 мм. В центре пластины располагается изолированный концентратор напряжений. В качестве материала матрицы используется алюминиевый сплав Д16 (дюралюминий) с параметрами: $E = 7.1 \cdot 10^4$ МПа, $\mu = 0.32$ и $\sigma_s = 2.13 \cdot 10^2$ МПа (предел упругости). Для борного волокна – $E' = 39.7 \cdot 10^4$ МПа, $\mu' = 0.21$, предел прочности при растяжении $\sigma'_s = 2.5 \cdot 10^3$ МПа. Волокна материала расположены параллельно оси OZ (рис.1), объемное содержание волокна в композите составляет $\nu = 60\%$, соответствующие эффективные механические параметры: $E = 1.3992 \cdot 10^5$ МПа, $E' = 2.6682 \cdot 10^5$ МПа, $G = 0.6551 \cdot 10^5$ МПа, $G' = 0.5396 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0.0682$, $\mu' = 0.2480$ [9]. Предел упругой деформации дюралюминия $p_s = 0.003$, коэффициент упрочнения $\bar{\lambda} = 0.5$. Здесь и далее: OZ – ось трансверсальной изотропии, XOY – плоскость изотропии.

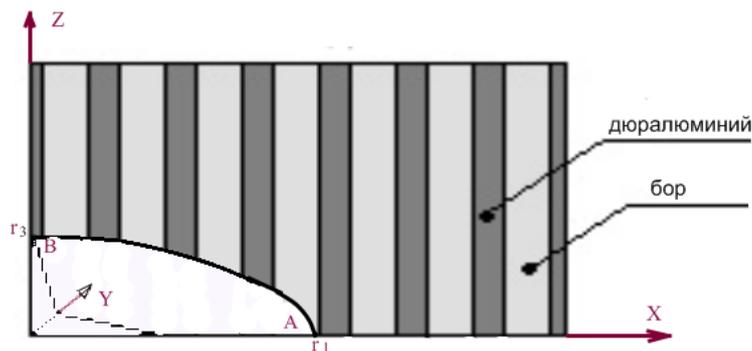


Рис.1. ¼ часть сечения конструкции по плоскости $y=0$.

В качестве концентратора напряжений рассматриваются:

а) сквозное отверстие в форме эллиптического цилиндра с осью, направленной вдоль оси OY ; радиусы эллипса: $r_1=0.5$ мм и $r_3=0.1$ мм, высота цилиндра $h=1$ мм (рис.1);

б) сквозная горизонтальная прямолинейная трещина в форме единичного квадрата с центром в начале оси координат, лежащая на плоскости XOY .

Определимся с месторасположением характерных точек A и B , которые расположены в зонах концентрации напряжений. Для эллиптического цилиндра: A – на пересечении горизонтального и B – вертикального диаметрального сечения с контуром отверстия (рис.1); для трещины: A – на вершине и B – срединная точка).

Для анализа результатов расчета в табл.1 и табл.2 приведены значения компонент упругого и упругопластического состояния конструкции, которые характеризуют состояние материала матрицы волокнистых композитов.

В табл.1 приведены значения параметров напряженно-деформированного состояния матрицы волокнистого композита в окрестности точки A . Уменьшение значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии (12) указывает на понижение общего деформированного состояния за счет пластического деформирования материала в окрестности концентратора напряжений.

Таблица 1.

Параметры напряженно-деформированного состояния (эллиптический цилиндр).

Состояние	P_u	P_u [МПа]	σ_{xx} [МПа]	σ_{yy} [МПа]
упругость	0.00398	522.09	-810.63	-72.47
упр.-пласт.	0.00327	410.95	-622.23	-105.28

Далее, для сравнения приведены результаты упругого и упругопластических расчетов (рис.2-4). В упругопластических расчетах образуются зоны пластических деформаций по плоскости изотропии, которые существенно влияют на напряженно-деформированное состояние в окрестности концентраторов напряжений.

Распределение значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии приводится на рис.2. Пластическая зона концентрируется в окрестности верхней и нижней частей концентратора (рис.2.б).

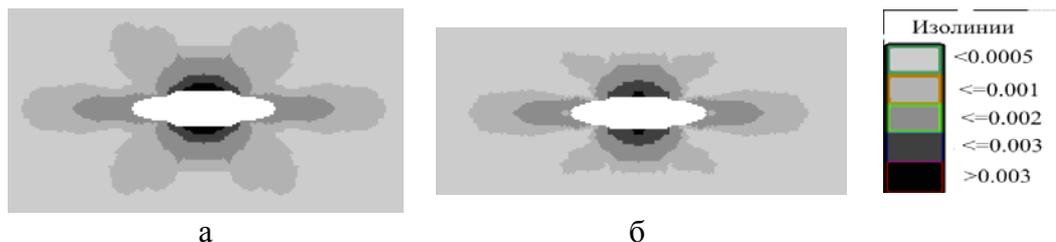


Рис.2. Распределение значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии в сечении $y = 0$.

В табл.2 приведены значения параметров напряженно-деформированного состояния матрицы волокнистого композита в окрестности трещины. Анализ результатов расчета показывает, что в отличие от однородного материала, где максимальные значения концентрируются на вершинах трещины, в волокнистых композитах они формируются в окрестности срединной точки берегов трещины. Это связано с тем, что вертикально расположенные сплошные волокна композита берут на себя нагрузку и препятствуют деформированию матрицы композита.

Таблица 2.

Параметры напряженно-деформированного состояния (трещина).

	в срединной точке (B)		в окрестности вершин трещины (A)	
	упругость	упруго-пластичность	упругость	упруго-пластичность
P_u	0.00373	0.00338	0.00232	0.00155
P_u [МПа]	488.65	418.18	304.29	203.10
σ_{xx} [МПа]	-733.41	-634.13	711.44	492.22
σ_{yy} [МПа]	-42.526	-72.61	293.19	221.15

Поля распределения значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии в окрестности горизонтальной прямолинейной трещины приведены на рис.3а,б. Необходимо отметить, что при учете пластических деформаций (рис.3.б) наблюдается понижение значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии.

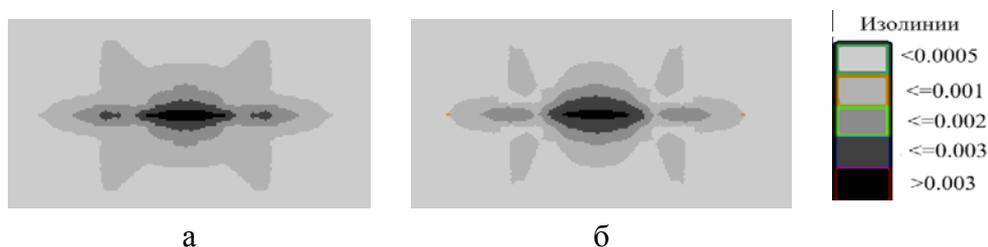


Рис.3. Распределение значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии в сечении $y = 0$.

В завершении исследований приведены поля распределения значений касательной компоненты напряженного состояния τ_{xy} , так как их наличие может вызвать отторжение волокон от матрицы и привести к образованию новых трещин (рис.4). Поля напряжений концентрируются в окрестности боковой части

полости. Анализ картины распределения этих значений указывает на то, что при упругопластическом расчете происходит перераспределение напряженного состояния, максимальные значения концентрируются в окрестности боковой части эллиптического отверстия.

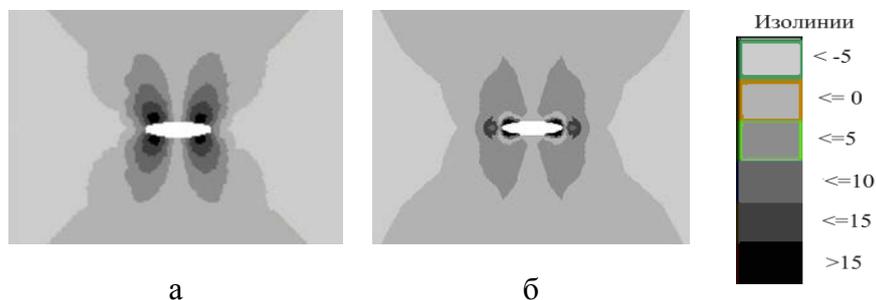


Рис.4. Распределение значений касательных напряжений τ_{xy} в сечении $y = 0$.

Такое же перераспределение напряженного состояния можно наблюдать и при наличии центральной прямолинейной трещины (рис.5). Максимальные напряжения по компоненте τ_{xy} формируются в окрестности вершин трещины (табл.2). Причем упругопластический расчет (рис.5б) указывает на то, что максимальные значения τ_{xy} концентрируются непосредственно у вершины трещины.

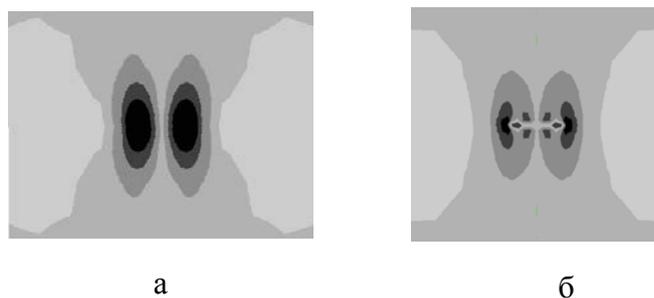


Рис.5. Распределение значений касательных напряжений τ_{xy} в сечении $y = 0$.

Таким образом, проведение вычислительного эксперимента позволяет исследовать влияние формы отверстий конструкций из волокнистых композитов на напряженное состояние, определить зоны образования пластических деформаций матрицы и месторасположение областей с максимальными касательными напряжениями, которые могут привести к отрыву волокна от матрицы композита.

3.2. Задача о разгрузке конструкции.

Рассматривается процесс уменьшения напряжений за счет изменения формы контура при минимально искаженном напряженном состоянии. Путем конструктивных изменений можно достичь улучшения в распределении напряжений и, как следствие, повышения прочности конструкции [9]. Исследуется упругопластическое напряженно-деформированное состояние волокнистой пластины из бороалюминия. Конструкция одноосно растягивается по направлению волокна. Пластина, из чисто конструктивных соображений, снабжена сквозным центральным отверстием в форме кругового цилиндра с осью вдоль оси OY , и плоскостью основания, лежащей в плоскости XOZ . Размеры прямоугольной

пластины: высота – 10 мм, ширина – 5 мм, толщина – 1 мм, радиус отверстия $r = 0.5$ мм, высота цилиндра $h = 1$ мм. Объемное содержание борных волокон – 35%. Внешняя нагрузка $P_{zz} = 950$ МПа, эффективные механические параметры бороалюминия: $E' = 18,532 * 10^4$ МПа, $E = 9,964 * 10^4$ МПа, $G' = 3,802 * 10^4$ МПа, $G = 4,311 * 10^4$ МПа, $\mu' = 0.2762$, $\mu = 0.1558$.

Приводится анализ результатов решения задачи. Известно, что наличие изолированного отверстия в пластине ведет к значительному искажению картины распределения деформаций по плоскости изотропии. В окрестностях отверстия наблюдается повышение значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии (рис.6а). Предположим, что к существующему отверстию добавляется второе (рис.6б-г).

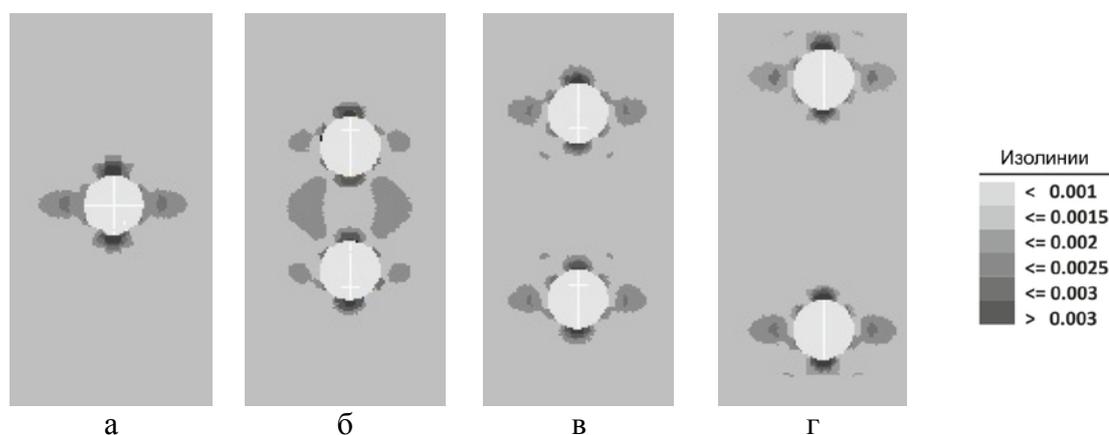


Рис.6. Распределение значений интенсивности деформаций по плоскости изотропии в сечении $y = 0$.

Для исследования влияния вертикально расположенной пары отверстий на напряженно-деформированное состояние конструкции проводится вычислительный эксперимент. Выявлено, что напряженное состояние по плоскости изотропии в окрестности концентраторов напряжений напрямую зависит от расстояния между отверстиями, т.е. при определенных размерах сказывается взаимовлияние отверстий, ведущее к разгрузке конструкции. Так, например, при расстоянии между центрами отверстий $h = 2$ мм значения интенсивности деформации по плоскости изотропии уменьшаются в наиболее удаленных друг от друга точках отверстий на 7.7%, а в наиболее близких друг к другу точках отверстий на 26.7% (рис.6б). Интересно отметить, что для упругой задачи эти значения составляют, соответственно, 6.7% и 32.7%. Повышение напряженно-деформированного состояния в этом случае меньше, чем при наличии изолированного отверстия (табл.3 и табл.4). В данном случае пара вертикально расположенных отверстий формируют единый концентратор напряжения (рис.6б.). По мере удаления отверстий друг от друга (при $h = 3$ мм и 4 мм) их взаимовлияние исчезает (рис.6в,г).

Таким образом, можно заключить, что установка добавочных отверстий в конструкции позволяет уменьшить концентрацию напряжений и разгрузить окрестности концентраторов.

Таблица 3.
Значения в наиболее удаленных друг от друга точках контура отверстий.

Отверстие	Задача			
	Упругая		Упругопластическая	
	p_u	P_u [МПа]	p_u	P_u [МПа]
Изолированное	0.00524	451.99	0.00449	322.72
2-верт., $h = 2$ мм	0.00489	421.77	0.00414	307.68
2-верт., $h = 3$ мм	0.00521	448.81	0.00451	323.83
2-верт., $h = 4$ мм	0.00560	482.73	0.005067	347.72

Таблица 4.
Значения в наиболее близких друг к другу точках контура отверстий.

Отверстие	Задача			
	Упругая		Упругопластическая	
	p_u	P_u [МПа]	p_u	P_u [МПа]
изолированное	0.00524	451.99	0.00449	322.72
2-верт., $h = 2$ мм	0.00353	304.22	0.00325	269.38
2-верт., $h = 3$ мм	0.00468	403.48	0.00433	315.92
2-верт., $h = 4$ мм	0.00527	454.05	0.00491	340.89

ВЫВОДЫ

1. Разработана компьютерная модель расчета физически нелинейного деформирования волокнистых композитных материалов с концентраторами напряжений. Посредством проведения вычислительного эксперимента изучена концентрация напряжений в пластине, ослабленной сквозным отверстием в форме эллиптического цилиндра и горизонтальной прямолинейной трещиной.
2. Исследовано влияние формы отверстий на формирование пластических деформаций. Определено месторасположение зон с максимальными касательными напряжениями, которые могут привести к отрыву волокна от матрицы.
3. Установлено, что если в конструктивном отношении на расстоянии одного диаметра от первого отверстия допустимо установить второе, то оно вызывает разгрузку конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Победря Б.Е. *Модели механики сплошной среды* // *Фундаментальная и прикладная математика*. – 1997. – Т.3. – №1. – С.93-127.
2. Халджигитов А.А., Худазаров Р.С., Сагдуллаева Д.А. *Теории пластичности и термопластичности анизотропных тел*. – Ташкент: «Наука и технологии», 2015. – 320 с.
3. Томашевский С.Б. *Влияние упругопластических деформаций на результаты решения контактных задач железнодорожного транспорта* // *Вестник Брянского государственного технического университета*. – 2011. – №3. – С.17-23.

4. Бабичев А.В. *Автоматизация построения моделей и визуализация результатов численного моделирования деформирования наноструктур* // Вычислительная механика сплошных сред. – 2008. – Т.1. – №4. – С.21-27.
5. Семькина Т.Д., Цуканова Л.П. *Упруго-пластическое деформирование пластины с эллиптическим отверстием при двусосном растяжении с учетом трансверсальной изотропии материала* // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2009. – Т.5. – №12. – С.163-166.
6. Аннин Б.Д., Максименко В.Н. *Оценка разрушения пластин из композитных материалов с отверстиями* // Механика композитных материалов. – 1989. – №2. – С.284-290.
7. Иванова С.В. *Напряженно-деформированное состояние толстой плиты с отверстием из упруго-идеальнопластического анизотропного сжимаемого материала* / Дисс...канд. физ.-мат. наук. – 2010. – 75 с.
8. Полатов А.М. *Компьютерное моделирование упругопластических волокнистых материалов* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т.21. – №3. – С.314-327.
9. Нейбер Г. *Концентрация напряжений*. – М.:ОГИЗ, Гостехиздат, 1947. – 204 с.
10. Пестренин В.М., Пестренина И.В., Костромина П.П. *Влияние разгрузочных щелей на напряженное состояние и ползучесть породного массива в окрестности выработки* // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т.4. – №2. – С.110-118.
11. Поляков Б.Н., Няшин Ю.И. *К созданию САПР роликотправильных машин / САПР в тяжелом машиностроении: Сборник научных трудов*. – 2000. – С.45-68.
12. Зингерман К.М., Рябова О.А. *Взаимовлияние полости и жесткого включения в нелинейно-упругом теле при конечных деформациях* // Известия Тульского государственного университета. Естественные науки. – 2010. – №2. – С.64-72.
13. Большаков В.И., Андрианов И.В., Данишевский В.В. *Асимптотические методы расчета композитных материалов с учетом внутренней структуры*. – Днепропетровск: «Пороги», 2008. – 196 с.
14. Победря Б.Е. *Механика композиционных материалов*. – М.: МГУ, 1984. – 336 с.
15. Васидзу К. *Вариационные методы в теории упругости и пластичности*. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
16. Полатов А.М. *Алгоритм построения конечно-элементного представления области сложной конфигурации* // Межд. науч.-технич. конф. «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики». Сборник трудов. – 2015. – С.201-204.
17. Полатов А.М., Икрамов А.М., Нортиллаев К.Д. *Алгоритм метода квадратных корней для решения системы уравнений симметрично-ленточной структуры* // Вестник НУУз. – 2014. – №2/1. – С.142-144.
18. Ильюшин А.А. *Пластичность. Часть I. Упруго-пластические деформации*. – М.: Логос, 2004. – 388 с.
19. Полатов А.М. *Программный комплекс решения задач нелинейного деформирования композитных материалов* // Проблемы информатики и энергетики. ФАН АН РУз. – 2014. – №1-2. – С.27-33.
20. Карпов Е.В. *Влияние волокнистой структуры на концентрацию напряжений вблизи кругового отверстия в боралюмине* // Динамика сплошной среды. – 2002. – Вып.120. – С.137-144.

REFERENCES

1. Pobedrya B.Ye. *Modeli mekhaniki sploshnoy sredy [Models of continuum mechanics]*. Fundamental'naya i prikladnaya matematika, 1997, Vol.3, No.1, Pp.93-127.
2. Khaldzhigitov A.A., Khudazarov R.S., Sagdullayeva D.A. *Teorii plastichnosti i termoplastichnosti anizotropnykh tel [Theory of plasticity and thermoplasticity of anisotropic bodies]*. Tashkent, Nauka i tekhnologii, 2015, 320 p.
3. Tomashevskiy S.B. *Vliyaniye uprugoplasticheskikh deformatsiy na rezul'taty resheniya kontaktnykh zadach zhelezodorozhnogo transporta [Influence of elastoplastic deformations on solving results of contact problems of railway transport]*. Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2011, No.3, Pp.17-23.
4. Babichev A.V. *Avtomatizatsiya postroyeniya modeley i vizualizatsiya rezul'tatov chislennogo modelirovaniya deformirovaniya nanostruktur [Automation of model construction and results visualization of numerical modeling of nanostructures deformation]*. Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred, 2008, Vol.1, No.4, Pp.21-27.
5. Semykina T.D., Tsukanova L.P. *Uprugo-plasticheskoye deformirovaniye plastiny s ellipticheskim otverstiyem pri duvosnom rastyazhenii s uchetom transversal'noy izotropii materiala [Elastic-plastic deformation of a plate with an elliptical hole under biaxial tension, taking into account the transversal isotropy of the material]*. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2009, Vol.5, No.12, Pp.163-166.
6. Annin B.D., Maksimenko V.N. *Otsenka razrusheniya plastin iz kompozitnykh materialov s otverstiyami [Evaluation of plate's destruction of composite materials with holes]*. Mekhanika kompozitnykh materialov, 1989, No.2, Pp.284-290.
7. Ivanova S.V. *Napryazhenno-deformirovannoye sostoyaniye tolstoy plity s otverstiyem iz uprugo-ideal'noplasticheskogo anizotropnogo szhimayemogo materiala [Stress-strain state of thick plate with hole made of an elastoplastic anisotropic compressible material]*. Diss....kand. fiz.-mat. nauk, 2010, 75 p.
8. Polatov A.M. *Komp'yuternoye modelirovaniye uprugoplasticheskikh voloknistykh materialov [Computer simulation of elastoplastic fibrous materials]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsiy, 2015, Vol.21, No.3, Pp.314-327.
9. Neyber G. *Kontsentratsiya napryazheniy [Concentration of stresses]*. Moskva, OGIZ, Gostekhizdat, 1947, 204 p.
10. Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Kostromina P.P. *Vliyaniye razgruzochnykh shcheley na napryazhennoye sostoyaniye i polzuchest' porodnogo massiva v okrestnosti vyrabotki [Influence of discharge slots on stress state and creep of rock massiv in vicinity of generation]*. Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred, 2011, Vol.4, No.2, Pp.110-118.
11. Polyakov B.N., Nyashin YU.I. *K sozdaniyu SAPR rolikopravil'nykh mashin [Towards creation of CAD for roller machines]*. SAPR v tyazhelom mashinostroyenii, Sbornik nauchnykh trudov, 2000, Pp.45-68.
12. Zingerman K.M., Ryabova O.A. *Vzaimovliyaniye polosti i zhestkogo vklyucheniya v nelineyno-uprugom tele pri konechnykh deformatsiyakh [Interaction of cavity and rigid inclusion in nonlinearly elastic body for finite deformations]*. Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Yestestvennyye nauki, 2010, No.2, Pp.64-72.

13. Bol'shakov V.I., Andrianov I.V., Danishevskiy V.V. *Asimptoticheskiye metody rascheta kompozitnykh materialov s uchetom vnutrenney struktury* [Asymptotic methods for calculating of composite materials, taking into account internal structure]. Dnepropetrovsk, Porogi, 2008, 196 p.
14. Pobedrya B.Ye. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of composite materials]. Moskva, MGU, 1984, 336 p.
15. Vasidzu K. *Variatsionnyye metody v teorii uprugosti i plastichnosti* [Variational methods in elasticity and plasticity]. Moskva, Mir, 1987, 542 p.
16. Polatov A.M. *Algoritm postroyeniya konechno-elementnogo predstavleniya oblasti slozhnoy konfiguratsii* [Algorithm of constructing a finite-element representation of of complex configuration area]. Mezhdunarodnaia nauchno-tekhnicheskaiia konferentsiia «Aktual'nyye problemy prikladnoy matematiki, informatiki i mekhaniki», Sbornik trudov, 2015, Pp.201-204.
17. Polatov A.M., Ikramov A.M., Nortillayev K.D. *Algoritm metoda kvadratnykh korney dlya resheniya sistemy uravneniy simmetrichno-lentochnoy struktury* [Algorithm of square roots method for solution of equations with symmetric-ribbon structure]. Vestnik NUUz, 2014, No.2/1, Pp.142-144.
18. Il'yushin A.A. *Plastichnost'. Chast' 1. Uprugo-plasticheskiye deformatsii* [Elastic-plastic deformations]. Moskva, Logos, 2004, 388 p.
19. Polatov A.M. *Programmnyy kompleks resheniya zadach nelineynogo deformirovaniya kompozitnykh materialov* [Software complex for solving problems of non-linear deformation of composite materials]. Problemy informatiki i energetiki. FAN AN RUz, 2014, No.1-2, Pp.27-33.
20. Karpov Ye.V. *Vliyaniye voloknistoy struktury na kontsentratsiyu napryazheniy vblizi krugovogo otverstiya v boralyumine* [Influence of fibrous structure on the stress concentration near the circular hole in boralluminum]. Dinamika sploshnoy sredy, 2002, Iss.120, Pp.137-144.

Поступила в редакцию 10 августа 2017 года

Сведения об авторе:

Полатов Асхад Мухамеджанович – д.ф.-м.н., и.о. проф., Национальный университет Узбекистана, г.Ташкент, Республика Узбекистан; e-mail: asad3@yandex.ru