

МОДЕЛЬ РАССЛОЕНИЯ КОМПОЗИТА ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СДВИГЕ*

Астапов Н.С.^{1,2}, Корнев В.М.²

¹*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН,
г. Новосибирск, Россия*

²*Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия*

АННОТАЦИЯ

Рассматривается распространение трещины, расположенной на линии раздела сред в составном кусочно-однородном материале со структурой. Под действием касательного (сдвигового) напряжения, приложенного на бесконечности, реализуется третья мода разрушения. Процесс разрушения такого композита описан с помощью модифицированной модели Леонова–Панасюка–Дагдейла, использующей дополнительный параметр – поперечник зоны пластичности (ширину зоны предразрушения) наиболее слабого материала. В качестве модели деформируемого твердого тела выбрана модель идеального упругопластического материала, имеющего предельное относительное удлинение. К исследуемому классу материалов относятся, например, низколегированные стали, применяемые в конструкциях, работающих при температурах ниже порога хладноломкости. Подробно анализируется случай, когда упругие характеристики материалов совпадают, а прочностные существенно различаются. Получены формулы, в которых учтены конечные размеры образцов, для критической разрушающей нагрузки и критической длины зоны предразрушения. Дано описание построения диаграммы квазихрупкого и квазивязкого разрушения при продольном сдвиге.

Ключевые слова: критерии разрушения; коэффициент интенсивности напряжений; продольный сдвиг; диаграмма разрушения

THE MODEL OF DELAMINATION OF A COMPOSITE WITH LONGITUDIAL SHEAR

Astapov N.S.^{1,2}, Kornev V.M.²

¹*Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

²*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

ABSTRACT

The propagation of a crack located on the interface line of media in a composite piece-homogeneous material with a structure is considered. Under the action of the tangential (shear) stress applied at infinity, the third mode of destruction is realized. The process of destruction of such a composite is described with the help of the modified Leonov-Panasyuk-Dugdale model, which uses an additional parameter—the width of the zone of plasticity (the width of the pre-destruction zone) of the weakest material. A model of an ideal elastoplastic material with a limiting elongation is chosen as the model of a deformable solid. The investigated class of materials include, for example, low-alloy steels used in structures operating at temperatures

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 16-08-00483).

below the cold-bridging threshold. The case is analyzed in detail when the elastic characteristics of the materials coincide, and the strength characteristics differ substantially. Formulas are obtained in which the final dimensions of the samples are taken into account, for the critical breaking load and the critical length of the pre-destruction zone. A description is given of the construction of a diagram of quasi-brittle and quasi-viscous fracture under longitudinal shear.

Keywords: destruction criteria; stress intensity factor; longitudinal shear; fracture diagram

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наблюдается повышенный интерес к уточненным расчетам разрушения композиционных материалов с различными неоднородностями. Для описания разрушения по границе раздела двух различных материалов приходится привлекать информацию не только об упругих характеристиках этих материалов, но и использовать дополнительные сведения о прочностных характеристиках исходных материалов и свойствах границы раздела сред. В работе ([1], с.1965) высказано предположение, что «... единственный параметр недостаточен для описания всей области структурных ограничений, чтобы компенсировать отклонения реальных полей напряжений от модельных полей напряжений». В работе [2] предложена модель процесса разделения сред типа нормального отрыва, основанная на введении слоя взаимодействия конечной толщины. В [3,4] рассматриваются модели расслоения материалов, в которой «берега концевой области» реальной трещины взаимодействуют по заданной диаграмме деформирования. Однако задание такой диаграммы практически равносильно решению исходной задачи. Открытым остается вопрос о том, какой из дополнительных параметров в когезионной модели [1] должен появиться в теоретических построениях или как преобразовать эту модель, чтобы правильно описать процесс разрушения. В работе [1] кратко изложена история возникновения когезионной модели и приведен обширный библиографический список. Для определения когезионных параметров при нормальном отрыве в [1] предлагается комбинированный численно-экспериментальный метод с использованием J-интеграла. В работе [5] для устранения сингулярности классического решения в задаче о трещине нормального отрыва в определяющие соотношения вводится малый параметр, характеризующий микроструктуру среды и определяемый экспериментально.

В справочнике ([6, с.66]) отмечается важность исследования прочности композиционных материалов, буровых колонн, валов машин при продольном и поперечном сдвигах с позиций трещиностойкости. В работе [7] впервые дано корректное решение задачи о трещине продольного сдвига в идеально упругопластической среде, когда перед вершиной трещины образуется узкая пластическая зона. Рассмотрение зон предразрушения в вершинах трещин продольного сдвига в рамках модели Леонова–Панасюка–Дагдейла (ЛПД) оказалось удачным для описания длин этих зон и раскрытия трещин ([8], с.244–245). В обзорной работе [9], содержащей богатый библиографический материал, обосновано утверждение, что «применение моделей мезомеханики разрушения, учитывающих зоны предразрушения, оказалось наиболее эффективным для описания развития трещин в вязкоупругих телах». И еще (с.11): «... при разрушении многих полимеров и волокнистых композиций на их основе необходимо применять модифицированную модель Леонова–Панасюка, основанную на постоянстве размера зоны предразрушения, или более общую РС

модель...».

Ниже при описании разрушения структурированных материалов используется модифицированная модель зоны предразрушения Леонова-Панасюка-Дагдейла (ЛПД) с привлечением необходимого и достаточного критериев разрушения (подход Нейбера-Новожилова) [10,11]. Отличие модифицированной аналитической модели от классической модели ЛПД заключается в появлении дополнительного параметра – ширины зоны предразрушения. Этот параметр позволяет более полно оценить разрушение структуры зоны предразрушения, привлекая информацию о параметрах стандартных $\sigma - \varepsilon$ или $\tau - \gamma$ (напряжение-деформация) диаграмм материалов.

Для биматериала предполагается, что трещина расположена на плоской границе раздела материалов и расслоение при продольном сдвиге в биматериале происходит по этой границе раздела. Такое расслоение при поперечном сдвиге в результате лабораторного эксперимента наблюдалось в работе ([12], p.801, Fig.7). В результате численного моделирования методом конечных элементов в работе [13] также показано притягивание продвигающейся трещины к границе раздела сред (см. Fig.3, Fig.7). Сравнение результатов численного и аналитического моделирования при поперечном сдвиге [14] показало удивительно хорошее прогнозирование аналитической моделью длины зоны предразрушения (зоны пластичности) во всем диапазоне нагрузок.

В данной работе приведены теоретические построения кривых разрушения для III моды при разрушении биматериалов с внутренними и краевыми трещинами.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Наиболее часто встречающиеся трещиноподобные дефекты располагаются в композитах по границе раздела сред. Поэтому предлагаемый в работе подход может оказаться полезным при прогнозировании критической разрушающей нагрузки для биматериала с трещиной продольного сдвига, схематично изображенной на рис.1. Пусть в составной кусочно-однородной структурированной пластине шириной $2L$ на прямой линии раздела двух сред имеется внутренняя трещина конечной длины $2l_0$ или одна краевая трещина длины $2l_0$, или две краевые трещины длины l_0 .

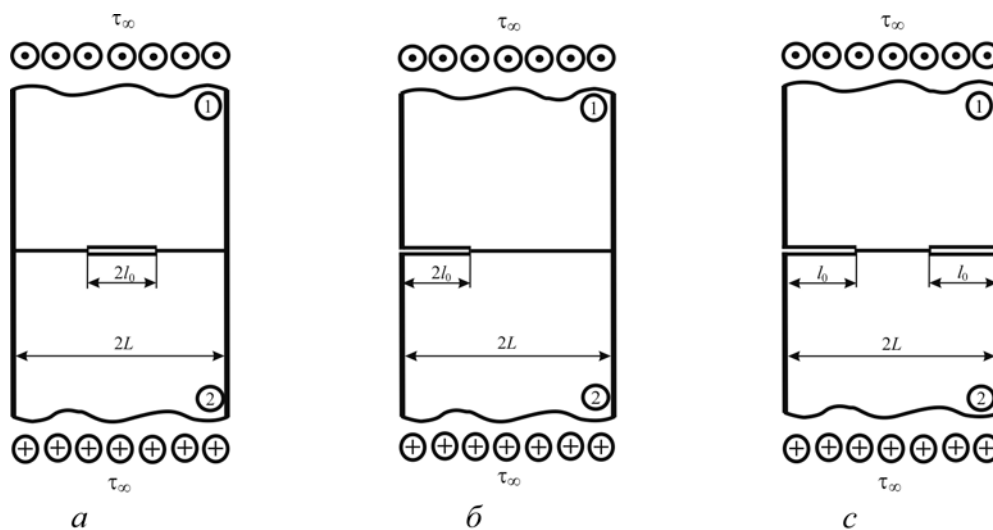


Рис.1. Трещина продольного сдвига по линии раздела сред.

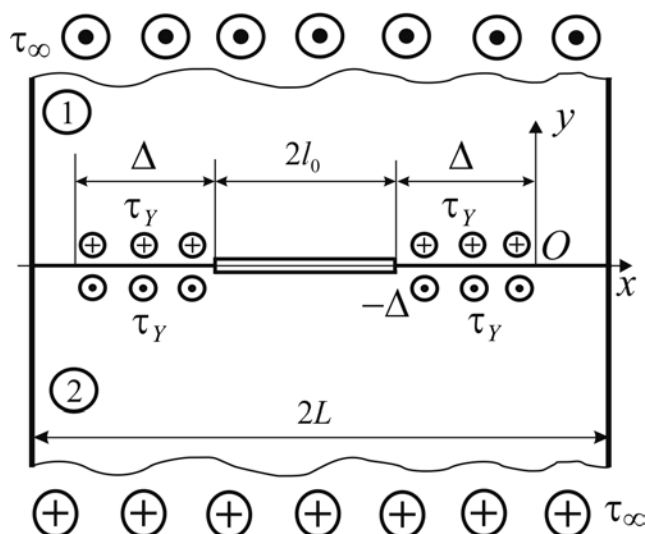


Рис.2. Сдвиговые напряжения, действующие в модели Леонова-Панасюка-Дагдейла на продолжении трещины.

На бесконечности задано сдвиговое напряжение τ_∞ , то есть может реализоваться третья мода разрушения. Пусть в обозначениях рис.2 для материалов 1 и 2, составляющих композит, модули сдвига материалов равны G и характерные линейные размеры структуры материалов равны r . Пусть материалы 1 и 2 верхней и нижней полуплоскостей отличаются только разными пределами текучести при сдвиге $\tau_Y = \tau_{Y1} < \tau_{Y2}$. Построим модель для описания расслоения композита, предполагая, что трещина при продвижении не меняет свое первоначальное прямолинейное направление.

В предлагаемой модели распространения трещины использована простейшая аппроксимация классической $\tau-\gamma$ диаграммы. Эта аппроксимация диаграммы более слабого материала 1 представлена на рис.3 двухзвенной ломаной. Существенными параметрами этой аппроксимации являются параметры γ_0 – максимальное упругое относительное смещение и γ_1 – максимальное относительное смещение.

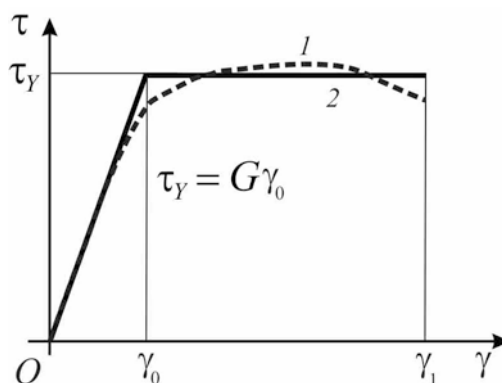


Рис.3. Исходная $\tau-\gamma$ диаграмма материала 1 и ее аппроксимация.

В дальнейшем для упрощения обозначений введем параметр $\bar{\gamma} = (\gamma_1 - \gamma_0) / \gamma_0$, который можно назвать показателем пластичности при сдвиге.

2. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗРУШЕНИЯ

Предположим, что плоская трещина продольного сдвига распространяется прямолинейно по границе раздела сред. Построим модель разрушения биматериала с внутренней трещиной (рис.1а); варианты краевых трещин (рис.1б, рис.1с) рассматриваются аналогично, отличия в применении модели для различных вариантов будут отмечены особо. Кроме реальной внутренней прямолинейной трещины-разреза длиной $2l_0$ введем в рассмотрение модельную трещину-разрез длиной $2l = 2l_0 + 2\Delta$, где Δ – длина зон предразрушения, расположенных на продолжении реальной трещины (рис.2). Начало O системы координат Oxy совпадает с правым концом модельной трещины, а правый конец реальной трещины имеет абсциссу $x = -\Delta$ (рис.2). Ось ординат Oy перпендикулярна плоскости распространения трещины.

Для построения модели расслоения при продольном сдвиге предлагается использовать достаточный дискретно интегральный критерий [10,11,15]

$$\frac{1}{r} \int_0^r \tau(x,0) dx = \tau_Y, \quad x \geq 0, \quad (1)$$

$$2w(-\Delta) = \omega^*. \quad (2)$$

Здесь $\tau(x,0)$ – сдвиговое напряжение на продолжении трещины, τ_Y – предел текучести при сдвиге (рис.3), r – характерный линейный размер структуры материала, функция $w = w(x)$ – полусмещение берегов трещины. Через ω^* обозначено критическое смещение берегов модельной трещины для однородного материала; при этом смещении разрушается структура материала в вершине реальной трещины (граничной точке зоны предразрушения).

Для применения достаточного дискретно-интегрального критерия (1)-(2) к обработке результатов численных или лабораторных экспериментов с образцами конечных размеров используем аналитическое выражение сдвигового напряжения $\tau(x,0)$ на продолжении трещины в виде [14,15]

$$\tau(x,0) = K_{III} / \sqrt{2\pi x} + L\tau_\infty / (L-l), \quad x \geq 0, \quad (3)$$

$$K_{III} = K_{III\infty} + K_{III\Delta},$$

где $2L$ – ширина образца с центрально расположенной трещиной (рис.1а) или с двумя краевыми трещинами (рис.1с), или с одной краевой трещиной (рис.1б). В выражении (3) τ_∞ – напряжение, заданное на бесконечности; K_{III} – суммарный коэффициент интенсивности напряжений (КИН) в обобщенной модели Леонова–Панасюка–Дагдейла; $K_{III\infty}$ – КИН, порождаемый напряжением τ_∞ , $K_{III\infty} > 0$; $K_{III\Delta}$ – КИН, порождаемый напряжением τ_Y ($K_{III\Delta} < 0$), действующим в окрестности вершины модельной трещины в зоне предразрушения. После интегрирования уравнение (1) можно записать в виде

$$K_{III} = (\tau_Y - L\tau_\infty / (L-l)) \sqrt{\pi r / 2}. \quad (4)$$

Для полусмещения $w = w(x)$, $(-\Delta \leq x \leq 0)$ берегов модельной трещины используем в (2) представление [8,11]

$$w(x) = \frac{K_{III}}{2G} \sqrt{\frac{|x|}{2\pi}} + O(|x|), \quad K_{III} = K_{III\infty} + K_{III\Delta} > 0, \quad -\Delta \leq x \leq 0, \quad (5)$$

в котором учтем лишь первый член разложения. В выражении (5) $G = \tau_Y / \gamma_0$ – модуль сдвига. Уравнение (2) с помощью представления (5) запишем в виде

$$\frac{K_{III}}{G} \sqrt{\frac{\Delta}{2\pi}} = \omega^*. \quad (6)$$

В равенствах (4) и (6) для КИН $K_{III\infty}$, обусловленного напряжением τ_∞ , будем использовать учитывающую конечные размеры образца аппроксимирующую формулу [16, с.716]

$$K_{III\infty} = Y\tau_\infty \sqrt{\pi l}, \quad Y = \sqrt{\operatorname{tg} \alpha / \alpha}, \quad \alpha = \pi l / (2L). \quad (7)$$

Для КИН $K_{III\Delta}$, порождаемого постоянным напряжением τ_Y , действующим согласно модели Леонова–Панасюка–Дагдейла, выберем из справочника [17, с.380-381] выражение

$$K_{III\Delta} = -\tau_Y \sqrt{\pi l} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left(1 - \frac{\Delta}{l} \right) \right]. \quad (8)$$

Критическое смещение ω^* берегов модельной трещины вычислим по формуле

$$\omega^* = (\gamma_1 - \gamma_0) m_a a_\tau, \quad (9)$$

где a_τ – поперечник зоны пластичности в окрестности вершины реальной трещины в однородном материале, вычисленный в рамках линейной механики разрушения на основании поля напряжений и критерия текучести Мизеса, m_a – поправочный коэффициент [18]. Так как предполагается, что в биматериале в условиях пластичности находится лишь один наиболее слабый материал, то в качестве поперечника зоны пластичности в биматериале приближенно выбирается полупоперечник зоны пластичности более слабого материала, то есть полагается $a_\tau = lY^2 \lambda^2 / 2$. Здесь $\lambda = \tau_\infty / \tau_Y$ – безразмерная критическая разрушающая нагрузка.

Конечно, границы реальных пластических зон в окрестности вершины трещины лишь приближенно похожи на конфигурации, изображенные в [8]. Очень часто трещина, расположенная на границе биматериала при нагружении продолжает расти вдоль границы раздела сред, причем пластическая зона приближенно имеет форму узкого вытянутого вдоль границы прямоугольника. Такую форму пластической зоны и преимущественное направление распространения трещины вдоль границы можно наблюдать и в численных и в лабораторных экспериментах [15,18,19]. В связи с этим в работе [18] для уточнения выражения поперечника зоны предразрушения введен поправочный коэффициент m_a в соотношение (9). Для определения величины этого коэффициента, видимо, необходимо использовать непосредственные данные численного или лабораторного эксперимента. Кроме того, для более точного предсказания аналитической моделью разрушающей нагрузки необходимо уточнить выражение (5) смещения берегов модельной трещины, согласовав его с данными эксперимента. Поэтому введем поправочный коэффициент m_w в левую часть соотношения (6) и, используя равенство $G = \tau_Y / \gamma_0$, запишем уравнение (6) в виде

$$K_{III} \sqrt{\Delta} = \tau_Y \sqrt{2\pi} \omega^* / (\gamma_0 m_w). \quad (10)$$

Теперь систему уравнений (4), (10), равносильную исходной системе уравнений (1), (2) при указанном выборе выражений для сдвигового напряжения $\tau(x, 0)$, полусмещения $w = w(x)$ и КИН (формулы (7), (8)), можно записать в виде

$$Y\sqrt{\pi l}\lambda - \sqrt{\pi l} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left(1 - \frac{\Delta}{l} \right) \right] - (1 - t\lambda)\beta = 0, \quad (11)$$

$$\left\{ Y\sqrt{\pi l}\lambda - \sqrt{\pi l} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left(1 - \frac{\Delta}{l} \right) \right] \right\} \sqrt{\Delta} - h\lambda^2 = 0, \quad (12)$$

где $\lambda = \tau_\infty/\tau_Y$ – безразмерная критическая разрушающая нагрузка, $t = L/(L-l)$, $\beta = \sqrt{\pi r/2}$, $h = \sqrt{\pi/2}\bar{\gamma}mY^2l$ для биматериала, $m = m_a/m_w$. Исключая выражение в фигурных скобках из системы уравнений (11), (12), находим точное выражение для критической длины зоны предразрушения

$$\sqrt{\Delta} = h\lambda^2/(\beta(1-t\lambda)). \quad (13)$$

Используя приближение $\arcsin(1-\Delta/l) \approx \pi/2 - \sqrt{2\Delta/l}$, погрешность которого не превышает 6% при $0 \leq \Delta/l \leq 0,43$, запишем систему уравнений (11), (12) в приближенном виде

$$Y\sqrt{\pi l}\lambda - 2\sqrt{2\Delta/\pi} - (1-t\lambda)\beta \approx 0, \quad (14)$$

$$\left\{ Y\sqrt{\pi l}\lambda - 2\sqrt{2\Delta/\pi} \right\} \sqrt{\Delta} - h\lambda^2 \approx 0. \quad (15)$$

Интересно отметить, что, исключая выражение в фигурных скобках из приближенной системы уравнений (14), (15), найдем то же самое точное выражение (13) для критической длины зоны предразрушения. Подставляя в приближенное равенство (14) для $\sqrt{\Delta}$ точное выражение (13), найдем приближенное выражение критической нагрузки $\lambda_\pm \approx 2\beta / \left(2\beta t + f \pm \sqrt{f^2 + 4gh} \right)$, где $f = Y\sqrt{\pi l}$, $g = -2\sqrt{2/\pi}$. Возвращаясь к исходным переменным, запишем эту формулу в виде

$$\lambda_\pm \approx 1 / \left(\frac{L}{L-l} + \frac{Y}{2} \sqrt{\frac{2l}{r}} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{8\bar{\gamma}m}{\pi}} \right) \right). \quad (16)$$

Величина λ_+ , когда в формуле (16) перед корнем выбирается знак “+”, соответствует квазихрупкому разрушению [18]. Формула (16) предлагаемой модели имеет смысл, если $\bar{\gamma} \leq \pi/(8m)$ для биматериала и $\bar{\gamma} \leq \pi/(16m)$ для однородного материала (для однородного материала величина h выбирается в два раза больше, чем для биматериала).

Из приближенного уравнения (14) получим приближенное выражение для корня квадратного из длины зоны предразрушения

$$\sqrt{\Delta} \approx (\beta - \beta t\lambda - f\lambda)/g, \quad (17)$$

а из уравнения (15) получим выражение

$$\sqrt{\Delta_\pm} \approx \lambda \left(-f \pm \sqrt{f^2 + 4gh} \right) / (2g), \quad (18)$$

причем квазихрупкому типу разрушения соответствует $\sqrt{\Delta_+}$, когда в равенстве (18) перед корнем выбирается знак “+”. Напомним, что для одной и той же критической нагрузки λ длина зоны предразрушения Δ больше при квазивязком

сценарии разрушения, чем при квазихрупком разрушении, а для одной и той же критической длины зоны предразрушения Δ критическая нагрузка λ больше при квазивязком разрушении, чем при квазихрупком сценарии разрушения [18,20]. В работе [20] в рамках подхода, используемого в настоящей работе, рассматривалась трещина нормального отрыва, то есть разрушение по первой моде. Сравнение результатов расчетов, проведенное в [20] по формуле, аналогичной формуле (18) аналитической модифицированной модели, с результатами численного моделирования длины Δ зоны предразрушения при квазивязком разрушении [21] выявило следующее. Величина Δ_- модели существенно лучше, чем Δ_+ согласуется с величиной Δ численного моделирования. Так же, как и в численном эксперименте для квазивязкого разрушения величина Δ_- модели удовлетворяет приближенному равенству $\Delta_- \approx 30r \gg r$, хотя для квазихрупкого разрушения характерно выполнение неравенства $\Delta_+ < r$ [20].

Заметим, что выражение (17), в отличие от формул (13), (16) и (18), не зависит от величины поправочного коэффициента m , который входит в выражение для h . Кроме того, формула (17) предпочтительнее формул (13) и (18) потому, что она получена только из уравнения (1), которое справедливо для любых нагрузок λ вблизи граничных точек зоны пластичности. Поэтому для любых нагрузок λ , при которых возникает зона пластичности в окрестности вершины трещины, справедлива и формула (17), которая является следствием равенства (14). Однако равенства (12) и (15) так же, как и уравнение (2), выполняются только для критических разрушающих нагрузок. Результаты численного моделирования пластической зоны при поперечном сдвиге подтвердили применимость формулы типа (17) во всем диапазоне нагрузок [14,15,19]. Возвращаясь к исходным переменным, запишем формулу (17) в виде

$$\sqrt{\Delta} \approx \left(\left(\frac{L}{L-l} + Y \sqrt{\frac{2l}{r}} \right) \lambda - 1 \right) \frac{\pi \sqrt{r}}{4} \quad (19)$$

Интересно отметить, что, выбирая для длины зоны предразрушения любое из выражений (13) или (18), получим из системы уравнений (14), (15) точно такое же выражение для критической разрушающей нагрузки, какое дается формулой (16).

Рассмотрим предельный переход от квазихрупкого к хрупкому сценарию разрушения, т.е. когда неупругое относительное смещение стремится к нулю $\gamma_1 - \gamma_0 \rightarrow 0$ (в этом случае $\bar{\gamma} = (\gamma_1 - \gamma_0) / \gamma_0 \rightarrow 0$). Критическую нагрузку при хрупком разрушении, когда длина зоны предразрушения равна нулю ($\Delta = 0$), найдем из равенства (14), соответствующего необходимому критерию разрушения (1)

$$\lambda = 1 / \left(t + Y \sqrt{\pi l} / \beta \right) = 1 / \left(L / (L-l) + Y \sqrt{2l/r} \right). \quad (20)$$

Так как при $\bar{\gamma} \rightarrow 0$ находим

$$\lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \lambda_+ \approx \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \left(1 / \left(\frac{L}{L-l} + \frac{Y}{2} \sqrt{\frac{2l}{r}} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{8\bar{\gamma}m}{\pi}} \right) \right) \right) = 1 / \left(\frac{L}{L-l} + Y \sqrt{\frac{2l}{r}} \right),$$

т.е. выражение, совпадающее с выражением (20), следовательно, предельный переход выполняется. Кроме того, используя в равенстве (19) для λ выражение (16) критической нагрузки λ_+ при $\bar{\gamma} \rightarrow 0$ имеем

$$\lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \sqrt{\Delta_+} = \lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \left(\left(\left(\frac{L}{L-l} + Y \sqrt{\frac{2l}{r}} \right) \lambda_+ - 1 \right) \frac{\pi \sqrt{r}}{4} \right) = 0,$$

т.е. при стремлении показателя пластичности $\bar{\gamma}$ к нулю длина зоны предразрушения Δ , вычисленная по формуле (19) также стремится к нулю.

Формулы (13), (16)-(19) получены для случая (*случай 1*), когда материалы 1 и 2 верхней и нижней половин квадратной пластины отличаются только разными пределами текучести при сдвиге, например, $\tau_Y = \tau_{Y1} < \tau_{Y2}$, а модули сдвига материалов и характерные линейные размеры структуры материалов равны. Предполагается, что в таком биматериале в условиях пластичности находится лишь один наиболее слабый материал и в качестве поперечника зоны предразрушения в биматериале приближенно выбирается полупоперечник зоны предразрушения более слабого материала.

Во всех остальных возможных случаях находим критическую нагрузку с помощью системы определяющих уравнений (16), (19) отдельно в каждом материале и в качестве критической разрушающей нагрузки для композита выбираем наименьшую из двух нагрузок. Опишем эти возможные случаи более подробно.

Случай 2: $G = \mu_1 \neq \mu_2$, $r = r_1 = r_2$, $\tau_Y = \tau_{Y1} < \tau_{Y2}$, т.е. материалы 1 и 2, составляющие композит, различаются модулями сдвига и пределами текучести при сдвиге.

Случай 3: $\mu_1 = \mu_2$, $r = r_1 \neq r_2$, $\tau_Y = \tau_{Y1} < \tau_{Y2}$, т.е. материалы 1 и 2, составляющие композит, различаются характерными линейными размерами структуры материалов и пределами текучести при сдвиге.

Случай 4: $\mu_1 \neq \mu_2$, $r = r_1 \neq r_2$, $\tau_Y = \tau_{Y1} < \tau_{Y2}$, т.е. материалы 1 и 2, составляющие композит, различаются модулями сдвига, характерными линейными размерами структуры материалов и пределами текучести при сдвиге.

Случай 5: $\mu_1 \neq \mu_2$, $r = r_1 = r_2$, $\tau_Y = \tau_{Y1} = \tau_{Y2}$, т.е. материалы 1 и 2, составляющие композит, различаются только модулями сдвига.

Случай 6: $\mu_1 = \mu_2$, $r = r_1 \neq r_2$, $\tau_Y = \tau_{Y1} = \tau_{Y2}$, т.е. материалы 1 и 2, составляющие композит, различаются только характерными линейными размерами структуры материалов.

Случай 7: $\mu_1 \neq \mu_2$, $r = r_1 \neq r_2$, $\tau_Y = \tau_{Y1} = \tau_{Y2}$, т.е. материалы 1 и 2, составляющие композит, различаются модулями сдвига и характерными линейными размерами структуры материалов.

Таким образом, в *случаях 2-7* в отличие от *случая 1* необходимо находить критическую нагрузку отдельно в каждом материале и в качестве критической разрушающей нагрузки для композита выбирать наименьшую из этих двух нагрузок.

В формулах (16), (19) геометрические характеристики образца учтены параметрами L и l , причем $Y = \sqrt{\tan \alpha / \alpha}$, $\alpha = \pi l / (2L)$. Механические характеристики материала в формулах (16), (19) учтены показателем пластичности $\bar{\gamma}$, поправочным коэффициентом m на поперечник зоны предразрушения и характерным линейным размером r структуры материала.

3. ДИАГРАММЫ РАЗРУШЕНИЯ БИМАТЕРИАЛА ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СДВИГЕ

Для построения графика критической безразмерной разрушающей нагрузки $\lambda_{\pm} = \tau_{\infty} / \tau_Y$ в зависимости от безразмерного параметра $x = 2l / r$ (длины трещины, отнесенной к характерному линейному размеру) при заданных величинах L , r и величины произведения $\bar{\gamma}m$ запишем формулу (16) в следующем виде

$$\lambda_{\pm} \approx 1 / \left(\frac{L}{L - rx/2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\text{tg}(kx)}{k}} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{8\bar{\gamma}m}{\pi}} \right) \right), \quad (21)$$

так как $Y\sqrt{2l/r} = \sqrt{\text{tg}(kx)/kx}\sqrt{x} = \sqrt{\text{tg}(kx)/k}$, где $\alpha = \pi r / (4L)$.

На рис.4 изображены три кривые разрушения в двойных логарифмических координатах, построенные по формуле (21) при заданных величинах $L = 500$, $r = 1$, $m = 0.1$. Кривая 1 построена по формуле (21) при $\bar{\gamma} = 0$, что соответствует хрупкому разрушению (см. формулу (20)). Для этих же значений L , r и m , но для $\bar{\gamma} = 3.8$ построены по формуле (21) кривые, соответствующие квазихрупкому (кривая 2 – λ_{+}) и квазивязкому (кривая 3 – λ_{-}) типу разрушения. При постоянном значении величины $\bar{\gamma}m$ соответствующая кривая разрушения может служить для оценки критической разрушающей нагрузки при различных значениях $\bar{\gamma}$ и m . Например, кривая 2 является диаграммой квазихрупкого разрушения и при $\bar{\gamma} = 0.38$, $m = 1$. Наименьшая разрушающая нагрузка соответствует хрупкому разрушению, наибольшая – квазивязкому.

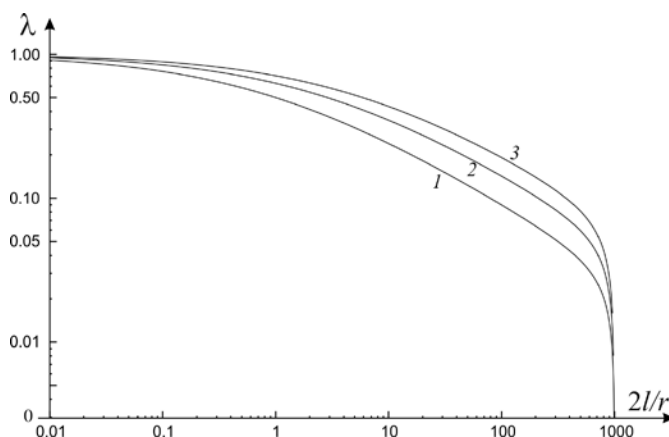


Рис.4. Диаграммы хрупкого (кривая 1), квазихрупкого (кривая 2) и квазивязкого (кривая 3) разрушения биматериала.

Плоскость $(2l/r, \lambda)$ разбивается кривыми 1, 2 и 3 на несколько областей. В области, лежащей ниже кривой 1, длина исходной трещины не меняется (трещина устойчива). В области, лежащей между кривыми 1 и 2 (или между кривыми 1 и 3), длина исходной трещины при квазихрупком (или, соответственно, при квазивязком) сценарии разрушения увеличивается на величину, равную длине зоны предразрушения (трещина подрастает, оставаясь устойчивой). В области, лежащей выше кривой 2 (или выше кривой 3), длина исходной трещины при квазихрупком (или, соответственно, при квазивязком) сценарии разрушения увеличивается катастрофически (трещина неустойчива).

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные структурные формулы (16) и (19) могут оказаться полезными для прогнозирования критической разрушающей нагрузки $\lambda = \tau_{\infty} / \tau_Y$ и оценки длины зоны предразрушения Δ при нагружении по третьей моде (при продольном сдвиге) в квазихрупких и квазивязких структурированных материалах.

Величина критической нагрузки λ , вычисляемая по формуле (16) или (21), фактически зависит от двух параметров: от отношения $2l/r$ и от произведения $\bar{\gamma}t$. Поэтому формулу (16) можно использовать, например, для уменьшения количества лабораторных экспериментов по определению прочности образцов с трещинами, схематично изображенных на рис.1, следующим образом. По результатам замеров разрушающей нагрузки λ в двух экспериментах составляем с помощью соотношения (16) систему двух уравнений с двумя $x = r$ и $y = \bar{\gamma}t$ неизвестными. Считая, что длины трещин $l = l_1$ и $l = l_2$ в двух образцах обоих экспериментов известны, причем $l_2 \neq l_1$, находим из полученной системы двух уравнений значение r эффективного линейного размера структуры и значение произведения $\bar{\gamma}t$. Наконец, используя найденные значения r и $\bar{\gamma}t$, строим по формуле (16) или (21) диаграмму разрушения, с помощью которой прогнозируем разрушающую нагрузку для любых длин трещин.

Кроме того, предполагаемые лабораторные эксперименты следует провести для экспериментальной проверки предлагаемых структурных формул (16) и (19), чтобы оценить работоспособность рассматриваемой аналитической модели при исследовании деформирования и разрушения композитов из структурированных материалов с различными упругими свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cornec A., Scheider I., Schwalbe K.-H. *On the practical application of the cohesive model* // Engng. Fract. Mech. – 2003. – Vol.70. – Pp.1963-1987.
2. Гаврилкина М.В., Глаголев В.В., Маркин А.А. *К решению одной задачи механики разрушения* // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т.48. – №4. – С.121-127.
3. Гольдштейн Р.В, Перельмутер М.Н. *Трещина на границе соединения материалов со связями между берегами* // Изв. АН, МГТ. – 2001. – №1. – С.94-112.
4. Мирсалимов В.М., Гасанов Ф.Ф. *Решение задачи о взаимодействии жестких включений и когезионных трещин в изотропной среде при продольном сдвиге* // Известия Тульского госуниверситета. Естественные науки. – 2014. – Вып.1. Часть1. – С.196-206.
5. Васильев В.В., Лурье С.А. *Новое решение плоской задачи о равновесной трещине* // Изв. РАН, МГТ. – 2016. – №5. – С.61-67.
6. Ковчик С.Е. Морозов Е.М. *Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения* / В: Механика разрушения и прочность материалов, Т.3. – Киев: Наук. думка, 1988. – 436 с.
7. Костров Б.В., Никитин Л.В. *Трещина продольного сдвига с бесконечно узкой пластической зоной* // Прикладная математика и механика. – 1967. – Т.31. – Вып.2. – С.334-336.

8. Астафьев В.И., Радаев Ю.Н., Степанова Л.В. *Нелинейная механика разрушения*. – Самара: Изд-во “Самарский университет”. – 2001. – 632 с.
9. Каминский А.А. *Механика длительного разрушения вязкоупругих тел с трещинами (обзор)* // Прикладная механика. – 2014. – Т.50. – №5. – С.3-79.
10. Корнев В.М., Кургузов В.Д. *Достаточный дискретно-интегральный критерий прочности при отрыве* // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т.42. – №2. – С.161-170.
11. Корнев В.М. *Зона предразрушения для трещин продольного сдвига в материалах со структурой* // Изв. РАН, МТТ. – 2011. – №3. – С.102-112.
12. Pironi A., Moroni F. *An investigation of fatigue failure prediction of adhesively bonded metal/metaljoints* // International Journal of Adhesion & Adhesives – 2009. – Vol.29. – No.8. – Pp.796-805.
13. Aluru K., Wen F.-L., Shen Y.-L. *Direct simulation of fatigue failure in solder joints during cyclic shear* // Materials and Design – 2011. – Vol.32. – No.4. – Pp.1940-1947.
14. Астапов Н.С., Корнев В.М., Кургузов В.Д. *Модель расслоения разномодульного материала с трещиной* // Физическая мезомеханика. – 2016. – Т.19. – №4. – С.49-57.
15. Астапов Н.С., Кургузов В.Д. *Моделирование расслоения биматериала с различными упругими свойствами при нормальном отрыве* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2016. – Т.22. – №4. – С.548-566.
16. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. В 2-х томах / Под ред. Ю. Мураками. Т.2. – М.: Мир. – 1990. – 1016 с.
17. Саврук М.П. *Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами* / В: Механика разрушения и прочность материалов, Т.2. – Киев: Наук. думка, 1988. – 619 с.
18. Кургузов В.Д., Астапов Н.С., Астапов И.С. *Модель разрушения квазихрупких структурированных материалов* // Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т.55. – №6. – С.173-185.
19. Кургузов В.Д., Астапов Н.С. *Моделирование процесса разрушения сварных соединений* // Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т.9. – №3. – С.264-278.
20. Астапов Н.С. *Модифицированная модель зоны предразрушения квазихрупких структурированных материалов* // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т.17. – №1. – С.89-96.
21. Кургузов В.Д., Корнев В.М. *Построение диаграмм квазихрупкого и квазивязкого разрушения материалов на основе необходимых и достаточных критериев* // Прикладная механика и техническая физика. – 2013. – Т.54. – №1. – С.179-195.

REFERENCES

1. Cornec A., Scheider I., Schwalbe K.-H. *On the practical application of the cohesive model*. Engng. Fract. Mech., 2003, Vol.70, Pp.1963-1987.
2. Gavrilkina M.V., Glagolev V.V., Markin A.A. *K resheniiu odnoi zadachi mekhaniki razrusheniia [To the solution of a problem of fracture mechanics]*. Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaiia fizika, 2007, Vol.48, No.4, Pp.121-127.

3. Gol'dshtein R.V, Perel'muter M.N. *Treshchina na granitse soedineniia materialov so sviaziami mezhdu beregami [A crack at the boundary of the joining of materials with connections between the banks]*. Izv. AN, MTT, 2001, No.1, Pp.94-112.
4. Mirsalimov V.M., Gasanov F.F. *Reshenie zadachi o vzaimodeistvii zhestkikh vklucheni i kogeziionnykh treshchin v izotropnoi srede pri prodol'nom sdvige [Solution of the problem of the interaction of rigid inclusions and cohesive cracks in an isotropic medium under longitudinal shear]*. Izvestiia Tul'skogo gosuniversiteta. Estestvennye nauki. Tula: Izd-vo TulGU, 2014, Vyp.1, Chast'1, Pp.196-206.
5. Vasil'ev V.V., Lur'e S.A. *Novoe reshenie ploskoi zadachi o ravnovesnoi treshchine [A new solution of the plane problem of an equilibrium crack]*. Izv. AN, MTT, 2016, No.5, Pp.61-67.
6. Kovchik S.E. Morozov E.M. *Kharakteristiki kratkovremennoi treshchinostoikosti materialov i metody ikh opredeleniia [Characteristics of short-term crack resistance of materials and methods for their determination]*. Mekhanika razrusheniia i prochnost' materialov, Kiev: Nauk. dumka, 1988, Vol.3, 436 p.
7. Kostrov B.V., Nikitin L.V. *Treshchina prodol'nogo sdviga s beskonechno uzkoj plasticheskoi zonoj [Fracture of longitudinal shear with infinitely narrow plastic zone]*. Prikladnaia matematika i mekhanika, 1967, Vol.31, Iss.2, Pp.334-336.
8. Astaf'ev. V.I., Radaev Iu.N., Stepanova L.V. *Nelineinaia mekhanika razrusheniia [Nonlinear fracture mechanics]*. Samara: Izd-vo "Samarskii universitet", 2001, 632 p.
9. Kaminskii A.A. *Mekhanika dlitel'nogo razrusheniia viazkouprugikh tel s treshchinami (obzor) [Mechanics of long-term destruction of viscoelastic bodies with cracks (review)]*. Prikladnaia mekhanika, 2014, Vol.50, No.5, Pp.3-79.
10. Kornev V.M., Kurguzov V.D. *Dostatochnyi diskretno-integral'nyi kriterii prochnosti pri otryve [Sufficient discrete-integral criterion of rupture strength]*. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2001, Vol.42, No.2, Pp.328-336.
11. Kornev V.M. *Zona predrazrusheniia dlia treshchin prodol'nogo sdviga v materialakh so strukturoi [Prefracture zone for longitudinal shear cracks in materials with structure]*. Izv. AN, MTT, 2011, No.3, Pp.102-112.
12. Pironi A., Moroni F. *An investigation of fatigue failure prediction of adhesively bonded metal/metaljoints*. International Journal of Adhesion & Adhesives, 2009, Vol.29, No.8, Pp.796-805.
13. Aluru K., Wen F.-L., Shen Y.-L. *Direct simulation of fatigue failure in solder joints during cyclic shear*. Materials and Design, 2011, Vol.32, No.4, Pp.1940-1947.
14. Astapov N.S., Kornev V.M., Kurguzov V.D. *Model' rassloeniia raznomodul'nogo materiala s treshchinoi [Model of the stratification of a non-modular material with a crack]*. Fizicheskaia mezomekhanika, 2016, Vol.19, No.4, Pp.49-57.
15. Astapov N.S., Kurguzov V.D. *Modelirovanie rassloeniia bimateriala s razlichnymi uprugimi svoistvami pri normal'nom otryve [Simulation of the bimaterial bundle with various elastic properties under normal separation]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2016, Vol.22, No.4, Pp.548-566.
16. Stress intensity factors handbook. In 2 vols. Ed. J. Murakami. Vol.2. – Moskva: Mir, 1990, 1016 p.
17. Savruk M.P. *Koeffitsienty intensivnosti naprjazhenij v telah s treshhinami [Stress intensity factor in the bodies with cracks]*. Mehanika razrusheniia i prochnost' materialov. Vol.2. Kiev: Naukova Dumka, 1988, 619 p.

18. Kurguzov V.D., Astapov N.S., Astapov I.S. *Model' razrusheniia kvazikhрупkikh strukturirovannykh materialov [Fracture model for structured quasibrittle materials]*. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2014, Vol.55, No.6, Pp.1055-1065.
19. Kurguzov V.D., Astapov N.S. *Modelirovanie protsessa razrusheniia svarnykh soedinenii [Modeling the process of destruction of welded joints]*. Vychislitel'naia mekhanika sploshnykh sred, 2016, Vol.9, No.3, Pp.264-278.
20. Astapov N.S. *Modifitsirovannaia model' zony predrazrusheniia kvazikhрупkikh strukturirovannykh materialov [Modified model of the pre-destruction zone of quasi-brittle structured materials]*. Fizicheskaia mezomekhanika, 2014, Vol.17, No.1, Pp.89-96.
21. Kurguzov V.D., Kornev V.M. *Postroenie diagramm kvazikhрупkogo i kvaziviazkogo razrusheniia materialov na osnove neobkhodimykh i dostatochnykh kriteriev [Construction of diagrams of quasi-brittle and quasi-viscous material destruction on the basis of necessary and sufficient criteria]*. Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaia fizika, 2013, Vol.54, No.1, Pp.179-195.

Поступила в редакцию 07 июля 2017 года.

Сведения об авторах:

Астапов Николай Степанович – к.ф.-м.н., доц., с.н.с., ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск-90, Россия; e-mail: nika@hydro.nsc.ru
Корнев Владимир Михайлович – д.ф.-м.н., проф., гл.н.с., ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск, Россия; e-mail: kornev@hydro.nsc.ru