

УДК 536.656

ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТАЛЬПИИ ОБРАТНОГО МАРТЕНСИТНОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ В НИКЕЛИДЕ ТИТАНА ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД НАГРУЗКОЙ*

Егоров С.А., Волков А.Е.

*Санкт-Петербургский государственный университет,
г. Санкт-Петербург, Россия*

АННОТАЦИЯ

Выполнено исследование влияния напряжений, действующих в процессе прямого и обратного мартенситного превращений в сплаве с памятью формы никелид титана, на энтальпию прямого и обратного мартенситных превращений. Выполнена серия опытов по реализации мартенситных превращений посредством охлаждения и нагрева при действии постоянного сдвигового напряжения (в режиме кручения), одинакового как при прямом, так и при последующем обратном превращении. Одновременно измеряли деформацию образца и проводили дифференциальный термический анализ по методике, позволяющей получать оценки теплопоглощения или тепловыделения. Обнаружено, что при увеличении напряжения от 0 до 100 МПа теплота обратного превращения снижается в 2.5 раза. Отмечено, что если же прямое превращение проводить под напряжением, а затем обратное превращение производить после разгрузки образца, то теплота, поглощаемая при обратном превращении, снижается при таком же изменении напряжения от 0 до 100 МПа только в 1.3 раза. Предложено теоретическое объяснение данного явления, для чего рассмотрены различные факторы, влияющие на теплопоглощение при обратном превращении, такие как энергия границ, разделяющих ориентационные варианты мартенсита, работа, совершаемая приложенным напряжением на фазовой деформации и упругая энергия, запасаемая в материале вследствие несовместности фазовой деформации пластин мартенсита. Оценка упругой энергии основана на представлении сплава с памятью формы, как композита, состоящего из различно ориентированных пластин мартенсита, и учета условий равновесия напряжений и совместности полной деформации. Сравнение упругой энергии, запасенной при образовании мартенсита в отсутствие напряжения и при действии напряжения 100 МПа, показывает, что ее величина соответствует изменению тепла, выделяющегося при обратном превращении. Отмечено, что вклад других перечисленных выше факторов, влияющих на энтальпию обратного превращения, значительно меньше и, кроме того, не может объяснить ее снижение при росте напряжения, так как он направлен только в сторону ее повышения.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; мартенситное превращение; энтальпия; запасенная упругая энергия

CHANGE OF THE ENTHALPY OF THE REVERSE MARTENSITIC TRANSFORMATION IN TITANIUM NICKELIDE AT THERMOCYCLING UNDER A LOAD

Egorov S.A., Volkov A.E.

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-01-00685.

Авторы благодарят Реснину Н.Н. и ресурсный центр СПбГУ «Термогравиметрические и калориметрические методы исследований» за помощь в калориметрических испытаниях.

ABSTRACT

There was fulfilled a study of the effect of stresses applied to a specimen during the direct and reverse transformations in titanium nickelide shape memory alloy on the enthalpy of these transformations. A series of experiments realizing the martensitic transformations on cooling and heating under a constant shear stress (in torsion mode), same for both the direct and the subsequent reverse transformations has been carried out. Simultaneously were made the measurements of the shear strain and the differential thermal analysis, the methodology of which allowed obtaining estimates of the amounts of heat release and absorption. It was found out that with an increase in the stress from 0 to 100 MPa the enthalpy of the reverse transformation decreases by a factor of 2.5. It was noted that if the direct transformation is carried out under a stress, and the subsequent reverse transformation is performed after the specimen is unloaded, the heat absorbed during the reverse transformation decreases with the same stress change from 0 to 100 MPa only 1.3 times. A theoretical explanation for this phenomenon has been proposed. For this various factors affecting heat absorption during the reverse transformation are considered, such as the energy of the boundaries separating the orientation variants of martensite, the work produced by the applied stress on the phase deformation and the elastic energy stored in the material due to incompatibility of the phase deformation of the martensite plates. Evaluation of the elastic energy is based on the representation of a shape memory alloy, as a composite consisting of differently oriented martensite plates, and on taking into account the equilibrium conditions of stresses and the compatibility of the total strain. Comparison of the elastic energy stored due to the formation of martensite in the absence of stress and under the action of a stress of 100 MPa shows that its value corresponds to the change in the heat released during the reverse transformation. It is noted that the contributions of other factors listed above that affect the enthalpy of reverse transformation is much smaller and, moreover, cannot explain its decrease with increasing stress, since these contributions are directed only towards its increase.

Keywords: shape memory alloys; martensitic transformation; enthalpy; stored elastic energy

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1-4] было показано, что зависимость энтальпии мартенситного превращения (МП) от приложенного напряжения в сплавах с памятью формы (СПФ), хотя и фиксируется в опытах, но не имеет однозначного объяснения. Имеющиеся объяснения на основе чисто термодинамических представлений не удовлетворительны [5]. И, поскольку эта тема важна не только для описания функционального поведения СПФ, но и для понимания процессов, происходящих при МП, то очевидна необходимость дальнейшего ее изучения. Для этого в настоящей статье было продолжено исследование поведения энтальпии фазовых структурных превращений под нагрузкой в никелиде титана, начатое в статье [4]. В отличие от статьи [4], в данной работе под нагрузкой осуществлялось не только охлаждение, но и нагрев, что позволило улучшить понимание процессов неупругого термообратимого формоизменения в материале.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Опыты проводили с трубчатым образцом из сплава $Ti_{51,5}Ni_{48,5}$ (ат.%), имеющим внешний диаметр 6 мм, внутренний диаметр 5 мм, длину рабочей части 23 мм и две головки длиной по 10 мм с внешним диаметром 8 мм. Масса m образца была 3,12 г. После закалки (выдержка при температуре 873 К в течение

1 часа, охлаждение в воде) материал имел те же свойства, что и описанные в статье [4]: при охлаждении через температурный интервал 366 – 322 К и при нагреве через интервал 378 – 411 К имели место превращения $B2 \rightarrow B19' \rightarrow B2$, где $B2$ – высокотемпературная кубическая фаза типа $CsCl$, а $B19'$ – низкотемпературная моноклинная фаза. Образец устанавливали в специально изготовленную установку кручения и проводили опыты по термоциклированию под нагрузкой. Данная установка подробно описана в работе [4] и представляет собой усовершенствованное устройство для проведения дифференциального термического анализа (ДТА), позволяющая не просто фиксировать разницу температур между образцом и эталоном, но и определять теплоемкость образца C , а также энтальпию фазовых переходов q . Хотя методика, разработанная и подробно представленная в цитированной работе, и не позволяет точно определить эти величины, в отличие от метода дифференциальной сканирующей калориметрии (ДСК), но, тем не менее, дает возможность с удовлетворительной точностью проследить их изменение при термоциклировании с разными нагрузками. В качестве эталона служила трубка с размерами, аналогичными размерам образца, изготовленная из нержавеющей стали, не испытывающая фазовых переходов в изучаемом интервале температур.

Эксперименты выполняли следующим образом: образец нагревали до температуры 500 К, нагружали до напряжения кручения τ , и осуществляли термоцикл, включающий охлаждение до 300 К и последующий нагрев до 500 К при постоянстве этого напряжения. При этом измеряли деформацию образца, а также температуры образца и эталона, которые фиксировали электронным прибором каждые 10 с. Темп их изменения во время обратного МП был приблизительно 2 К/мин, во время прямого МП – 1,5 К/мин. После завершения термоцикла при температуре 500 К меняли нагрузку и термоцикл повторяли. Первые 3 термоцикла осуществляли при $\tau=0$, а затем напряжение от опыта к опыту увеличивали до значений 44, 74, 103 МПа. Дальше в обратной последовательности нагрузку уменьшали до нуля. После этого образец снова закалили по прежнему режиму и все опыты повторили.

Характерные зависимости теплоемкости C и деформации кручения γ от температуры T показаны на рис.1а на примере охлаждения под нагрузкой 74 МПа (накопление деформации за счет прямого мартенситного перехода $B2 \rightarrow B19'$), и на рис.1б – при нагревании под напряжением 44 МПа после предварительного охлаждения при том же напряжении (возврат деформации за счет обратного перехода $B19' \rightarrow B2$). Видно, что при охлаждении аномалии на кривых $C(T)$ и $\gamma(T)$ в целом совпадают: характеристическая температура начала накопления деформации M_S^γ и начала тепловыделения и резкого изменения теплоемкости M_S^C практически одинаковые. При этом надо отметить, что соответствующие температуры окончания процессов M_F^γ и M_F^C отличаются на 13-15 К ($M_F^\gamma > M_F^C$). Аналогичная ситуация и для случая нагревания: температуры окончания процессов деформирования и поглощения теплоты A_F^γ и A_F^C совпадают, а температуры их начала A_S^γ и A_S^C отличаются на 30 К ($A_S^\gamma > A_S^C$).

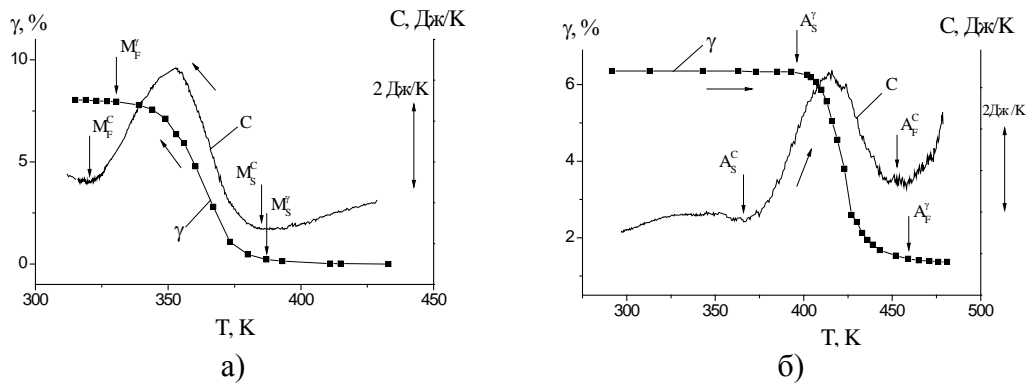


Рис.1. Зависимости деформации кручения γ и теплоемкости C образца от температуры T во время охлаждения при $\tau=74$ МПа (а) и во время нагревания при $\tau=44$ МПа (б).

В обоих случаях несовпадение характеристических температур окончаний процессов деформации кручения и термических реакций может быть связано с тем, что деформация γ обусловлена превращением не во всем образце, а только в тех его областях, которые вносят вклад в ее величину. Аномалия же теплоемкости вызвана превращением во всем материале образца. Важно, что при изменении напряжения τ меняется форма кривых $C(T)$ так, как это показано на рис.2а для охлаждения, и на рис.2б – для нагревания.

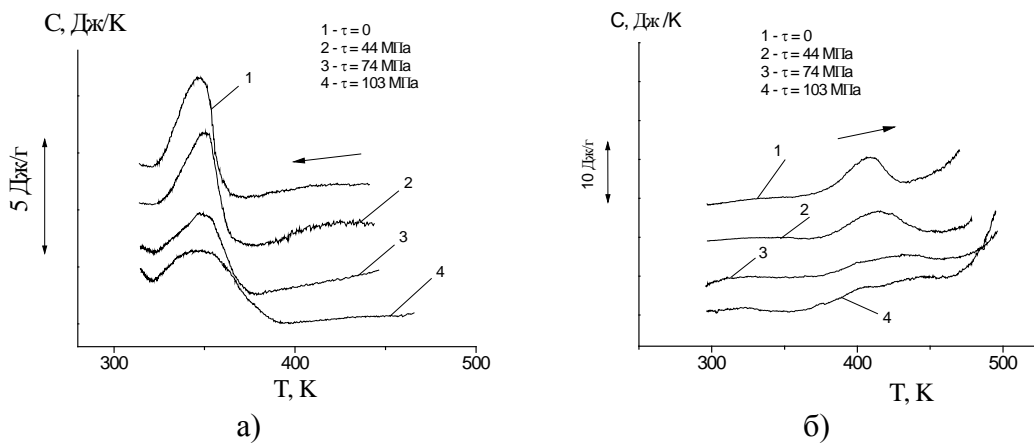


Рис.2. Зависимости теплоемкости C от температуры при охлаждении (а) и нагреве (б) при различных напряжениях.

Видно, что по мере увеличения нагрузки высота пиков тепловых аномалий уменьшается, а степень их размытости по температурной шкале увеличивается. Особенно это сильно проявляется при нагреве под нагрузкой (рис.2б). Это означает, что площадь под пиками этих аномалий, т.е. энтальпия соответствующих процессов q , зависит от действующего напряжения. Подробно это показано на рис.3: величина q^C для прямого МП линейно уменьшается с 30 Дж/г при $\tau=0$ до 18 Дж/г при $\tau=103$ МПа, т.е. в 1,65 раза. В то же время падение энтальпии q^H обратного МП под действием нагрузки оказывается существенно сильнее: с приблизительно 45 Дж/г при $\tau=0$ она уменьшается до 18 Дж/г при $\tau=103$ МПа, или в 2,5 раза.

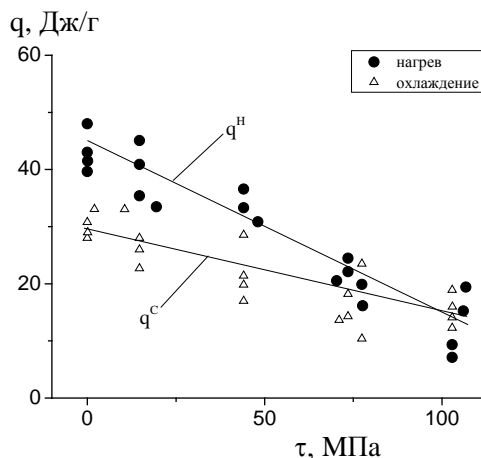


Рис.3. Зависимости энтальпии прямого q^C и обратного q^H мартенситных превращений от напряжения τ .

Таким образом, если в опытах, описанных в статье [4], в которых нагревание производилось без нагрузки, понижающее влияние напряжения на теплоту прямого и обратного МП было практически одинаковым, то в данных опытах, когда нагрузка при нагреве была такой же, как при охлаждении, воздействие напряжений на энтальпию МП при нагревании q^H заметно сильнее.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученный результат влияния напряжений на энтальпию МП при нагреве нельзя связывать с тем, что нагружение подавляет фазовые переходы в материале: накопление деформации во время охлаждения при увеличении нагрузки от 0 до 103 МПа монотонно увеличивается до $\gamma^C = 9\%$, а последующее нагревание всегда сопровождается деформационным возвратом γ^H , причем доля недовозврата $\delta = (\gamma^C - \gamma^H) / \gamma^C$ не превышает 0,2 (см. рис.4).

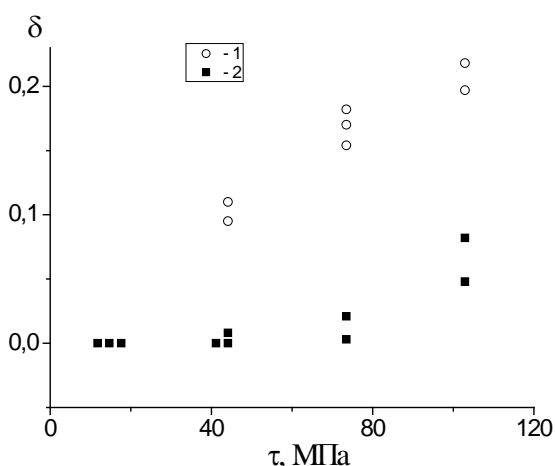


Рис.4. Зависимость доли деформации недовозврата δ при нагревании от напряжения τ , когда нагрузка от опыта к опыту увеличивается (1) и уменьшается (2).

Более того, если рассматривать этап экспериментов, на котором нагрузку от опыта к опыту уменьшали, то там доля недовозврата оказывается не более 0,08. Если предположить, что напряжения подавляют МП через инициирование дефектов структуры, то ситуация должна быть обратной, и величина δ должна бы быть по крайней мере не меньше 0,2.

В работе [4] было показано, что приложенное напряжение снижает энтальпию как прямого, так и обратного МП, причем примерно на одинаковую величину. Однако, четких объяснений этого явления дано не было.

Для выявления причин зависимости энтальпии превращения от действующего напряжения рассмотрим различные составляющие внутренней энергии U единичного объема СПФ

$$U = U^{\text{ch}} + U^{\text{def}} + U^{\text{ePh}}, \quad (1)$$

где U^{ch} – энергия химических связей (потенциальная энергия взаимодействия атомов) и кинетическая энергия теплового движения; U^{def} – энергия дефектов структуры (упругая энергия напряжений и энергия ядер дислокаций, границ зерен и других внутренних границ), U^{ePh} – упругая энергия несовместности фазовой деформации. Согласно первому началу термодинамики

$$dU = \delta Q - \delta A,$$

где δQ – тепло, переданное телу (единичному объему), δA – работа, совершенная телом. В условиях напряженного состояния, реализуемого в настоящем эксперименте (кручение тонкостенной трубки) $\delta A = -\tau d\gamma$, где τ – касательное напряжение, γ – сдвиг. Тогда $\delta Q = dU - \tau d\gamma$, откуда с учетом (1) следует

$$\delta Q = dU^{\text{ch}} + dU^{\text{def}} + dU^{\text{ePh}} - \tau d\gamma. \quad (2)$$

Интегрируя равенство (2) от состояния непосредственно до начала прямого МП до состояния сразу после завершения МП и предполагая, что напряжение постоянно, получаем

$$q = \Delta Q = \Delta U^{\text{ch}} + \Delta U^{\text{def}} + \Delta U^{\text{ePh}} - \tau \Delta\gamma, \quad (3)$$

где через q обозначена энтальпия превращения, которая в изобарном процессе равна переданной телу теплоте. Если представить, что МП происходит в идеальных условиях, в которых монокристалл аустенита, не содержащий дефектов, при отсутствии напряжений переходит в монокристалл мартенсита, то $q = \Delta U^{\text{ch}}$ и, поскольку прямое МП происходит с поглощением тепла, то $q = \Delta U^{\text{ch}} < 0$. Поэтому, перейдя к $|q| = -q$, $|\Delta U^{\text{ch}}| = -\Delta U^{\text{ch}}$, перепишем равенство (3) в виде

$$|q| = |\Delta U^{\text{ch}}| - \Delta U^{\text{def}} - \Delta U^{\text{ePh}} + \tau \Delta\gamma. \quad (4)$$

Изменение внутренней энергии ΔU^{ch} связано с изменением кристаллической решетки (взаимного расположения атомов и характера их взаимодействия) и поэтому оно должно слабо зависеть от напряжения. Изменение энергии дефектов, присутствовавших до превращения (дислокаций и границ зерен) – определяется изменением вектора Бюргерса и упругих модулей материала и, поэтому также не зависит от действующих напряжений. Поэтому, вклад в величину ΔU^{def} , зависящий от напряжения, обусловлен появлением границ доменов (бейновских вариантов мартенсита), суммарная площадь S_b которых наибольшая в случае полной самоаккомодации мартенсита (при $\tau = 0$) и меньше при $\tau \neq 0$. Учитывая

сказанное, запишем равенство (4) для двух случаев: когда МП происходит при напряжении $\tau = 0$ и $\tau \neq 0$ и вычтем из второго первое

$$|q(\tau)| - |q(0)| = \gamma_b (S_b(0) - S_b(\tau)) + \tau\gamma(\tau) - (\Delta U^{eph}(\tau) - \Delta U^{eph}(0)), \quad (5)$$

где γ_b – удельная поверхностная энергия границ мартенситных доменов, примерное значение которой составляет 0.01 Дж/м². Видно, что в формуле (5) первое и второе слагаемое в правой части увеличивают тепловыделение $|q(\tau)|$, а третье – уменьшает. Оценим величину этих слагаемых. Если принять толщину мартенситных доменов $d = 10$ нм, то суммарная площадь их границ на единицу объема равна 10⁸ м⁻¹, а энергия, соответственно 1 Дж/см³. Затем, при $\tau = 100$ МПа деформация образца из никелида титана составляет около 8%. Соответственно, работа напряжения на фазовой деформации $\tau\gamma(\tau) = 8$ Дж/см³.

Для получения оценки величины удельной упругой энергии межфазных напряжений ΔU^{eph} рассмотрим пластину мартенсита, фазовая деформация которой сопровождается сдвигом γ_p^{ph} (рис.5). Взаимодействие пластины с соседними слоями материала вызывает появление внутренних напряжений. Для их оценки примем, что в самой пластине и в соседних с ней слоях это напряжение однородно. Обозначим его через τ_i . Ввиду условий равновесия напряжение τ_i одинаково и внутри пластины, и в соседних слоях.

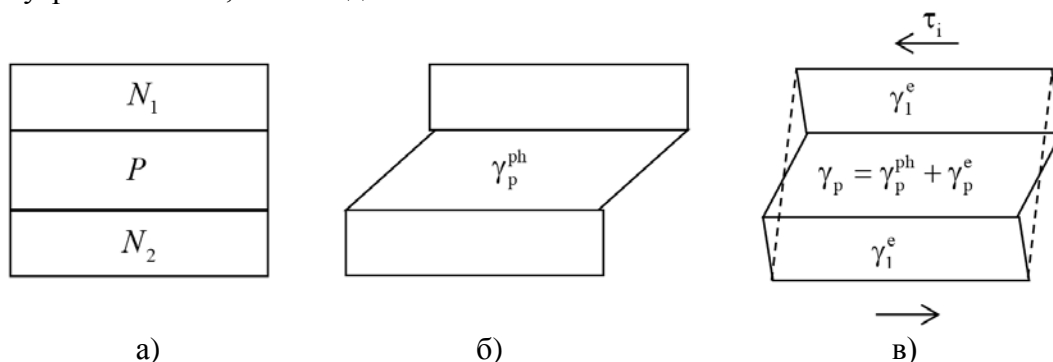


Рис.5. Схема упругой аккомодации сдвига при образовании пластины мартенсита: а – область P аустенита до превращения и соседние области N_1 и N_2 ; б – промежуточная конфигурация областей P, N_1, N_2 после сдвига γ_p^{ph} вследствие мартенситного превращения в области P ; в – окончательная конфигурация областей P, N_1, N_2 после упругой аккомодации, порождающей внутреннее напряжение τ_i и упругие деформации γ_1^e и γ_p^e (пунктиром показана конфигурация, соответствующая средней деформации).

Выразим среднюю деформацию γ_m области, содержащей пластину и соседние слои

$$\gamma_m (l_p + l_1) = l_1 \gamma_1^e + l_p (\gamma_p^e + \gamma_p^{ph}), \quad (6)$$

где l_p и l_1 – соответственно толщина пластины и суммарная толщина соседних слоев. Пренебрегая упругой анизотропией мартенсита, т.е. предполагая,

что модуль сдвига G один и тот же и в пластине, и в соседних слоях, а также предполагая, что $l_p = l_1$ найдем

$$\tau_i = G \left(\gamma_m - \frac{1}{2} \gamma_p^{ph} \right). \quad (7)$$

Измеряемая в опыте (средняя) деформация γ_m , образующаяся при прямом МП, при действии не очень большого постоянного напряжения τ , пропорциональна этому напряжению: $\gamma_m = \tau / G_{MT}$, где G_{MT} – постоянная (модуль фазовой деформации). При данном приближении находим оценку для внутреннего напряжения

$$\tau_i = G \left(\tau / G_{MT} - \frac{1}{2} \gamma_p^{ph} \right) \quad (8)$$

и соответствующей ему плотности упругой энергии

$$w = \tau_i^2 / 2G. \quad (9)$$

Полная упругая энергия, связанная с пластиной, $E_p = w \cdot (V_p + V_1)$, где V_p и V_1 – объемы пластины и соседних слоев. Из предположения, что $l_p = l_1$, следует, что и $V_p = V_1$, так что $E_p = 2w \cdot V_p$, откуда средняя по всему объему плотность упругой энергии $W = \Delta U^{eph} = 2w V_p / V = 2w \Phi_p$, где Φ_p – объемная доля пластин, создающих напряжения или, иными словами, доля несоакомодированного мартенсита. Величина Φ_p зависит от многих факторов (скорости охлаждения, однородности температуры, плотности дислокаций, приложенного напряжения, и др.). Здесь для качественной оценки величины упругой энергии ΔU^{eph} , примем $\Phi_p = 0.25$. Оценим ее величину для никелида титана при напряжении $\tau = 0$ и $\tau = 100$ МПа. Типичные значения материальных постоянных таковы: $G = 27$ ГПа, $G_{MT} = 1.25$ ГПа, $\gamma_p^{ph} = 0.2$. Тогда $\Delta U^{eph} |_{\tau=0} = 67$ Дж/см³, $\Delta U^{eph} |_{\tau=100 \text{ МПа}} = 2.7$ Дж/см³ или, на единицу массы (при плотности $\rho = 6.5$ г/см³) соответственно 11 Дж/г и 0.4 Дж/г.

Подставляя полученные оценки в формулу (5), находим, при приложенном напряжении 100 МПа тепловыделение $|q(\tau)|$ должно быть меньше тепловыделения $|q(0)|$ в отсутствии напряжения на 55 Дж/см³ (на 8.5 Дж/г), что качественно согласуется с результатами эксперимента.

Таким образом, можно сделать вывод, что причиной снижения тепловыделения при прямом МП при действии приложенного напряжения является преобразование части высвобождающейся химической внутренней энергии в упругую энергию напряжений, создаваемых несоакомодированностью фазовой деформации.

Если обратное МП после прямого превращения под нагрузкой производится на неразгруженном образце, то запасенная в мартенсита упругая энергия при обратном превращении преобразуется в химическую, что приводит к снижению теплопоглощения. Если же образец перед обратным МП разгрузить, то при разгрузке мартенсит частично преобразуется к самоакомодированным конфигурациям, не создающим внутренних напряжений. При этом часть запасенной упругой энергии высвобождается, что в свою очередь, приводит

к большему теплпоглощению по сравнению с обратным МП на неразгруженном образце.

Очевидно, что сделанные оценки упругой энергии носят приближенный характер, однако несомненно, что запасенная упругая энергия является единственным фактором, который может объяснить понижающее действие приложенного напряжения на энтальпию как прямого, так и обратного МП. Отметим, что этот фактор был упущен авторами работы [5]. Другие факторы, такие как энергия границ, разделяющих ориентационные варианты мартенсита, или работа, совершаемая приложенными напряжениями на фазовой деформации, влияют на энтальпию превращения только в сторону ее повышения.

ВЫВОДЫ

1. Экспериментально установлено, что в сплаве никелида титана теплота обратного превращения зависит от напряжения, действовавшего во время предшествующего прямого превращения. Если обратное превращение происходит при том же напряжении, что и прямое, то теплота с ростом напряжения от 0 до 100 МПа снижается в 2.5 раза. Если же обратному превращению предшествует разгрузка образца, то наблюдается снижение теплоты в 1.3 раза.
2. Понижающее действие приложенного напряжения на энтальпию как прямого, так и обратного мартенситного превращения можно объяснить изменением величины упругой энергии внутренних напряжений, возникающих из-за несовместности фазовой деформации, которая тем больше, чем более ориентированным является мартенсит, что имеет место при более высоких приложенных напряжениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Friend C.M., Manosa L.I., Ortin J. and Planes A. *A calorimetric investigation of martensitic transformation under applied stress in single-crystal Cu-AL-Ni alloys* // J. de Physique IV, Colloque C4, supplement au Journal de Physique III. – 1991. – Vol.1. – Pp.4-71.
2. Егоров С.А. *Влияние реактивных напряжений на теплоту мартенситных превращений в никелиде титана* // ЖТФ. – 2006. – Т.76. – №8. – С.37-41.
3. Николаев В.И., Егоров В.М., Малыгин Г.А., Пульнев С.А. *Влияние реактивных напряжений на термодинамику и кинетику мартенситных переходов в монокристаллах сплава с памятью формы Cu-Al-Ni* // ФТТ. – 2010. – Т.52. – №11. – С.2263-2268.
4. Егоров С.А., Волков А.Е. *О зависимости энтальпии прямого мартенситного превращения в никелиде титана от напряжения* // ЖТФ. – 2017. – Т.87. – №2. – С.204-210.
5. Ortin J., Planes A. *Thermodynamics of thermoelastic martensitic transformations* // Acta Metallurgica. – 1989. – Vol.37. – Iss.5. – Pp.1433-1441.

REFERENCES

1. Friend C.M., Manosa L.I., Ortin J. and Planes A. *A calorimetric investigation of martensitic transformation under applied stress in single-crystal Cu-AL-Ni alloys*. J.

de Physique IV. Colloque C4, supplement au Journal de Physique III. 1991, Vol.1, Pp.4-71.

2. Egorov S.A. *Effect of Reactive Stresses on the Heat of Martensitic Transformations in Titanium Nickelide*. Technical Physics, 2006, Vol.51, No.8, Pp.999-1003.
3. Nikolaev V.I., Egorov V.M., Malygin G.A., Pul'nev S.A. *Influence of Reactive Stresses on Thermodynamics and Kinetics of Martensitic Transitions in Single Crystals of the Shape Memory Cu-Al-Ni Alloy*. Physics of the Solid State, 2010, Vol.52, No.11, Pp.2419-2425.
4. Egorov S.A., Volkov A.E. *Dependence of the Enthalpy of the Direct Martensitic Transformation in Titanium Nickelide on the Stress*. Technical Physics, 2017, Vol.62, No.2, Pp.230-236.
5. Ortin J., Planes A. Thermodynamics of thermoelastic martensitic transformations, Acta Metallurgica, 1989, Vol.37, Iss.5, Pp.1433-1441.

Поступила в редакцию 24 декабря 2018 года.

Сведения об авторах:

Егоров Сергей Александрович – к.ф.-м.н., с.н.с., кафедра Теории упругости, Санкт-Петербургский Государственный Университет (СПбГУ), г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: truhtin@mail.ru

Волков Александр Евгеньевич – д.ф.-м.н., проф., кафедра Теории упругости, Санкт-Петербургский Государственный Университет (СПбГУ), г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: a.volkov@spbu.ru