УДК 533.69

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ НЕСЖИМАЕМОГО ПОТОКА НА ИЗГИБНО-КРУТИЛЬНЫЕ АЭРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ КРЫЛА БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ*

Гришанина Т.В., Русских Н.М.

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Рассматриваются вынужденные изгибно-крутильные колебания прямого крыла большого удлинения в несжимаемом потоке идеальной жидкости (газа). Используется гипотеза плоского безотрывного обтекания поперечных сечений тонкого крыла. Аэродинамическая нагрузка, действующая на колеблющийся тонкий профиль в несжимаемом потоке идеального газа, при малых гармонических колебаниях крыла определяется на основании точного решения по нестационарной линейной теории, а также по квазистационарной теории. Крыло рассматривается как подкрепленная продольными элементами (лонжеронами, стрингерами) тонкостенная балка с однозамкнутым или многозамкнутым контуром поперечных сечений, которые считаются недеформируемыми в своих плоскостях. Упругие перемещения консоли крыла при изгибно-крутильных колебаниях представляются по методу Ритца в виде ряда по заданным базисным функциям с неизвестными коэффициентами, которые рассматриваются в качестве обобщенных координат. Уравнения аэроупругих колебаний крыла при действии поперечной гармонической силы, с заданной частотой, составляются как уравнения Лагранжа и решаются в комплексных переменных.

Основной целью работы является сравнение результатов расчета амплитудно-частотных характеристик вынужденных колебаний крыла, полученных при использовании нестационарной и квазистационарной аэродинамических теорий. Выполнены расчеты для модели крыла постоянного поперечного сечения, в которой одна обобщенная координата представляет изгиб крыла, а другая – кручение. На основе полученных результатов показано, что при малых приведенных частотах колебаний простая (с точки зрения трудоемкости вычислений) квазистационарная теория позволяет получить решения с вполне приемлемой точностью. Влияние присоединенных масс воздуха, которое учитывалось в нестационарной теории, весьма мало.

Ключевые слова: крыло большого удлинения; несжимаемый поток; изгибно-крутильные колебания; метод Ритца; амплитудно-частотные характеристики

ANALYSIS OF INFLUENCE OF THE INCOMPESSIBLE FLOW UNSTEADYNESS ON THE BENDING-TORSHIONAL AEROELASTIC VIBRATIONS OF OC LARGE ELONGATION WING

Grishanina T.V., Russkikh N.M.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-08-00937-а.

ABSTRACT

Forced harmonic bending-torsional vibrations of a straight large elongation wing in incompressible flow of ideal liquid (gas) is considered. Hypothesis of plane non-tear flow over thin wing the cross sections is used.

The aerodynamic load acting on a thin vibrating airfoil in incompressible flow of ideal gas for small harmonic vibrations of the wing in determined exactly using unsteady linear theory and as well quasi-steady theory. A wing is considered as supported by longitudinal elements (spars, stringers) a thin-walled beam with a single-closed or multi-closed cross-section contour, which are considered to be non-deformable in their planes. Elastic displacements of the wing for bending-torsional vibrations are determined by the Ritz method in series of basic functions with unknown coefficients which are considered as generalized coordinates.

The equations of the wing aeroelastic vibrations under action of transverse harmonic force with prescribed frequency are obtained as the Lagrange equations and solved in complex variables.

The purpose of the work is the comparison of the calculation results for the amplitude-frequency characteristics of the forced bending-torshional vibrations of the wing obtained by use of the unsteady and quasi-steady aerodynamic theories. Calculations were made for a wing model of constant cross section, where one generalized coordinate represents the wing bending and the other – torsion. On the basis of the obtained results it was shown that for small reduced oscillation frequencies a simple (from the point of view of laboriousness of computations) quasi-steady theory makes it possible to obtain solutions with quite acceptable accuracy. The influence of the added air masses, which was taken into account in the unsteady theory, is very small.

Keywords: wing of a large aspect ratio; incompressible flow; bending-torsional vibrations; Ritz method; amplitude-frequency characteristics

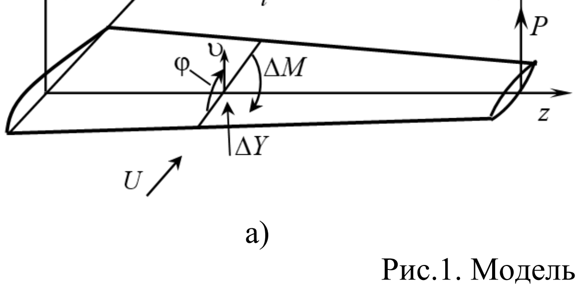
ВВЕДЕНИЕ

Крылья большого удлинения являются эффективными несущими поверхностями для создания подъемной силы самолетов при дозвуковых скоростях полета. С позиции строительной механики они обычно рассматриваются как подкрепленные продольными элементами (лонжеронами, стрингерами) тонкостенные балки с однозамкнутым или многозамкнутым контуром поперечных сечений, которые при наличии дискретно расположенных поперечных нервюр (стенок) можно считать недеформируемыми в их плоскостях. Основными деформациями таких крыльев в полете являются изгиб и кручение, которые сопровождаются изгибно-крутильными колебаниями. С позиции аэродинамики дополнительные аэродинамические нагрузки, обусловленные изгибом и кручением, а также изгибно-крутильными колебаниями, в линейном приближении определяются как для тонких платин и сводятся к распределенным по длине погонными поперечным нагрузкам и крутящим моментам. При этом статические и динамические задачи аэроупругости рассматриваются отдельно. Для прямых крыльев большого удлинения, геометрические и жесткостные параметры, а также низшие формы колебаний которых изменяются по длине достаточно медленно, обычно используется гипотеза плоского обтекания профилей поперечных сечений. Аэродинамическую нагрузку, действующую на колеблющийся тонкий профиль в несжимаемом потоке идеального газа, можно определить на основании точного решения в комплексном виде по нестационарной теории для малых гармонических колебаний с заданной частотой или по приближенной квазистационарной теории. Последняя основана на гипотезе стационарности – аэродинамическая задача для профиля с учетом создаваемых его колебаниями поперечных скоростей скоса потока решается в стационарной постановке для фиксированного момента времени. Это достаточно простое решение справедливо для произвольных колебаний профиля крыла и с помощью поправочного множителя может учитывать сжимаемость дозвукового потока. Оно часто используется на практике при решении задач динамической аэроупругости крыльев большого удлинения, особенно на этапе рационального проектирования [1]. К настоящему времени еще недостаточно полно исследован вопрос точности решения, основанного на гипотезе стационарности, в зависимости от приведенной частоты колебаний (числа Струхаля). Нестационарная теория в предельном случае, когда приведенная частота стремится к нулю, дает уточненное квазистационарное решение – в нем по сравнению с решением по обычной квазистационарной теории, основанной на гипотезе стационарности, появляется дополнительное аэродинамическое демпфирование [2]. Количественная оценка этого уточнения также представляет интерес.

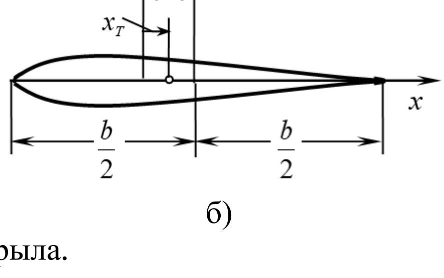
Нестационарная теория для определения аэродинамических нагрузок, действующих на колеблющиеся тонкие несущие поверхности в дозвуковом потоке, изложена достаточно полно в книгах [2-8] в учебном пособии [9]. В работах [7,8] развита асимптотическая нестационарная теория обтекания тонких колеблющихся крыльев произвольной формы в плане дозвуковым сжимаемым потоком при частоте колебаний, стремящейся к нулю; эту теорию по существу можно считать уточненной квазистационарной теорией. В статье [10] рассмотрена задача определения неустановившихся аэродинамических нагрузок при произвольных колебаниях деформируемого профиля в дозвуковом потоке. В статье [10] для этого случая используется квазистационарная теория.

В данной работе на примере задачи о вынужденных гармонических изгибно-крутильных колебаний консоли крыла постоянного поперечного сечения в несжимаемом потоке выполнен сравнительный анализ результатов расчета амплитудно-частотных характеристик, полученных на основании нестационарной и квазистационарных (уточненной и обычной) теорий в зависимости от приведенной частоты колебаний.

1. АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА КРЫЛО ПРИ ИЗГИБНО-КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЯХ



а)



б)

Рис.1. Модель крыла.

Рассмотрим консоль крыла с симметричными недеформируемыми профилями поперечных сечений с прямолинейной осью жесткости, с которой совмещается ось z, рис.1. Изгибно-крутильные колебания крыла как балки под действием поперечной силы на конце крыла $P(t)$ и возникающих при колебаниях распределенных аэродинамических нагрузок $\Delta Y(z,t)$, $\Delta M_0(z,t)$, описываются поперечными перемещениями оси $\upsilon(z,t)$ и углами закручивания поперечных сечений $\varphi(z,t)$, рис.1.

Погонные аэродинамические нагрузки (поперечные силы и крутящие моменты относительно оси z) при малых гармонических колебаниях крыла с тонкими профилями, обтекаемыми плоским безотрывным потоком идеального несжимаемого газа, в общем случае по нестационарной теории записываются в виде [9]

$$\begin{aligned}\Delta Y &= \frac{\rho b}{2}\left[g_1 U\left(U\varphi-\dot{\upsilon}\right)+g_2^* U b\dot{\varphi}+g_3 b\left(U\dot{\varphi}-\ddot{\upsilon}\right)+g_4^* b^2\ddot{\varphi}\right];\\ \Delta M &= \frac{\rho b^2}{2}\left[h_1^* U\left(U\varphi-\dot{\upsilon}\right)+h_2^* U b\dot{\varphi}+h_3^* b\left(U\dot{\varphi}-\ddot{\upsilon}\right)+h_4^* b^2\ddot{\varphi}\right].\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $b(z)$ – хорда профиля, ρ и U – плотность и скорость набегающего потока; отмеченные верхними звездочками аэродинамические коэффициенты профиля крыла определяются по формулам

$$\begin{aligned}&g_2^* = g_2+\bar{e}g_1, \quad g_4^* = g_4+\bar{e}g_3, \quad h_1^* = h_1-\bar{e}g_1, \quad \bar{e}(z) = e/b,\\ &h_2^* = h_2-\bar{e}^2 g_1, \quad h_3^* = h_3-\bar{e}g_3, \quad h_4^* = h_4-\bar{e}^2 g_3;\end{aligned} \tag{2}$$

$e(z)$ – расстояние от оси z до середины хорды в сечении $z = \text{const}$.

Значения коэффициентов без звездочек, относящихся к середине хорды, которые входят в формулы (2), приведены ниже.

1) Нестационарная теория для гармонических колебаний с частотой ω

$$\begin{aligned}&g_1 = 2\pi C(k), \quad g_2 = \frac{\pi}{2}C(k), \quad g_3 = \frac{\pi}{2}, \quad g_4 = 0,\\ &h_1 = \frac{\pi}{2}C(k), \quad h_2 = \frac{\pi}{8}\left(C(k)-1\right), \quad h_3 = 0, \quad h_4 = -\frac{\pi}{64},\end{aligned} \tag{3}$$

где $C(k)$ – комплексная функция Теодорсена, $k = \omega b/2U$ – приведенная частота колебаний.

2) Уточненная квазистационарная теория, которая следует из нестационарной при $k \to 0$, $C(k) \to 1$ и пренебрежении членами с $\ddot{\upsilon}$ и $\ddot{\varphi}$

$$\begin{aligned}&g_1 = 2\pi, \quad g_2 = \frac{\pi}{2}, \quad g_3 = \frac{\pi}{2}, \quad g_4 = 0,\\ &h_1 = \frac{\pi}{2}, \quad h_2 = 0, \quad h_3 = 0, \quad h_4 = 0.\end{aligned} \tag{4}$$

3) Обычная квазистационарная теория, основанная на гипотезе стационарности

$$\begin{aligned}&g_1 = 2\pi, \quad g_2 = \frac{\pi}{2}, \quad g_3 = 0, \quad g_4 = 0,\\ &h_1 = \frac{\pi}{2}, \quad h_2 = 0, \quad h_3 = 0, \quad h_4 = 0.\end{aligned} \tag{5}$$

Во всех случаях (3)-(5) в силу теоремы обратимости [2,7,9] выполняется соотношение $h_1 = g_2$, $h_3 = g_4$.

Функция $C(k)=F(k)+iG(k)$ выражается через специальные функции Ханкеля [2-6] и имеет следующую асимптотику при $k\to 0$

$$F(k)\approx 1-\frac{\pi}{2}k,\quad G(k)\approx k\left(\ln\frac{k}{2}+0,5772\right).$$

Для упрощения вычислений аэродинамических коэффициентов по нестационарной теории в случае крыла с переменными поперечными сечениями, для которых $k(z)=\omega b(z)/2U$, удобно использовать достаточно точную во всем диапазоне $0\le k\le\infty$ аппроксимацию А.Н. Храброва [12]

$$F(k)=\frac{1}{2}+\sum_{m=1}^{3}\frac{a_m b_m}{b_m^2+k^2},\ G(k)=-k\sum_{m=1}^{3}\frac{a_m b_m}{b_m^2+k^2},\ \sum_{m=1}^{3}a_m=\frac{1}{2};\ a_1=0.1149,$$

$$b_1=0.03619,\ a_2=0.2915,\ b_2=0.1899,\ a_3=0.0936,\ b_3=0.6820.$$

При использовании квазистационарной теории коэффициенты g_1, … и h_1, … определяются по формулам (4) и (5); в этих случаях они действительны и не зависят от приведенной частоты k и, соответственно, от координаты z. Это значительно упрощает расчеты.

Заметим, что при использовании гипотезы стационарности можно учесть сжимаемость дозвукового потока [9] путем умножения коэффициентов (5) на множитель $\sqrt{1-M^2}$, где $M=U/c$ – число Маха; c – скорость звука в воздухе, зависящая от его плотности и высоты полета. Отсюда видно, что поток можно считать несжимаемым $(M=0)$ с точностью до 3% при $0\le M\le 0.25$.

2. УРАВНЕНИЯ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ КРЫЛА

Уравнения изгибно-крутильных аэроупругих колебаний прямого крыла большого удлинения получим как уравнения Лагранжа в обобщенных координатах. Кинетическая и потенциальная энергии крыла и вариация работы погонных аэродинамических нагрузок ΔY, ΔM и заданной поперечной силы на его конце P записываются в виде

$$\begin{aligned}
T&=\frac{1}{2}\int_0^l\left(m\dot{\upsilon}^2-2mx_T\dot{\upsilon}\dot{\varphi}+J\dot{\varphi}^2\right)dz,\\
\varPi&=\frac{1}{2}\int_0^l\left(EI\upsilon''^2+GJ_k\varphi'^2\right)dz, \qquad (6)\\
\delta A&=\int_0^l\left(\Delta Y\delta\upsilon+\Delta M\delta\varphi\right)dz+P\delta\upsilon(l,t).
\end{aligned}$$

Здесь $m(z)$, $J(z)$, $x_T(z)$ – погонная масса, погонный массовый момент инерции относительно оси z и расстояние от оси z до центра тяжести в сечении $z=\text{const}$; $EI(z)$, $GJ_k(z)$ – изгибная жесткость и жесткость свободного кручения крыла как тонкостенной балки в сечении $z=\text{const}$.

Поперечное перемещение оси крыла υ и угол закручивания φ на основании метода Ритца будем искать в виде

$$\upsilon(z,t)=a\sum_{i=1}^{s}q_i(t)f_i(z);\quad \varphi(z,t)=\sum_{i=1}^{s}q_i(t)\varphi_i(z), \qquad (7)$$

где a – некоторый характерный размер; $f_i(z)$, $\varphi_i(z)$ – заданные безразмерные функции, удовлетворяющие условиям жесткого закрепления крыла $\left(f_i(0)=0,\right.$ $f_i'(0)=0$, $\left.\varphi_i(0)=0\right)$; $q_i(t)$ – обобщенные координаты, имеющие одинаковую размерность.

Уравнения аэроупругих колебаний крыла в обобщенных координатах на основании (1), (2), (6), (7) в общем случае при использовании нестационарной теории, аэродинамические коэффициенты для которой определяются по формулам (3), являются комплексными и зависят сложным образом от переменной приведенной частоты колебаний $k(z)=\omega b(z)/(2U)$, записываются в виде

$$\sum_{j=1}^{s}\left[\left(m_{ij}+g_{ij}\right)\ddot{q}_j+d_{ij}\dot{q}_j+\left(k_{ij}+b_{ij}\right)q_j\right]=Q_i,\quad \left(i=1,2,\ldots,s\right) \tag{8}$$

Здесь

$$m_{ij}=\int_0^l\left[ma^2 f_i f_j-mx_T a(f_i\varphi_j+f_j\varphi_i)+J\varphi_i\varphi_j\right]dz,$$

$$k_{ij}=\int_0^l\left[EIa^2 f_i''f_j''+GJ_k\varphi_i'\varphi_j'\right]dz,$$

$$g_{ij}=\frac{\rho}{2}\int_0^l\left[g_3a^2 f_i f_j-g_3\bar{e}ab\left(f_i\varphi_j+f_j\varphi_i\right)-h_4^*b^2\varphi_i\varphi_j\right]b^2dz,$$

$$d_{ij}=\frac{\rho U}{2}\int_0^l\left[g_1a^2 f_i f_j-\left(g_2^*+g_3\right)abf_i\varphi_j+h_1^*abf_j\varphi_i-\left(h_2^*+h_3^*\right)b^2\varphi_i\varphi_j\right]bdz, \tag{9}$$

$$b_{ij}=-\frac{\rho U^2}{2}\int_0^l\left[g_1af_i\varphi_j+h_1^*b\varphi_i\varphi_j\right]bdz;$$

$$Q_i=P_i(t)af_i(l).$$

Коэффициенты g_{ij}, представляющие присоединенные массы воздуха, являются действительными и симметричными $\left(g_{ij}=g_{ji}\right)$, так как $h_3=g_4=0$ и $h_3^*=-g_4^*=-\bar{e}g_3$, а g_3 и h_4 действительны. Коэффициенты аэродинамического демпфирования d_{ij} и аэродинамической жесткости b_{ij} в рассматриваемом случае являются комплексными и несимметричными.

При использовании квазистационарной теории при достаточно медленных произвольных по времени изгибно-крутильных колебаниях крыла аэродинамические коэффициенты (2) при значениях (4) или (5) являются действительными и постоянными (не зависят от ω и от z).

При вынужденных гармонических колебаниях $P=P^0e^{i\omega t}$, $q_i=q_i^0e^{i\omega t}$, $\dot{q}_i=i\omega\dot{q}_i^0e^{i\omega t}$, $\ddot{q}_i=-\omega^2\ddot{q}_i^0e^{i\omega t}$ уравнения (8) после сокращения на $e^{i\omega t}$ записываются в виде системы линейных алгебраических уравнений с комплексными коэффициентами

$$\sum_{j=1}^{s}\left[-\omega^2\left(m_{ij}+g_{ij}\right)+i\omega d_{ij}+\left(k_{ij}+b_{ij}\right)\right]q_j^0=P^0a\,. \tag{10}$$

При использовании квазистационарной теории аэродинамические коэффициенты d_{ij}, b_{ij} являются действительными, как и коэффициенты m_{ij}, g_{ij}, k_{ij} и поэтому в уравнениях (10) комплексные коэффициенты при q_j^0 имеют раздельные действительные и мнимые части, и решение этих уравнений не представляет трудностей.

При использовании нестационарной теории коэффициенты d_{ij}, b_{ij} являются комплексными и весьма сложным образом зависят от приведенной частоты $k(z)=\omega b(z)/(2U)$. В этом случае приведение уравнений (10) к уравнениям с раздельными действительными и мнимыми частями является весьма трудоемким и громоздким.

3. ПРИМЕР РАСЧЕТА

В качестве примера рассмотрим двухстепенную модель изгибно-крутильных колебаний консольно-закрепленного крыла с постоянными характеристиками поперечных сечений. В разложениях (7) при $s=2$ возьмем следующие функции

$$f_1(z)=1-\cos\frac{\pi z}{2l},\quad \varphi_1(z)=0,$$
$$f_2(z)=0,\quad \varphi_2(z)=\sin\frac{\pi z}{2l}. \tag{11}$$

Здесь $f_1(z)$ представляет аппроксимацию низшей собственной формы изгибных колебаний, а $\varphi_2(z)$ – точное выражение низшей собственной формы крутильных колебаний балки постоянного поперечного сечения. В качестве характерного размера для относительного прогиба крыла примем $a=b/2$.

Уравнения (10) с постоянными коэффициентами (9) приведем к безразмерному виду, деля их на $\frac{1}{2}\rho U^2b^2l$ и заменяя $\omega=2U^2b^{-1}k$

$$\left[-(\gamma+g_3)k^2+i\frac{1}{2}g_1k+\frac{1}{4}\beta_1\frac{\kappa_{11}}{\mu_{11}}\right]\mu_{11}q_1^0+$$
$$+\left[2(\gamma\bar{x}_T+g_3\bar{e})k^2-i(g_2^*+g_3)k-\frac{1}{2}g_1\right]\mu_{12}q_2^0=p_1^0,$$
$$\left[2(\gamma\bar{x}_T+g_3\bar{e})k^2+ih_1^*k\right]\mu_{12}q_1^0+ \tag{12}$$
$$+\left[-4(j\gamma-h_4^*)k^2-i2(h_2^*+h_3^*)k+\left(\beta_2\frac{\kappa_{22}}{\mu_{22}}-h_1^*\right)\right]\mu_{22}q_2^0=0,$$

где кроме безразмерных аэродинамических коэффициентов (2), которые в общем случае нестационарной теории являются комплексными, исключая g_1 и g_3, используются безразмерные параметры

$$\beta_1=\frac{2EI}{\rho U^2 l^4},\quad \beta_2=\frac{2GJ_k}{\rho U^2 b^2 l^2},\quad \gamma=\frac{2m}{\rho b^2},\quad j=\frac{J}{mb^2},\quad \bar{e}=\frac{e}{b},\quad \bar{x}_T=\frac{x_T}{b},$$

$$k=\frac{\omega b}{2U},\quad p_1^0=\frac{P^0 l^2}{2EIb^2}\beta_1 f_1(l),\quad \mu_{11}=\frac{1}{l}\int_0^l f_1^2 dz=\frac{3}{2}-\frac{4}{\pi},$$

$$\mu_{12}=\frac{1}{l}\int_0^l f_1\varphi_2 dz=\frac{1}{\pi},\quad \mu_{22}=\frac{1}{l}\int_0^l \varphi_1^2 dz=\frac{1}{2},\quad \kappa_{11}=l^3\int_0^l f_1''^2 dz=\frac{\pi^4}{32},$$

$$\kappa_{22}=l\int_0^l \varphi_2''^2 dz=\frac{\pi^2}{8}.$$

При $\beta_2\frac{\kappa_{22}}{\mu_{22}}-h_1^*\big|_{k=0}=0$ происходит крутильная дивергенция крыла. В данном случае (5) $h_1^*\big|_{k=0}=\frac{\pi}{2}-\bar{e}2\pi$ и $\beta_{2,\text{див}}=\left(\frac{1}{4}-\bar{e}\right)\frac{8}{\pi}$. Чтобы выполнялось условие статической устойчивости крыла в потоке необходимо $\beta_2>\beta_{2,\text{див}}$.

При использовании нестационарной теории комплексные аэродинамические коэффициенты с учетом $C(k)=F(k)+iG(k)$ разделяются на действительные и мнимые части и затем соответственно группируются в выражениях, записанных в квадратных скобках уравнений (12). Далее, решая уравнение (12), с комплексными коэффициентами, разделенными на действительные и мнимые части, находим обобщенные координаты в комплексном виде $q_n^0=q_n^\partial+iq_n^м=A_n(\cos\theta_n+i\sin\theta_n)$, где $A_n=\sqrt{(q_n^\partial)^2+(q_n^м)^2}$, $\theta_n=\operatorname{arctg}\frac{q_n^м}{q_n^\partial}$; $n=1,2$.

Для расчета примем следующие безразмерные параметры

$$\frac{l}{b}=5;\ \beta_1=0.1;\ \beta_2=1;\ \gamma=60;\ j=0.05;\ \bar{e}=0;\ \bar{x}_T=0;\ p_1^0=0.1.$$

На рис.2, 3, 4 и 5 приведены зависимости от приведенной частоты k амплитуд и углов сдвига по фазе в радианах изгибной и крутильной форм вынужденных гармонических колебаний крыла в потоке. Сплошными линиями показаны результаты, полученные по нестационарной теории, а пунктирными линиями – по квазистационарной теории.

При этом влияние присоединенных масс воздуха, которое учитывается в нестационарной теории и представлено в уравнениях (8) коэффициентами обобщенных масс g_{ij}, весьма мало (графики, полученные с учетом и без учета этих коэффициентов практически не отличаются).

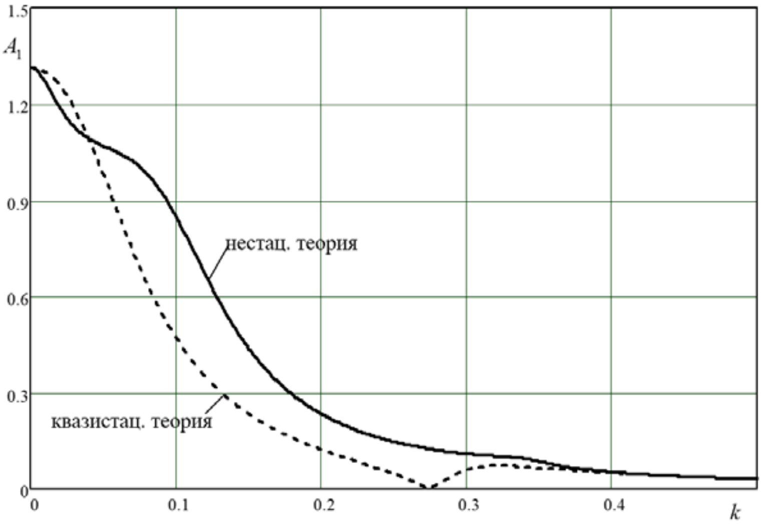


Рис.2. Графики изменения амплитуды колебаний обобщенной координаты q_1.

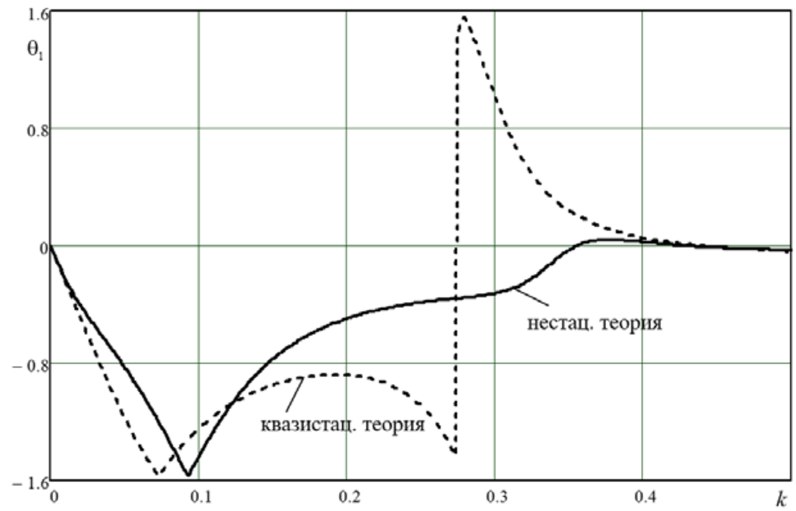


Рис.3. Графики изменения угла сдвига по фазе обобщенной координаты q_1.

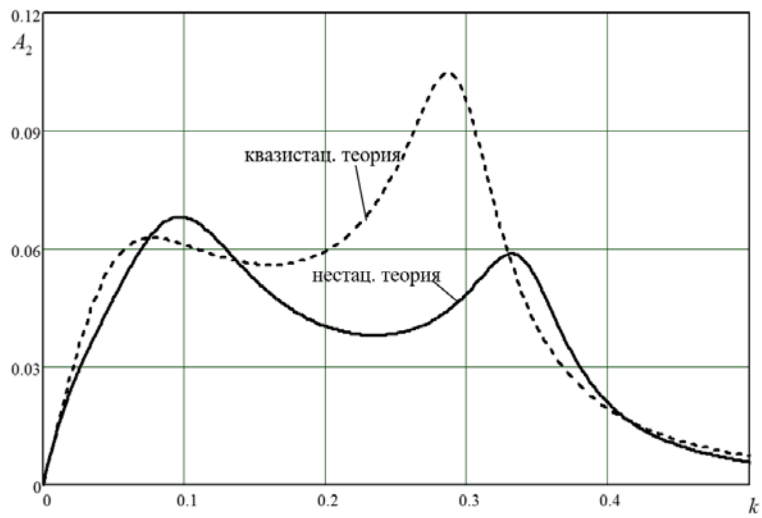


Рис.4. Графики изменения амплитуды колебаний обобщенной координаты q_2.

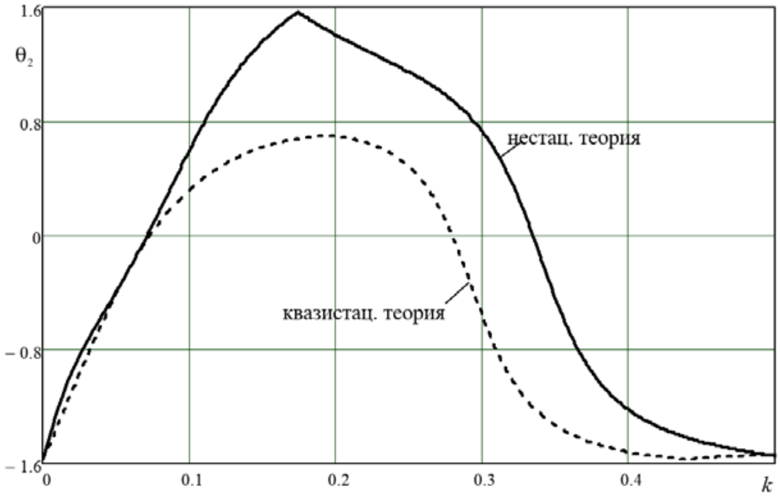


Рис.5. Графики изменения угла сдвига по фазе обобщенной координаты q_2.

Графики, полученные по уточненной квазистационарной теории (с использованием аэродинамических коэффициентов (4)) и по обычной квазистационарной теории (с использованием коэффициентов (5)) также практически не отличаются друг от друга в рассматриваемом диапазоне приведенных частот $\left(0 \le k \le 0,5\right)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены уравнения изгибно-крутильных гармонических колебаний прямого крыла большого удлинения в несжимаемом потоке с использованием нестационарной и нестационарной аэродинамических теорий плоского обтекания профилей крыла. На основе двухстепенной модели при учете только низших форм изгибных и крутильных колебаний консоли крыла постоянного поперечного сечения выполнены сравнительные расчеты амплитудных и фазовых частотных характеристик аэроупругих колебаний крыла, полученных при использовании нестационарной и квазистационарной теорий для определения аэродинамических нагрузок.

Показано, что при малых приведенных частотах колебаний простая (с точки зрения трудоемкости вычислений) квазистационарная теория позволяет получить решения с вполне приемлемой точностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроссман Е.П. *Курс вибраций частей самолета.* – М.: Оборонгиз, 1940. – 312 с.
2. Бисплингхофф Р.Л., Эшли Х., Халфмен Р.Л. *Аэроупругость.* – М.: Изд-во иностранной литературы, 1958. – 800 с. (перевод с англ. Bisplinghoff R.L., Ashley H., Halfman R.L. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Cambridge, Mass. 1955).
3. Некрасов А.И. *Теория крыла в нестационарном потоке.* – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947. – 258 с.
4. Фын Я.Ц. *Введение в теорию аэроупругости.* – М.: Физматлит, 1959. – 524 с.

(перевод с англ. Fung Y.C. *An Introduction to the theory of aeroelasticity*. N.-Y. John Wiley & Sons, Inc., 1959).
5. Гаррик И.Э. *Нестационарные характеристики крыла. В кн. «Аэродинамика частей самолета при больших скоростях».* (Перевод с англ.). – М.: Изд-во иностр. лит., 1959. – 702 с.
6. Фершинг Г. *Основы аэроупругости.* – М.: Машиностроение, 1984. – 600 с. (Перевод с нем. Försching H.W. Grund lagen der Aeroelastic. Springer – Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1974).
7. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К., Табачников В.Г. *Крыло в нестационарном потоке газа*. – М.: Изд-во «Наука», Физматлит, 1971. – 768 с.
8. Белоцерковский С.М., Скрипач Б.К. *Аэродинамические производные летательного аппарата и крыла при дозвуковых скоростях*. – М.: Изд-во «Наука», Физматлит, 1975. – 424 с.
9. Шклярчук Ф.Н. *Аэроупругость самолета*. – М.: Изд-во МАИ, 1985. – 77 с.
10. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. *Неустановившиеся колебания деформируемого профиля крыла в несжимаемом потоке* // Известия вузов. Авиационная техника. – 2009. – №2. – С.3-7.
11. Гришанина Т.В., Русских Н.М. *Аэродинамические характеристики деформируемого профиля крыла при квазистационарном обтекании* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т.24. – №3. – С.477-489.
12. Храбров А.Н. *Математическое моделирование влияния схода вихрей на нестационарные аэродинамические характеристики профиля при его произвольном движении* // Ученые записки ЦАГИ. – 2002. – Т.33. – №3-4. – С.3-17.

REFERENCES

1. Grossman E.P. *Kurs vibratsij chastej samoleta [Course of vibrations of aircraft parts]*. Moskva, Oborongiz, 1940, 312 p.
2. Bisplinghoff R.L., Ashley H., Halfman R.L. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Cambridge, Mass., 1955.
3. Nekrasov A.I. *Teoriya kryla v nestatsionarnom potoke [Wing theory in unsteady flow]*. Moskva-Leningrad, Izdatel'stvo AN SSSR, 1947, 258 p.
4. Fung Y.C. *An Introduction to the theory of aeroelasticity*. N.-Y., John Wiley & Sons, Inc., 1959.
5. Garrik I.E. *Nestatsionarnye kharakteristiki kryla. V kn. "Aehrodinamika chastej samoleta pri bol'shikh skorostyakh" [Unsteady wing characteristics. In the book. "Aerodynamics of aircraft parts at high speeds]*. Moskva, Izdatel'stvo inostrannoj literatury, 1959, 702 p.
6. Försching H.W. *Grund lagen der Aeroelastic.* Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1974.
7. Belotserkovskii S.M., Skripach B.K., Tabachnikov V.G. *Krylo v nestatsionarnom potoke gaza [Wing in unsteady gas flow]*. Moskva, Izdatel'stvo Nauka, Fizmatlit, 1971, 768 p.
8. Belotserkovskii S.M., Skripach B.K. *Aehrodinamicheskie proizvodnye letatel'nogo apparata i kryla pri dozvukovykh skorostyakh [Aerodynamic derivatives of the aircraft and wing at subsonic speeds]*. Moskva, Izdatel'stvo Nauka, Fizmatlit, 1975, 424 p.
9. Shklyarchuk F.N. *Aehrouprugost' samoleta [Aeroelasticity of a plane]*. Moskva,

Moskovskij aviatsionnyj institut, 1985, 77 p.
10. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. *Neustanovivshiesya kolebaniya deformiruemogo profilya kryla v neszhimaemom potoke [Unsteady oscillations of the deformable wing profile in an incompressible flow]*. Izvestiya vuzov, Aviatsionnaya tekhnika, 2009, No.2, Pp.3-7.
11. Grishanina T.V., Russkikh N.M. *Aehrodinamicheskie kharakteristiki deformiruemogo profilya kryla pri kvazistatsionarnom obtekanii [Aerodynamic characteristics of the deformable wing profile with quasi-steady flow]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2018, Vol.24, No.3, Pp.477-489.
12. Khrabrov A.N. *Matematicheskoe modelirovanie vliyaniya skhoda vikhrej na nestatsionarnye aehrodinamicheskie kharakteristiki profilya pri ego proizvol'nom dvizhenii [Mathematical modeling of the effect of the vortex gathering on the unsteady aerodynamic characteristics of the profile during its voluntary movement]*. Uchenye zapiski TSAGI, 2002, Vol.33, No.3-4, Pp.3-17.

Поступила в редакцию 13 июня 2019 года.

Сведения об авторах:

Гришанина Татьяна Витальевна – к.ф.-м.н., проф., проф. Кафедры «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий», ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия, e-mail: grishaninatat@list.ru

Русских Наталия Михайловна – асп., асс. Кафедры «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий», ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия, e-mail: pogewe@mail.ru