

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЕМОСТИ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ С УЧЕТОМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ\*

Казарина С.А., Мишустин И.В., Сильченко А.Л.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

### АННОТАЦИЯ

Проведены опыты при одноосном растяжении и сжатии сплавов с памятью формы (СПФ), соответствующие процессам мартенситной неупругости, накопления деформаций прямого превращения, перекрестного упрочнения, релаксации напряжений и ограниченной ползучести. Установлены как количественные, так и качественные различия диаграмм деформирования при растяжении и сжатии. Для их учета в нелинейной модели фазово-структурного деформирования СПФ предполагается зависимость материальных функций от безразмерных параметров вида напряженного и деформированного состояния.

**Ключевые слова:** сплавы с памятью формы; фазовые переходы; структурное превращение; разносопротивляемость; вид напряженного состояния

## MODELING OF SHAPE MEMORY ALLOYS RESISTANCE ASYMMETRY ON A BASIS OF EXPERIMENTAL DATA

Kazarina S.A., Mishustin I.V., Sil'chenko A.L.

*Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

### ABSTRACT

Experiments were carried out with uniaxial tension and compression of shape memory alloys (SMA), corresponding to the processes of martensitic inelasticity, the accumulation of direct transformation strains, cross hardening, stress relaxation and limited creep. Both quantitative and qualitative differences of the deformation diagrams under tension and compression have been established. To take them into account in the nonlinear model of phase-structural deformation of SMA, it is assumed that material functions depend on dimensionless parameters of the stress and strain state type.

**Keywords:** shape memory alloys; phase transformations; structural transformation; resistance asymmetry; stress state type

### ВВЕДЕНИЕ

Сплавы с памятью формы являются типичным примером «разносопротивляющихся» материалов, диаграммы деформирования которых в координатах интенсивность напряжения – интенсивность фазово-структурной

---

\* Работа выполнена в рамках Государственного задания ИПРИМ РАН (№ гос.регистрации темы АААА-А19-119012290118-3) при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант №17-01-00216\_а).

деформации зависят от параметров вида напряженно-деформированного состояния. В работе приведены результаты экспериментальных исследований эффекта разносопротивляемости для образцов из равноатомного никелида титана в процессах мартенситной неупругости, накопления деформаций прямого превращения, ограниченной ползучести и релаксации напряжений. Предложена модель деформирования СПФ, в рамках которой учитывается влияние параметра вида девиатора напряжения на процесс накопления деформации прямого превращения, а также влияние параметров вида девиаторов фазово-структурной деформации и активного напряжения на деформационные проявления процессов раздвойнивания и переориентации мартенсита.

## 1. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Проведены опыты при одноосном растяжении и одноосном сжатии равноатомного никелида титана, соответствующие процессам мартенситной неупругости [1] (рис.1), накопления деформаций прямого превращения [2] (рис.2), перекрестному упрочнению [3], релаксации напряжений и ограниченной ползучести [4] (рис.3-4). Существенной зависимости значений упругих модулей СПФ от значений параметров вида напряженного состояния не обнаружено, так что для СПФ характерна именно разносопротивляемость, а не разномодульность.

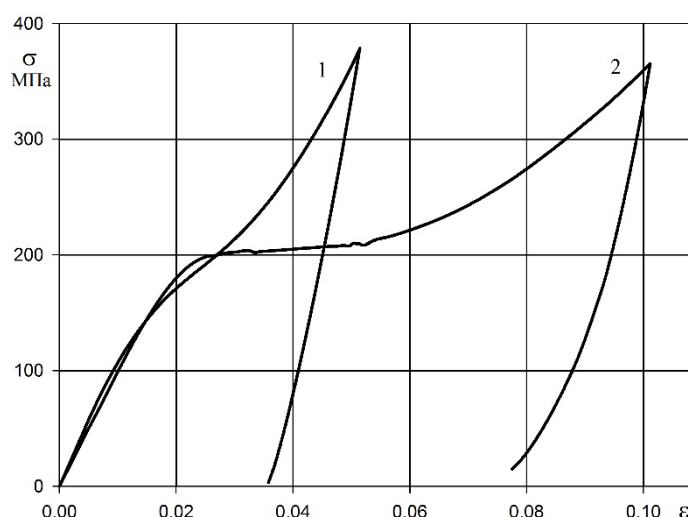


Рис.1. Диаграммы мартенситной неупругости: 1 – сжатие, 2 – растяжение.

Установлено, что деформационные процессы развиваются при одноосном растяжении более интенсивно, чем при сжатии, при тех же значениях интенсивности напряжения. Для некоторых процессов отмечены не только количественные, но и качественные различия в поведении СПФ при растяжении и сжатии, не сводящиеся к подобным преобразованиям соответствующих диаграмм. Так, диаграмма мартенситной неупругости образцов из никелида титана, отожженных при достаточно высокой температуре, имеет аналог площадки текучести и проявления неустойчивости процесса (эффект Портевена-Ле Шателье), а диаграммы сжатия того же материала этих признаков не имеют (рис.1). Диаграммы прямого превращения при растяжении для того же материала имеют точку перегиба, тогда как для случая сжатия эти диаграммы выпуклы в сторону оси деформаций и знака кривизны не меняют (рис.2). В результате получается, что для малых значений интенсивности напряжений  $\sigma_i < 100$  МПа

интенсивность деформации прямого превращения, накопленной при сжатии, превосходит соответствующую величину при растяжении, а для  $\sigma_i > 100$  МПа наоборот.

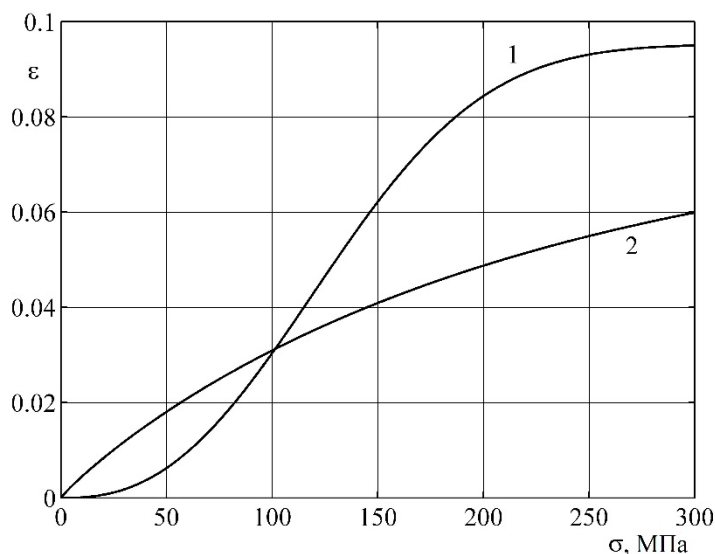


Рис.2. Диаграммы прямого превращения: 1 – растяжение, 2 – сжатие.

Интенсивность и степень релаксации напряжений возрастает с ростом скорости предварительного деформирования, как для случая одноосного растяжения, так и для одноосного сжатия (кривые 1-4 на рис.3 соответствует скоростям  $\dot{\epsilon} = 1.4 \cdot 10^{-3}$ ,  $1.4 \cdot 10^{-4}$ ,  $1.4 \cdot 10^{-5}$ ,  $2.1 \cdot 10^{-6}$  и  $\sigma_0 = 135$  МПа). В то же время зависимость степени релаксации напряжения от начального значения интенсивности напряжения  $\sigma_0$  является немонотонной с максимумом для значений интенсивности напряжения, зависящих от параметра вида напряженного состояния. Эти значения интенсивности напряжения для случаев растяжения и сжатия коррелируют со значениями модуля напряжения, соответствующими точкам перегиба на диаграммах мартенситной неупругости.

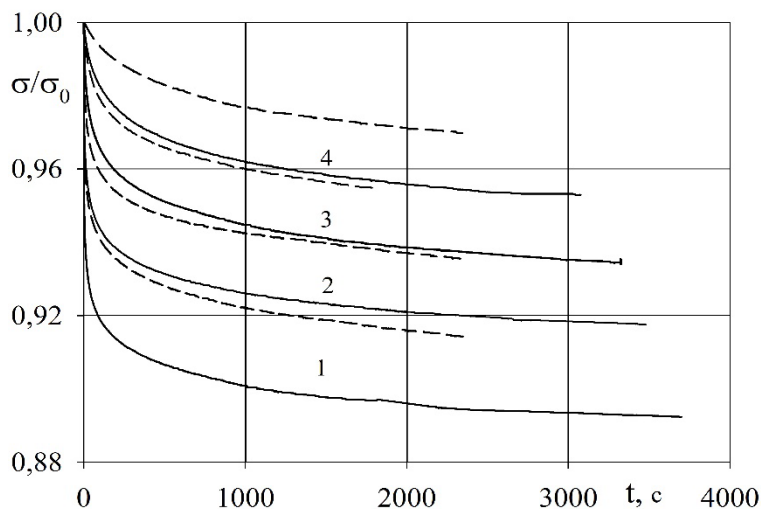


Рис.3. Диаграммы релаксации напряжений для растяжения (сплошные линии) и сжатия (пунктир).

На рис.4 изображены полученные экспериментально диаграммы ограниченной ползучести в образцах из никелида титана, наблюдаемой на каждом этапе мягкого ступенчатого нагружения в режиме мартенситной неупругости при постоянных значениях температуры и напряжения после скачка последнего. Как видно, интенсивность ползучести существенно выше, а время затухания больше в случае одноосного растяжения, чем в случае одноосного сжатия. Таким образом, явление разнсопротивляемости характерно как для склерономных, так и для реономных процессов в СПФ.

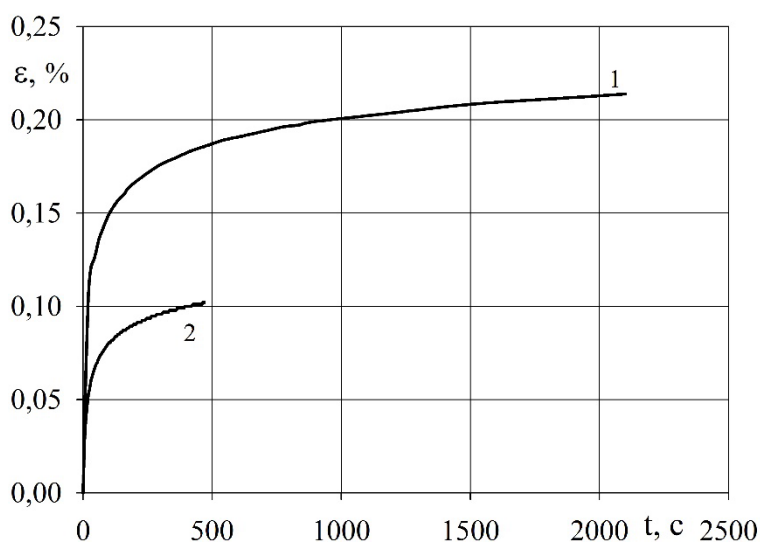


Рис.4. Диаграммы ограниченной ползучести при  $\sigma = 200$  МПа после скачка со значения 150 МПа: 1 – растяжение, 2 – сжатие.

## 2. УЧЕТ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЕМОСТИ В НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ФАЗОВО-СТРУКТУРНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СПФ

Предложенная в [5] нелинейная модель фазово-структурного деформирования СПФ, учитывающая особенности микроструктуры мартенсита, предполагает, что мартенситная часть представительного объема состоит из мартенситных элементов – групп одновременно зародившихся мартенситных образований, осредненная деформация и параметры упрочнения которых в общем случае различаются, но остаются неизменными при фазовых переходах. Прямой переход сопровождается ростом имеющихся мартенситных элементов (всех входящих в него мартенситных образований) и зарождением новых, а обратный фазовый переход – противоположными процессами уменьшения объема и исчезновения мартенситных образований (их полного перехода в аустенит). Осредненная фазово-структурная деформация, отсчитываемая от аустенитного состояния, складывается из постоянной шаровой части, одинаковой для всех мартенситных элементов, и девиатора, меняющегося в ходе структурного превращения. Начальное значение последнего определяется действующим в момент зарождения элемента девиатором напряжения и выражается следующим образом

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{\prime 0} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{ij}^{\prime 0}}{\sigma_i^0} \rho_0(\mu_\sigma^0) \varphi_1(\sigma_i^0, \mu_\sigma^0), \quad \mu_\sigma^0 = \frac{27 \det(\sigma_{ij}^{\prime 0})}{2(\sigma_i^0)^3} \quad \text{при } \sigma_i^0 > 0 \quad (1)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{\prime 0} = 0 \quad \text{при } \sigma_i^0 = 0$$

где  $\sigma_{ij}^{\prime 0}$  и  $\sigma_i^0$  – девиатор и интенсивность тензора напряжения,  $\rho_0$  – предельное значение интенсивности фазово-структурной деформации, получаемой элементом при зарождении,  $\varphi_1$  – монотонно возрастающая от 0 до 1 материальная функция интенсивности напряжения. Разносопротивляемость материала проявляется во влиянии на значение  $\rho_0$  и вид функции  $\varphi_1$  безразмерного параметра вида напряженного состояния  $\mu_\sigma$ . Если прямой переход происходит под действием постоянного напряжения  $\sigma_{ij}$ , то все мартенситные элементы имеют одинаковые упрочнение и деформацию, а интенсивность фазово-структурной деформации представительного объема по завершению перехода равна  $\varepsilon_i = \rho_0(\mu_\sigma) \varphi_1(\sigma_i, \mu_\sigma)$  при  $\sigma_i > 0$ . Это позволяет идентифицировать  $\rho_0$  и  $\varphi_1$  по экспериментальным кривым.

Изменение фазово-структурной деформации мартенситного элемента в ходе структурного превращения описывается по аналогии с теорией пластического течения [5,6]

$$\begin{aligned} d\bar{\varepsilon}_{ij} &= d\lambda S_{ij} \quad \text{при } \varphi_2(S_i) = e_{\max}, \quad S_{ij} d\sigma_{ij} > 0 \\ e &= \bar{\varepsilon}_i / \rho(\mu_\varepsilon, \sigma_i^0, \mu_\sigma^0) \quad \text{при } \bar{\varepsilon}_i > 0; \quad e = 0 \quad \text{при } \bar{\varepsilon}_i = 0 \\ dr_{ij} &= g(\sigma_i, \mu_s) d\bar{\varepsilon}_{ij}, \quad \sigma_{ij}' = S_{ij} + r_{ij} \\ \mu_\varepsilon &= 4 \det(\bar{\varepsilon}_{ij}') / \bar{\varepsilon}_i^3, \quad \mu_s = 27 \det(S_{ij}') / (2S_i^3) \end{aligned} \quad (2)$$

где  $S_{ij}$  – активное напряжение,  $r_{ij}$  – остаточное микронапряжение. Материальная функция  $\varphi_2$  монотонно возрастает от 0 до 1 с ростом интенсивности активного напряжения и описывает изотропное упрочнение с параметром, равным максимальному значению величины  $e$  за время от зарождения мартенситного элемента до текущего момента. Эта величина равна отношению интенсивности текущей фазово-структурной деформации к ее максимальному значению  $\rho$  для текущего вида деформированного состояния, которое зависит от девиатора напряжения при зарождении элемента  $\sigma_{ij}^{\prime 0}$  через его инвариантные характеристики  $\sigma_i^0$  и  $\mu_\sigma^0$  (при  $\sigma_i^0 > 0$ ) или согласно (1) от аналогичных характеристик девиатора  $\bar{\varepsilon}_{ij}^{\prime 0}$ . Описывающая трансляционное упрочнение знакоположительная материальная функция  $g$  зависит от интенсивности напряжения и меняется вместе с видом активного напряженного состояния. Разносопротивляемость материала учитывается через параметры вида деформированного состояния  $\mu_\varepsilon$  и активного напряженного состояния  $\mu_s$ . Последний из них в силу соотношений (2) равен аналогичным параметрам, вычисленным по тензорам  $d\bar{\varepsilon}_{ij}'$  и  $dr_{ij}'$ .

Структурное превращение осуществляется, если выполняются два условия активного нагружения, приведенные в первой формуле (2). При этом упрочнение может быть либо чисто трансляционным, либо комбинированным с изотропным

в случае выполнения дополнительных условий  $e = e_{\max}$  и  $de > 0$ . В случае пропорционального нагружения и выполнения условий изотропного упрочнения  $\mu_\varepsilon = \mu_s = \mu_\sigma$ , а интенсивность фазово-структурной деформации выражается через интенсивность активного напряжения, зависимость которой от интенсивности полного напряжения является решением дифференциального уравнения

$$\bar{\varepsilon}_i = \rho(\mu_\sigma, \sigma_i^0, \mu_\sigma^0) \varphi_2(S_i)$$

$$\frac{dS_i}{d\sigma_i} = \left[ 1 + \frac{3}{2} \rho(\mu_\sigma, \sigma_i^0, \mu_\sigma^0) g(\sigma_i, \mu_\sigma) \varphi_2'(S_i) \right]^{-1} \quad (3)$$

В частности, эти формулы с параметром  $\rho(\mu_\sigma, 0)$  описывают кривую мартенситной неупругости при монотонном пропорциональном нагружении изначально хаотического мартенсита. Форма такой кривой определяется двумя материальными функциями  $\varphi_2$  и  $g$ , причем пологий участок, имеющийся у зависимости  $\varphi_2(S_i)$ , сглаживается в большей или меньшей степени за счет функции  $g$ , меняющейся вместе с  $\mu_\sigma$ . Эту функцию можно идентифицировать по участку кривой мартенситной неупругости в случае немонотонного пропорционального нагружения, отвечающему чисто трансляционному упрочнению (с него начинается неупругое деформирование после реверса нагрузки), на котором [5]

$$d\varepsilon = \frac{2d\sigma}{3g(|\sigma|, \mu_\sigma)}, \quad \bar{\varepsilon}_{ij}' = \frac{3}{2} \varepsilon \sigma_{ij}^*, \quad \sigma_{ij}' = \sigma \sigma_{ij}^*, \quad \frac{3}{2} \sigma_{ij}^* \sigma_{ij}^* = 1$$

Неупругие участки кривых перекрестного упрочнения при сохранении вида напряженного состояния также описываются формулами (3). Для формулировки начальных условий необходимо определить параметры поверхности нагружения при зарождении мартенситного элемента – значение величины  $e$  и тензора  $r_{ij}$

$$e_0 = \frac{\rho_0(\mu_\sigma^0) \varphi_1(\sigma_i^0, \mu_\sigma^0)}{\rho(\mu_\sigma^0, \sigma_i^0, \mu_\sigma^0)}, \quad r_{ij}^0 = \frac{\sigma_{ij}^{\prime 0}}{\sigma_i^0} r_0, \quad r_0 = \varphi_r(\sigma_i^0, \mu_\sigma^0) \quad \text{при } \sigma_i^0 > 0$$

$$e_0 = r_0 = 0 \quad \text{при } \sigma_i^0 = 0$$

Неравенство  $\varphi_2^{-1}(e_0) + r_0 > \sigma_i^0$  гарантирует эффект перекрестного упрочнения, при равенстве его нет. Значения максимальной интенсивности фазово-структурной деформации  $\rho(\mu_\sigma, \sigma_i^0, \mu_\sigma^0)$  и функцию  $\varphi_r(\sigma_i^0, \mu_\sigma^0)$  можно задать на основе экспериментальных кривых перекрестного упрочнения. Эти кривые могут также свидетельствовать о зависимости функции  $g$  от девиатора напряжения при зарождении элемента или от  $\sigma_i^0$  и  $\mu_\sigma^0$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально установлено, что как склерономные (мартенситная неупругость, накопление деформации прямого превращения), так и реономные (ограниченная ползучесть, релаксация напряжений) свойства никелида титана существенно зависят от параметров вида напряженно-деформированного состояния. Предложена система определяющих соотношений для описания свойства разносопротивляемости СПФ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Казарина С.А., Мовчан А.А., Сильченко А.Л. *Диаграммы мартенситной неупругости никелида титана при растяжении, сжатии и сжатии после растяжения* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т.21. – №1. – С.83-93.
2. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Выбор аппроксимаций диаграммы прямого превращения никелида титана при растяжении и сжатии* // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2018. – Т.23. – №123-1. – С.459-463.
3. Казарина С.А., Мовчан А.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальное исследование взаимодействия фазовых и структурных деформаций в сплавах с памятью формы* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2016. – Т.22. – №1. – С.85-98.
4. Казарина С.А., Мовчан А.А., Сильченко А.Л. *Влияние вида напряженного состояния на процесс релаксации напряжений в никелиде титана* // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – №10. – С.10-16.
5. Мишустин И.В. *Модель деформирования сплава с памятью формы с учетом разносопротивляемости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2017. – Т.23. – №4. – С.484-498.
6. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы* // Изв. РАН. МТТ. – 2015. – №2. – С.78-95.

## REFERENCES

1. Kazarina S.A., Movchan A.A., Sil'chenko A.L. *Diagrammy martensitnoj neuprugosti nikelida titana pri rastyazhenii, szhatii i szhatii posle rastyazheniya [Nitinol's martensite inelasticity diagramm for tension, compression and tension after compression]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktсии, 2015, Vol.21, No.1, Pp.83-93.
2. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Vybor approksimatsij diagrammy pryamogo prevrashheniya nikelida titana pri rastyazhenii i szhatii [Choice of approximations of direct transformation diagrams of titanium nickelide under tension and compression]*. Tambov University Reports. Series Natural and Technical Sciences, 2018, Vol.23, No.123-1, Pp.459-463.
3. Kazarina S.A., Movchan A.A., Sil'chenko A.L. *Ehksperimental'noe issledovanie vzaimodejstviya fazovykh i strukturnykh deformatsij v splavakh s pamyat'yu formy [Experimental investigation of the interaction between phase and structure deformations in shape memory alloys]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktсии, 2016, Vol.22, No.1, Pp.85-98.
4. Kazarina S.A., Movchan A.A., Sil'chenko A.L. *Vliyaniye vida napryazhennogo sostoyaniya na protsess relaksatsii napryazheniy v nikelide titana [Effect of the Type of State of Stress on the Stress Relaxation in Titanium Nickelide]*. Russian Metallurgy (Metally), 2018, No.4, Pp.328-333.
5. Mishustin I.V. *Model' deformirovaniya splava s pamyat'yu formy s uchetom raznosoprotivlyaemosti [Model of shape memory alloy deformation with resistance asymmetry]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktсии, 2017, Vol.23, No.4, Pp.484-498.

6. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Analog of the plastic flow theory for describing martensitic inelastic strains in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2015, Vol.50, No.2, Pp.176-190.

*Поступила в редакцию 02 сентября 2019 года.*

---

Сведения об авторах:

Казарина Светлана Александровна – к.т.н., с.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: [svetlans@mail.ru](mailto:svetlans@mail.ru)

Мишустин Илья Владимирович – к.ф.-м.н., с.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: [lewis@nextmail.ru](mailto:lewis@nextmail.ru)

Сильченко Алексей Леонидович – н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: [alexxx649@mail.ru](mailto:alexxx649@mail.ru)