

УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЯВЛЕНИЯ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ, ВЫЗВАННОЙ ФАЗОВЫМИ И СТРУКТУРНЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ В СПЛАВАХ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ*

Мовчан А.А., Думанский С.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л.

ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Статья содержит обзор публикаций, посвященных анализу устойчивости модельных объектов, стержней, пластин и оболочек из сплавов с памятью формы (СПФ), нагружаемых в режимах мартенситной неупругости или сверхупругости. Особое внимание уделяется явлению потери устойчивости, вызванной мартенситными фазовыми и (или) структурными превращениями в этих материалах. Получены экспериментальные данные, свидетельствующие о том, что критические нагрузки потери устойчивости такого типа могут быть многократно ниже Эйлеровых критических нагрузок упругой потери устойчивости, соответствующих минимальным (мартенситным) значениям упругих модулей. Обсуждаются различные концепции (фиксированного или варьируемого фазового состава, фиксируемой или варьируемой нагрузки, фиксированной или варьируемой температуры, адиабатического или изотермического выпучивания) в рамках которых эти эффекты могут быть описаны. Сформулированы несвязанная, однократно связанная и дважды связанная постановка соответствующих задач устойчивости. Получены аналитические решения краевых задач о потере устойчивости, вызванной фазовыми и (или) структурными превращениями для стойки Шенли на стержнях из СПФ, работающего на растяжение - сжатие и изгиб стержня, пластин и цилиндрических оболочек из СПФ. Показано, что наименьшие значения критических параметров получаются при решении задач в однократно связанной постановке в рамках концепции варьируемой нагрузки и предположения об изотермическом характере выпучивания (концепция фиксированной температуры). Установлено, что для потери устойчивости пластин из СПФ, вызванной прямым фазовым превращением под действием двухстороннего двухпараметрического сжатия не справедливо положение о выпуклости области устойчивости на плоскости нагрузок.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; потеря устойчивости; обзор; эксперимент; несвязанная, однократно связанная, дважды связанная краевые задачи; стойка Шенли; стержни; пластины; оболочки

EXPERIMENTAL DATA AND RESULTS OF SIMULATION THE PHENOMENA OF BUCKLING CAUSED BY PHASE AND STRUCTURAL TRANSFORMATIONS IN SHAPE MEMORY ALLOYS

Movchan A.A., Kazarina S.A., Dumanskii S.A., Silchenko A.L.

Institute of Applied mechanics of RAS, Moscow, Russia

* Работа выполнена в рамках государственного задания ИПРИМ РАН (номер гос. регистрации темы АААА-А19-119012290118-3) при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ №17-01-00216.

ABSTRACT

The article contains a review of publications devoted to the analysis of stability of model objects, rods, plates and shells made of shape memory alloys (SMA) loaded in the modes of martensitic inelasticity or superelasticity. Particular attention is paid to the phenomenon of buckling caused by martensitic phase and (or) structural transformations in these materials. Experimental data are presented to show that the critical buckling loads of this type can be many times lower than the Euler critical loads of elastic buckling corresponding to the minimum (martensitic) values of elastic modules. Various concepts are discussed (fixed or variable phase composition, fixed or variable load, fixed or variable temperature, adiabatic or isothermal buckling) within which these effects can be described. Formulated uncoupled, once coupled and double-coupled formulation of appropriate stability problems. Analytical solutions of boundary value problems of buckling caused by phase and (or) structural transformations for Schenley column on SMA rods, operating on tension - compression and bending of SMA rod, plates and cylindrical shells are obtained. It is shown that the lowest values of the critical parameters are obtained in solving problems in a once-coupled formulation within the framework of the concept of variable load and the assumption of the isothermal nature of buckling (the concept of a fixed temperature). It is established that for the loss of stability of plates from SMA caused by direct phase transformation under the action of bilateral two-parameter compression, the proposition of the convexity of the stability region on the plane of loads is not valid.

Keywords: shape memory alloys; buckling; review; experiment; uncoupled, once coupled double-coupled formulation; boundary value problems; Schenley column; rods; plates; shells

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментально установлено, что прямые и обратные мартенситные фазовые превращения [1], а также структурные переходы [2], происходящие под действием сжимающих напряжений в элементах из сплавов с памятью формы, могут вызывать потерю устойчивости длинномерных и тонкостенных элементов из этих материалов. Установлено, что критические нагрузки для потери устойчивости такого типа могут быть в разы ниже, чем значения аналогичных величин для Эйлеровой упругой потери устойчивости, вычисленных в предположении о минимальных (мартенситных) значениях упругих модулей этих материалов.

В работе изложены экспериментальные данные по потере устойчивости образцов из никелида титана, вызванной прямыми или обратными фазовыми и структурными превращениями. Обсуждаются концепции «Фиксированного фазового состава» и «Дополнительного фазового перехода», «Фиксированного структурного состояния» и «Дополнительного структурного перехода», «Фиксированной нагрузки» и «Варьируемой нагрузки», «Фиксированной температуры» и «Варьируемой температуры. Сама постановка задачи устойчивости для СПФ может быть несвязанной (не учитывающей влияние действующих напряжений и деформаций на процессы фазовых переходов), однократно связанной (учитывающей влияние напряжений и деформаций на процесс фазового перехода, но не учитывающей обратное влияние фазовых и структурных превращений на температурный режим) и дважды связанной (учитывающей оба перечисленных фактора). В некоторых задачах возникает проблема учета влияния разносопротивляемости СПФ на результат анализа потери устойчивости.

В рамках различных концепций и постановок получены аналитические решения задач устойчивости для стойки Шенли на работающей на растяжение

и сжатие стержней из СПФ и для работающих на изгиб стержней из СПФ. Кратко описаны некоторые результаты анализа устойчивости для пластин и цилиндрических оболочек из СПФ.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ПО ПОТЕРЕ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕЙ ИЗ СПФ, ВЫЗВАННОЙ ФАЗОВЫМИ И СТРУКТУРНЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ

Были проведены испытания по потере устойчивости стержней из никелида титана прямоугольного поперечного сечения, материал которых претерпевал прямые или обратные термоупругие мартенситные фазовые превращения под действием фиксированной по величине и направлению сжимающей нагрузки [1]. Установлено, что при определенных величинах нагрузки, больших некоторого критического значения, образцы не теряли устойчивость при их изотермическом нагружении ни в высоко температурном высоко модульном аустенитном, ни в низко температурном, низко модульном мартенситном фазовом состоянии, однако теряют устойчивость под действием той же нагрузки, как при охлаждении и прямом превращении из аустенитного состояния в мартенситное, так и при нагреве и обратном превращении. При этом, как при прямом, так и при обратном превращениях потеря устойчивости происходила не в мартенситном фазовом состоянии, при котором модуль Юнга СПФ, а значит и Эйлера критическая сила упругой потери устойчивости имеют минимальные значения, а в некоторой промежуточной точке фазового перехода, близкой к его середине. Само значение критической нагрузки для достаточно коротких стержней могло быть в 3-4 раза меньше, чем упомянутая выше Эйлера критическая сила упругой потери устойчивости, определенная для минимального значения модуля Юнга СПФ.

Аналогичные экспериментальные результаты получены для стержней из никелида титана круглого поперечного сечения, нагруженных в мягком режиме, изотермических условиях и мартенситном фазовом состоянии монотонно возрастающей сжимающей нагрузкой [2]. В данном случае нагружение в режиме мартенситной неупругости вызывало структурный переход (раздвоение и переориентацию мартенсита). Полученные экспериментально критические значения нагрузок получились в 3-4 раза ниже, чем найденные для упругой потери устойчивости при минимальных значениях модуля Юнга.

Такие же результаты получены при экспериментальном исследовании цилиндрических образцов с круглым поперечным сечением, которые теряли устойчивость при охлаждении и соответствующем прямом превращении под действием постоянной сжимающей нагрузки.

2. РАЗЛИЧНЫЕ КОНЦЕПЦИИ И ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ О ПОТЕРЕ УСТОЙЧИВОСТИ, ВЫЗВАННОЙ ФАЗОВЫМИ И СТРУКТУРНЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ В СПФ

Считается, что тривиальный процесс, устойчивость которого анализируется, происходит значительно медленнее, чем связанный с потерей устойчивости переход в смежную форму квазистатического равновесия. Выпучивание происходит достаточно быстро, чтобы можно было пренебречь теплообменом с окружающей средой и считать этот процесс адиабатическим, однако не настолько быстрым, чтобы нельзя было пренебречь динамическими

(инерционными) эффектами. Задачи устойчивости рассматриваются в линеаризованной квазистатической постановке. В качестве параметра, критическое значение которого определяется, удобнее рассматривать не нагрузку при заданной геометрии тела, а характерный линейный размер (длину для стержня) при заданном значении нагрузки.

Рассмотрение проводилось в рамках различных вариантов модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [3-6]. В случае использования модели, не учитывающей влияние напряжений и деформаций на процесс фазового перехода, а также обратного влияния процесса деформирования на температурный режим, получается несвязанная постановка задачи устойчивости. В рамках этой постановки при быстром переходе в смежную форму квазистатического равновесия дополнительного фазового перехода не происходит, т.е. речь идет о концепции фиксированного фазового состава. С учетом обнаруженных экспериментально различий в диаграммах деформирования при фазовых и структурных превращениях [5,7] дополнительного структурного превращения при выпучивании в процессе прямого превращения также произойти не может (концепция фиксированного структурного состояния). Установлено, что в рамках таких предположений получаются результаты, совпадающие с данными упругих решений задач устойчивости с мартенситными значениями модулей, т.е. эффект потери устойчивости, вызванной фазовыми и структурными превращениями не описывается.

В случае однократно связанной постановки используется модель поведения СПФ, учитывающая влияние напряжений и деформаций на процесс фазового перехода. При переходе в смежную форму квазистатического равновесия происходит изменение напряженного состояния, вызывающего дополнительный фазовый переход (концепция дополнительного фазового перехода). Если анализ проводится в рамках концепции фиксированной нагрузки (возмущения внешней нагрузки не учитываются), то сечение делится на две части, в одной из которых происходит догрузка, а в другой – разгрузка. Граница между этими частями заранее не известна и определяется в процессе решения с учетом дополнительного условия равенства нулю вариации нагрузки. Если решается задача о потере устойчивости, вызванной прямым фазовым превращением, то в зоне догрузки происходит дополнительный фазовый переход, а в зоне разгрузки наблюдается упругое поведение. Дополнительного структурного превращения в зоне догрузки не будет из-за различий диаграмм прямого превращения и мартенситной неупругости. В задачах о потере устойчивости, вызванной обратным фазовым превращением, в зоне разгрузки происходит дополнительное обратное фазовое превращение. Ситуация в зоне догрузки зависит от процесса предварительного перевода СПФ в деформированное мартенситное фазовое состояние и последующего нагружения заданной сжимающей нагрузкой. Если точка, описывающая напряженное состояние после этого предварительного процесса, находится на поверхности нагружения для структурного превращения, то в зоне догрузки будет происходить дополнительное структурное превращение, в противоположном случае – упругое деформирование.

Для случая учета малых возмущений нагрузки (концепция варьируемой нагрузки) установлено, что критические значения параметров зависят от величины и направления возмущений нагрузки, поскольку при малых

возмущениях внешних нагрузок положение границы между зоной догрузки и зоной разгрузки изменяется на конечную величину. Таким образом, для СПФ теряется важное свойство задач упругой устойчивости – независимость результата от параметров малых возмущений. Для ликвидации этого недостатка предлагается считать критическим значением характерного линейного размера в рамках концепции варьируемой нагрузки нижнюю грань множества значений этого размера, соответствующих множеству всех различных малых возмущений при условии, что характерные значения возмущений нагрузки и геометрии тела являются бесконечно – малыми одного порядка. Установлено, что в случае стержня из СПФ критическое значение характерной длины является линейной функцией отношения возмущения нагрузки и характерного параметра возмущения геометрии. Показано, что искомая нижняя грань существует и достигается в случае, когда все сечение находится либо в зоне догрузки, либо в зоне разгрузки. Это положение существенно облегчает процесс поиска критической длины. Из самого определения понятия критической длины следует, что при прочих равных условиях, критическая длина, найденная в рамках концепции варьируемой нагрузки меньше или равна той же величине, найденной в рамках концепции фиксированной нагрузки.

В случае дважды связанной постановки [8], решение задач устойчивости проводится в рамках модели поведения СПФ, учитывающей, как влияние напряжений и деформаций на процесс фазового перехода, так и обратное влияние фазового перехода на температурный режим материала. При этом должно учитываться, как выделение латентного тепла фазового перехода при прямом или поглощение латентного тепла при обратном фазовом превращении, так и диссипативные явления. В общем случае такая дважды связанная постановка задачи устойчивости не может быть реализована в рамках концепции фиксированной температуры. Однако вариация температуры не является независимой. Она определяется исходя из уравнения энергетического баланса СПФ [9], полученного как следствие первого и второго законов термодинамики. Для вычисления вариации температуры предлагается приближенный подход, сводящийся к заданию той доли $\lambda \in [0,1]$ выделившегося (или поглощенного) латентного тепла фазового перехода и диссипативного тепла, которая в процессе выпучивания успевает рассеяться в окружающую среду или поглотиться из окружающей среды. В частном случае $\lambda = 1$ речь идет об изотермическом, а при $\lambda = 0$ – об адиабатическом выпучивании. Показано, что с ростом λ значения критических нагрузок уменьшаются.

При решении задач устойчивости элементов из СПФ учитывается существенное влияние на процессы деформирования этих материалов параметров вида напряженно – деформированного состояния. Так, для описания деформаций структурного перехода используется аналог теории пластического течения для СПФ [6], модифицированный в [10] для учета влияния «разносопротивляемости» СПФ. В случае одномерных задач, используются диаграммы прямого превращения и мартенситной неупругости, полученные экспериментально [11] для одноосного сжатия. С учетом «разносопротивляемости» СПФ исследовано влияние знака начальной деформации на критические нагрузки потери устойчивости, вызванной обратным превращением из мартенситного деформированного состояния. Установлено, что в случае растягивающих начальных деформаций критические нагрузки имеют большие значения, чем при сжимающих начальных деформациях той же интенсивности.

3. ОБЗОР РЕШЕННЫХ ЗАДАЧ

В рамках сформулированных концепций и постановок получены аналитические решения задач о потере устойчивости стойки Шенли на стержнях из СПФ, работающих на растяжение – сжатие, в материале которых происходит прямое [8] или обратное [12] фазовое превращение под действием постоянной сжимающей нагрузки. Решена также задача устойчивости для стойки Шенли, находящейся в заневоленном состоянии, при обратном фазовом превращении в стержнях, которым предварительно была задана начальная фазово-структурная деформация [13]. Задачи о потере устойчивости при обратном превращении в стесненном состоянии для ленты и арки-полоски из никелида титана решены в [14,15].

В работах [16-24] приведены экспериментальные данные и результаты численного моделирования явления потери устойчивости в стержнях из СПФ при их активном изотермическом нагружении в режимах мартенситной неупругости или сверхупругости.

Аналитически решены задачи о потере устойчивости работающего на растяжение – сжатие и изгиб шарнирно заделанного стержня прямоугольного поперечного сечения из СПФ, материал которого претерпевает прямое [25] или обратное [26] мартенситное превращение под действием постоянных сжимающих напряжений. Для последней задачи исследовано влияние на критические значения параметров истории задания стержню предварительной деформации и величины этой деформации. В [27] потеря устойчивости стержня из СПФ, вызванная прямым мартенситным превращением, исследовалась численно методом конечных элементов.

Получено аналитическое решение задачи о потере устойчивости стержня из СПФ круглого поперечного сечения, вызванного прямым термоупругим мартенситным превращением под действием постоянной сжимающей нагрузки. Путем сравнения решения с экспериментальными данными установлено, что наилучшее соответствие получается в рамках концепции варьируемой нагрузки, причем для случая стержней небольшого диаметра к экспериментальным данным ближе решения, найденные в предположении об изотермическом характере выпучивания, а для стержней большого диаметра – решения, соответствующие адиабатическому характеру выпучивания.

Решены задачи устойчивости для стержней из СПФ прямоугольного и круглого поперечного сечения, нагруженных в режиме мартенситной неупругости [2]. Полученные результаты неплохо соответствуют экспериментальным данным. Установлено существование характерной достаточно малой длины такого стержня, при переходе через значение которой критическая величина нагрузки скачком меняется на достаточно большую величину. Этот факт соответствует известным экспериментальным данным, согласно которым критическая нагрузка для достаточно коротких стержней из СПФ может быть аномально высокой [28,29].

В работах [30-33] экспериментально и теоретически исследовалась потеря устойчивости круглых, а в [34] кольцевой пластины из СПФ. В [35,36] получены аналитические решения задачи об устойчивости прямоугольной пластины из СПФ, материал которой испытывает прямое или обратное фазовые превращения при двухстороннем сжатии. Показано, что для этой задачи в противоречии с теоремой Папковича, область устойчивости на плоскости нагрузок может быть не выпуклой.

В работах [37-44] экспериментально и теоретически исследовались эффекты потери устойчивости для цилиндрических оболочек из СПФ. В [44] установлено, что в случае потери устойчивости, вызванной прямым мартенситным фазовым превращением, происходящим под действием осевой сжимающей силы, внешнего давления или крутящего момента, значения критических нагрузок могут быть многократно ниже, чем получающиеся при решении соответствующей упругой задачи для мартенситных значений упругих модулей. Устойчивость сферических оболочек из СПФ исследовалась в [45].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально установлено, что термоупругие фазовые и структурные превращения могут вызвать потерю устойчивости в элементах из сплавов с памятью формы. Сформулированы различные концепции и постановки, в рамках которых этот эффект может быть качественно и количественно правильно описан. Показано, что дважды связанная постановка задачи устойчивости соответствует концепции варьируемой температуры. Установлено, что наименьшие значения критических длин получаются при анализе в рамках концепции варьируемой нагрузки при однократно связанной постановке задачи в рамках предположения об изотермическом характере выпучивания. Переход к дважды связанной постановке (в предположении об адиабатическом выпучивании) или (и) к концепции фиксированной нагрузки приводит к повышению критических значений. Наибольшие значения критических нагрузок получаются в рамках концепции фиксированного фазового состава и фиксированного структурного состояния. Эти решения соответствуют упругим при мартенситных значениях модуля Юнга и могут в разы превосходить значения, получаемые в экспериментах. Экспериментальные данные лучше всего соответствуют решениям, полученным в рамках концепции варьируемой нагрузки и предположения об изотермическом характере выпучивания для тонкостенных сечений или предположения об адиабатическом характере выпучивания для толстостенных сечений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мовчан А.А., Казарина С.А. *Экспериментальное исследование явления потери устойчивости, вызванной термоупругими фазовыми превращениями под действием сжимающих напряжений* // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2002. – №6. – С.82-89.
2. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Казарина С.А., Жаворонок С.И., Сильченко Т.Л. *Устойчивость стержней из никелида титана, нагружаемых в режиме мартенситной неупругости* // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2012. – №3. – С.72-80.
3. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. *Влияние структурного превращения и нелинейности процесса деформирования на устойчивость стержня из сплава с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2010. – №6. – С.137-147.
4. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. *Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2011. – №2. – С.44-56.

5. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2014. – №1. – С.37-53.
6. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2015. – №2. – С.78-95.
7. Movchan A.A., Sil'chenko A.L., Kazarina S.A. *Experimental Study and Theoretical Simulation of the Cross Hardening Effect in Shape Memory Alloys* // Russian Metallurgy (Metally). – 2017. – Vol.2017. – No.10. – Pp.779-784.
8. Movchan A.A., Dumanskii S.A., Kazarina S.A. *Connected and Doubly Connected Buckling Problems for Shape Memory Alloys* // Russian Metallurgy (Metally). – 2018. – Vol.2018. – No.4. – Pp.322-327.
9. Мовчан А.А., Казарина С.А. *Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач* // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т.15. – №1. – С.105-116.
10. Mishustin I.V. *Nanostructural Model of Shape Memory Alloy with Resistance Asymmetry Behavior* // Nanoscience and Technology: An Int. J. – 2018. – Vol.9. – Iss.2. – Pp.165-181.
11. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях* // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – №12. – С.2-11.
12. Думанский С.А., Мовчан А.А. *Дважды связанная постановка задачи о потере устойчивости вызванной обратным термоупругим фазовым превращением в сплаве с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2017. – №5. – С.37-48.
13. Movchan A.A., Dumanskii S.A. *Double-Coupled Problem of Buckling of the Shanley Column on Shape Memory Alloy Rods during the Reverse Martensite Transformation in a Constrained State* // Russian Metallurgy (Metally). – 2018. – Vol.2018. – No.10. – Pp.916-922.
14. Малыгин Г.А. *Эйлерова неустойчивость двунаправленного эффекта памяти формы в ленте из никелида титана* // Физика твердого тела. – 2003. – Т.45. – Вып.12. – С.2233-2237.
15. Малыгин Г.А., Хусаинов М.А. *Анализ устойчивости механического поведения арки-полоски из никелида титана в условиях стесненного эффекта памяти формы* // Журнал технической физики. – 2004. – Т.74. – Вып.10. – С.57-63.
16. Rahman M.A., Qiu J., Tani J. *Bucling and Postbucling Characteristics of the Superelastic SMA Columns* // Int. J. of Solids and Structure. – 2001. – Vol.38. – Pp.9253-9265.
17. Rahman M.A., Qui J., Tani J. *Bucling and Postbucling Characteristics of the Superelastic SMA Columns - Numerical Simulation* // J. of Intelligent Material Systems and Structures. – 2005. – Vol.16. – Pp.691-702.
18. Rahman M.A., Tani J. *Postbucling Characteristics of the Short Superelastic Shape Memory Alloy Columns - Experiment and Quantitative Analysis* // Int. J. of Applied Mechanics and Engineering. – 2006. – Vol.11. – No.4. – Pp.941-955.
19. Richter F., Kastner O., Eggeler G. *Finite Element Simulation of the Anty-Bucling*

- Effect of a Shape Memory Alloy Bar // J. of Materials Engineering and Performans.* – 2011. – Vol.20. – Pp.719-730.
20. Kunavar J., Kozel F., Puksic A., Videnic T. *Geometry Optimization in Buckling of Shape Memory Alloy Columns due to Constrained Recovery // J. of Intelligent Material Systems and Structures.* – 2012. – Vol.23. – Pp.65-76.
 21. Ocel J., DesRoches R., Leon R.T., Hess W.G. Krumme R., Hayes J.R., Sweeney S. *Steel Beam - Column Connections Using Shape Memory Alloys // Journal of Structural Engineering.* – 2004. – Vol.130. – No.5. – Pp.739-740.
 22. Leon T.R., DesRoches R., Ocel J., Hess G. *Innovative Beam Column Connection Using Shape Memory Alloys / Smart Structure and materials 2001: Smart System for Bridges, Structures, and Highways.* Ed. S.C. Liu. Proc. of SPIE. – 2001. – Vol.4330. – Pp.227-237.
 23. Ryan T. Watkins and John A. Shaw. *Unbuckling of Superelastic Shape Memory Alloy Columns // J. of Intelligent Material Systems and Structures.* – 2018. – Vol.29. – No.7. – Pp.1360-1378.
 24. Watkins R., Shaw J. *Shape Memory Alloy Column Buckling: an Experimental Study / 24th Int. Conf. on Adaptive Structures and Technologies (ICAST).* Proceedings. – 2013. – Pp.270-282.
 25. Мовчан А.А., Думанский С.А. *Решение дважды связанной задачи о потере устойчивости стержня из сплава с памятью формы, вызванной прямым термоупругим фазовым превращением // Прикладная механика и техническая физика.* – 2018. – Т.59. – №4. – С.160-168.
 26. Думанский С.А., Мовчан А.А. *Потеря устойчивости стержня из сплава с памятью формы, вызванная обратным мартенситным превращением // Известия РАН. Механика твердого тела.* – 2019. – №4. – С.94-108.
 27. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of Martensite Phase Transitions in Shape Memory Beams under Bckling and Postbuckling Conditions // IFAC Papers OnLine.* – 2018. – Vol.51. – No.2. – Pp.873-878.
 28. Rahman M.A., Akanda S.R., Hossain M.A. *Effect of Cross Section Geometry on the Response of an SMA Column // J. of Intelligent Material Systems and Structures.* – 2008. – Vol.19. – Pp.243-252.
 29. Urushiyama Y., Lewinnek D. Qiu J., Tani J. *Buckling of Shape Memory Alloy Columns: Buckling of Curved Column and Twinning Deformation Effect // JMSE Int. J. Ser. A. Solid. Mech. Mater. Eng.* – 2003. – Vol.46. – No.1. – Pp.60-67.
 30. Хусаинов М.А. *Исследование эффекта осесимметричного выпучивания круглых пластин // Журнал технической физики.* – 1997. – Т.67. – №6. – С.118-120.
 31. Шкутин Л.И. *Анализ плоских фазовых деформаций стержней и пластин // Прикладная механика и техническая физика.* – 2006. – Т.47. – №2. – С.156-164.
 32. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Устойчивость круглой пластины из сплава с памятью формы при прямом мартенситном превращении // Прикладная математика и механика.* – 2006. – Т.70. – Вып.5. – С.871-883.
 33. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Потеря устойчивости круглой пластины из сплава с памятью формы, вызванная обратным термоупругим мартенситным превращением // Известия РАН. Механика твердого тела.* – 2008. – №1. – С.117-130.
 34. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. *Устойчивость кольцевой пластины из сплава с памятью формы // Прикладная механика и техническая*

физика. – 2011. – Т.52. – №2. – С.144-155.

35. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Аналитическое решение связанной задачи об устойчивости пластины из сплава с памятью формы при прямом термоупругом фазовом превращении* // Прикладная математика и механика. – 2004. – Т.68. – Вып.1. – С.60-72.
36. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Аналитическое решение связанной задачи об устойчивости пластины из сплава с памятью формы при обратном мартенситном превращении* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2004. – №5. – С.164-178.
37. Nemat-Nasser S., Choi J.Y., Isaacs J.B., Lisher D.W. *Experimental Observation of High-Rate Buckling of thin cylindrical shape-memory shells* / SPIE Proceedings. Smart structure and materials. Active materials: Behavior and mechanics, Ed. by Armstrong W.D. – 2005. – Vol.5761. – Pp.347-354.
38. Tang Z., Li D. *Experimental Investigation of Axial Impact Buckling Response of Pseudo-Elastic NiTi Cylindrical Shells* // Int. J. of Impact Engineering. – 2012. – Vol.39. – Pp.28-41.
39. Tang Z., Li D. *Quasi-static Axial Buckling Behavior of TiNi Thin-Walled Cylindrical Shells* // Thin-Walled Structures. – 2012. – Vol.51. – Pp.130-138.
40. Amini M.R., Nemat-Nasser S. *Dynamic Buckling and Recovery of Thin Cylindrical Shells* / SPIE Proceedings. Smart structure and materials. Active materials: Behavior and mechanics, Ed. by Armstrong W.D. – 2005. – Vol.5761. – Pp.450-453.
41. Nemat-Nasser S., Choi J.Y., Isaacs J.B., Lisher D.W. *Quasi-Static and Dynamic Buckling of Thin Cylindrical Shape Memory Alloy Shells* // J. of Applied Mechanics. – 2006. – Vol.73. – No.5. – Pp.825-833.
42. Jiang D., Bechle N., Landis C.M., Kyriakides S. *Buckling and Recovery of NiTi Tubes Under Axial Compression* // Int. J. Solids Struct. – 2016. – Vol.80. – Pp.52-63.
43. Jiang D., Landis C.M., Kyriakides S. *Effects of Tension/Compression Asymmetry on the Buckling and Recovery of NiTi Tube under Axial Compression* // Int. J. Solids Struct. – 2016. – Vol.100-101. – Pp.41-53.
44. Sil'chenko L.G., Movchan A.A., Sil'chenko O.L. *Stability of Cylindrical Shell Made from Shape-Memory Alloy* // Int. Applied Mechanics. – 2014. – Vol.50. – Iss.2. – Pp.171-178.
45. Шкутин Л.И. *Анализ осесимметричных фазовых деформаций в пластинах и оболочках* // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т.48. – №2. – С.163-171.

REFERENCES

1. Movchan A.A., Kazarina S.A. *Eksperimental'noe issledovanie yavleniya poteri ustojchivosti, vyzvannoj termouprugimi fazovymi prevrashheniyami pod dejstviem szhimayushhikh napryazhenij [Experimental investigation of stability loss due to thermoelastic phase transition in shape memory alloys]*. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, 2002, No.6, Pp.82-89.
2. Movchan A.A., Silchenko L.G., Kazarina S.A., Zhavoronok S.I., Silchenko T.L. *Stability of titanium nickelide rods loaded in the mode of martensite inelasticity*. J. of Machinery Manufacture and Reliability, 2012, Vol.41, No.3, Pp.245-251.
3. Movchan A.A., Movchan I.A., Sil'chenko L.G. *Effect of Structural Transformation and Deformation Nonlinearity on the Stability of a Shape Memory Alloy Rod*.

- Mechanics of Solids, 2010, Vol.45, Iss.6, Pp.876-884.
4. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Sil'chenko T.L. *Taking Account of the Martensite Inelasticity in the Reverse Phase Transformation in Shape Memory Alloys*. Mechanics of Solids, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
 5. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Modeling of Phase and Structure Transformations Occurring in Shape Memory Alloys under Nonmonotonically Varying Stresses*. Mechanics of Solids, 2014, Vol.49, No.1, Pp.27-39.
 6. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Analog of the Plastic Flow Theory for Describing Martensitic Inelastic Strains in Shape Memory Alloys*. Mechanics of Solids, 2015, Vol.50, No.2, Pp.176-190.
 7. Movchan A.A., Sil'chenko A.L., Kazarina S.A. *Experimental Study and Theoretical Simulation of the Cross Hardening Effect in Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2017, Vol.2017, No.10, Pp.779-784.
 8. Movchan A.A., Dumanskii S.A., Kazarina S.A. *Connected and Doubly Connected Buckling Problems for Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2018, Vol.2018, No.4. Pp.322-327.
 9. Movchan A.A., Kazarina S.A. *Shape Memory Materials as an Object of Solid State Mechanics: Experimental Study, Constitutive Relations, Solution of Boundary Value Problems*. Physical Mesomechanics, 2012, Vol.15, No.3-4, Pp.214-223.
 10. Mishustin I.V. *Nanostructural Model of Shape Memory Alloy with Resistance Asymmetry Behavior*. Nanoscience and Technology: An Int. J., 2018, Vol.9, Iss.2, Pp.165-181.
 11. Movchan A.A., Kazarina S.A., Silchenko L.G. *Experimental Identification of a Nonlinear Deformation Model for a Shape Memory Alloy during Phase and Structural Transformations*. Russian Metallurgy (Metally), 2018, Vol.2018, No.4, Pp.301-308.
 12. Dumanskii S.A., Movchan A.A. *Two-Way Coupled Statement of the Problem of Loss of Stability due to Inverse Thermoelastic Phase Transition in a Shape Memory Alloy*. Mechanics of Solids, 2017, Vol.52, No.5, Pp.501-510.
 13. Movchan A.A., Dumanskii S.A. *Double-Coupled Problem of Buckling of the Shanley Column on Shape Memory Alloy Rods during the Reverse Martensite Transformation in a Constrained State*. Russian Metallurgy (Metally), 2018, Vol.2018, No.10, Pp.916-922.
 14. Malygin G.A. *Euler Instability of Bidirectional Shape Memory Effect in a Titanium Nickelide Strip*. Physics of the Solids States, 2003, Vol.45, No.12, Pp.2342-2347.
 15. Malygin G.A., Khusainov M.A. *Stability of the Mechanical Behavior of an Arched TiNi Strip under the Conditions of the Constrained Shape Memory Effect*. J. of Technical Physics, 2004, Vol.74, No.10, Pp.1301-1307.
 16. Rahman M.A., Qiu J., Tani J. *Bucling and Postbucling Characteristics of the Superelastic SMA Columns*. Int. J. of Solids and Structure, 2001, Vol.38. Pp.9253-9265.
 17. Rahman M.A., Qui J., Tani J. *Bucling and Postbucling Characteristics of the Superelastic SMA Columns - Numerical Simulation*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2005, Vol.16, Pp.691-702.
 18. Rahman M.A., Tani J. *Postbucling Characteristics of the Short Superelastic Shape Memory Alloy Columns - Experiment and Quantitative Analysis*. Int. J. of Applied Mechanics and Engineering, 2006, Vol.11, No.4, Pp.941-955.
 19. Richter F., Kastner O., Eggeler G. *Finite Element Simulation of the Anty-Bucling Effect of a Shape Memory Alloy Bar*. J. of Materials Engineering and Performans,

- 2011, Vol.20, Pp.719-730.
20. Kunavar J., Kozel F., Puksic A., Videnic T. *Geometry Optimization in Buckling of Shape Memory Alloy Columns due to Constrained Recovery*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2012, Vol.23, Pp.65-76.
 21. Ocel J., DesRoches R., Leon R.T., Hess W.G. Krumme R., Hayes J.R., Sweeney S. *Steel Beam - Column Connections Using Shape Memory Alloys*. J. of Structural Engineering, 2004, Vol.130, No.5, Pp.739-740.
 22. Leon T.R., DesRoches R., Ocel J., Hess G. *Innovative Beam Column Connection Using Shape Memory Alloys*. Smart Structure and materials: Smart System for Bridges, Structures and Highways. Ed. S.C. Liu. Proc. of SPIE, 2001, Vol.4330, Pp.227-237.
 23. Ryan T. Watkins and John A. Shaw. *Unbuckling of Superelastic Shape Memory Alloy Columns*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2018, Vol.29, No.7, Pp.1360-1378.
 24. Watkins R., Shaw J. *Shape Memory Alloy Column Buckling: an Experimental Study* ICAST. 24th Int. Conf. on Adaptive Structures and Technologies, Proceedings, 2013, Pp.270-282.
 25. Movchan A.A., Dumanskii S.A. *Solution of The Double-Coupled Problem of Buckling of a Shape Memory Alloy Rod Due to The Direct Thermoelastic Phase Transformation*. J. of applied mechanics and technical physics, 2018, Vol.59, No.4, Pp.716-723.
 26. Dumanskii S.A. Movchan A.A. *Poterya ustojchivosti sterzhnya iz splava s pamyat'yu formy, vyzvannaya obratnym martensitnym prevrashheniem [Buckling of shape memory alloy rod caused of reverse martensite transformation]*. Izvestiya rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 2019, No.4, Pp.94-108.
 27. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of Martensite Phase Transitions in Shape Memory Beams under Buckling and Postbuckling Conditions*. IFAC Papers OnLine. 2018, Vol.51, No.2, Pp.873-878.
 28. Rahman M.A., Akanda S.R., Hossain M.A. *Effect of Cross Section Geometry on the Response of an SMA Column*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2008, Vol.19, Pp.243-252.
 29. Urushiyama Y., Lewinnek D. Qiu J., Tani J. *Buckling of Shape Memory Alloy Columns: Buckling of Curved Column and Twinning Deformation Effect*. JMSE Int. J., Ser. A, Solid. Mech. Mater. Eng, 2003, Vol.46, No.1, Pp.60-67.
 30. Khusainov M.A. *Issledovanie ehffekta osesimmetrichnogo vypuchivaniya kruglykh plastin [Investigation of the effect of axisymmetric buckling of round plates]*. Zhurnal tekhnicheskoy fiziki, 1997, Vol.67, No.6, Pp.118-120.
 31. Shkutin L.I. *Analysis of plane phase strains of rods and plates*. J. of Applied Mechanics and Technical Physics, 2006, Vol.47, No.2, Pp.282-288.
 32. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. *The Stability of a Circular Plate of Shape Memory Alloy During a Direct Martensite Transformation*. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, Vol.70, Pp.785-795.
 33. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. *Buckling of a Circular Plate Made of a Shape Memory Alloy due to a Reverse Thermoelastic Martensite Transformation*. Mechanics of Solids, 2008, Vol.43, No.1, Pp.100-111.
 34. Movchan A.A., Movchan I.A., Sil'chenko L.G. *Stability of an Annular Plate from Shape Memory Alloy*. J. Applied. Mechanics und Technical. Physics, 2011, Vol.52, No.2, Pp.279-287.
 35. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. *The Stability of a Plate of Shape Memory Alloy in*

- a Direct Thermoelastic Phase Transition*. J. Applied Mathematics and Mechanics, 2004, Vol.68, No.1, Pp.53-63.
36. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. *Analytical Solution of the Coupled Buckling Problem for a Plate from a Shape Memory Alloy Subjected to Inverse Martensite Transformation*. Mechanics of Solids, 2004, Vol.39, No.5, Pp.134-148.
 37. Nemat-Nasser S., Choi J.Y., Isaacs J.B., Lisher D.W. *Experimental Observation of High-Rate Bucling of Thin Cylindrical Shape-Memory Shells*. SPIE Proceedings. Smart structure and materials. Active materials: Behavior and mechanics, Ed. by Armstrong W.D., 2005, Vol.5761, Pp.347-354.
 38. Tang Z., Li D. *Experimental Investigation of Axial Impact Bucling Response of Pseudo-Elastic NiTi Cylindrical Shells*. Int. J. of Impact Engineering, 2012, Vol.39, Pp.28-41.
 39. Tang Z., Li D. *Quasi-Static Axial Buckling Behavior of TiNi Thin-Walled Cylindrical Shells*. Thin-Walled Structures, 2012, Vol.51, Pp.130-138.
 40. Amini M.R., Nemat-Nasser S. *Dynamic Bucling and Recovery of Thin Cylindrical Shells*. SPIE Proceedings. Smart Structure and Materials. Active Materials: Behavior and Mechanics, Ed. by Armstrong W.D., 2005, Vol.5761, Pp.450-453.
 41. Nemat-Nasser S., Choi J.Y., Isaacs J.B., Lisher D.W. *Quasi-Static and Dynamic Bucling of Thin Cylindrical Shape Memory Alloy Shells*. J. of Applied Mechanics, 2006, Vol.73, No.5, Pp.825-833.
 42. Jiang D., Bechle N., Landis C.M., Kyriakides S. *Buckling and Recovery of NiTi Tubes Under Axial Compression*. Int. J. Solids Struct., 2016, Vol.80, Pp.52-63.
 43. Jiang D., Landis C. M. and Kyriakides S. *Effects of Tension/Compression Asymmetry on the Buckling and Recovery of NiTi Tube under Axial Compression*. Int. J. Solids Struct., 2016, Vol.100-101, Pp.41-53.
 44. Sil'chenko L.G., Movchan A.A., Sil'chenko T.L. *Stability of Cylindrical Shell Made from Shape-Memory Alloys*. Int. Applied Mechanics, 2014, Vol.50, Iss.2, Pp.171-178.
 45. Shkutin L.I. *Analysis of Axisymmetric Phase Strains in Plates and Shells*. Applied Mechanics and Technical Physics, 2007, Vol.48, No.2, Pp.285-291.

Поступила в редакцию 19 сентября 2019 года.

Сведения об авторах:

Мовчан Андрей Александрович – д.ф.-м.н., проф., г.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: movchan47@mail.ru

Думанский Станислав Александрович – м.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: stanislavdym@mail.ru

Казарина Светлана Александровна – к.т.н., с.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: svetlans@mail.ru

Сильченко Алексей Леонидович – н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: alexxx649@mail.ru