

УДК 539.42

DOI 10.33113/mkmk.ras.2020.26.01.003_023.01

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЖЕСТКОГО СЕТЧАТОГО УДАРНИКА С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПРЕГРАДОЙ*

Головешкин В.А.¹, Мягков Н.Н.¹, Чернова П.Д.²¹ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия²Московский технологический университет, г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Предложена аналитическая модель высокоскоростного взаимодействия жесткого сетчатого ударника (сетки) с полубесконечной деформируемой преградой, которая моделируется жестко-пластичным телом. Рассматриваем т.н. «нормальный» удар сетки по преграде: полагаем, что в начальный момент и последующие моменты времени полотно сетки параллельно поверхности полупространства преграды, а вектор скорости сетки перпендикулярен поверхности преграды. Исследуется зависимость глубины внедрения сетки от скорости удара V_0 и геометрических параметров сетки, которые в данной задаче характеризуются одним безразмерным параметром γ равным отношению диаметра проволоки к периоду сетки. Рассмотрены два варианта модели: с учетом и без учета фрагментации выбрасываемого материала преграды. Модель воспроизводит наиболее интересный случай, когда апертура сетки сравнима или меньше диаметра проволоки, из которой сплетена сетка. Результаты, полученные на основе предложенной модели, сравниваются с численным решением на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела. Численное моделирование было выполнено с помощью пакета LS-DYNA. Разобран пример внедрения стальной сетки в преграду из сплава алюминия со скоростями удара 1-3 км/сек. Показано, что модель, учитывающая фрагментацию, хорошо согласуется с численным решением для интервала параметров сетки $\gamma_p < \gamma < 1$, где нижняя граница уменьшается с увеличением скорости удара: $\gamma_p = 0.49, 0.29, 0.2$ для $V_0 = 1, 2, 3$ км/с, соответственно.

Ключевые слова: аналитическая модель; высокоскоростной удар; сетчатый ударник; деформируемая преграда; глубина проникания; фрагментация

MODEL OF INTERACTION OF A RIGID MESH WITH A DEFORMABLE TARGET

Goloveshkin V.A.¹, Myagkov N.N.¹, Chernova P.D.²¹Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia²Moscow Technological University (MIREA), Moscow, Russia

ABSTRACT

An analytical model of the high-velocity interaction of a rigid mesh with a semi-infinite deformable target, which is modeled by a rigid-plastic body, is proposed. We consider the so-called “normal” impact of the mesh on the target: we assume that at the initial moment

* Работа выполнена в рамках государственного задания ИПРИМ РАН, номер гос. регистрации: АААА-А19-119012290136-7.

and subsequent moments of time the mesh is parallel to the target surface, and the mesh velocity vector is perpendicular to the target surface. The model reproduces the most interesting case when the mesh aperture is comparable to or less than the diameter of the wire from which the mesh is woven. The dependence of the mesh penetration depth on the impact velocity V_0 and the geometric parameters of the mesh, which are characterized by one dimensionless parameter γ equal to the ratio of the wire diameter to the mesh period, is studied. Two versions of the model are considered: with and without taking into account the fragmentation of the ejected material of the target. The results obtained on the basis of the proposed model are compared with the numerical solutions based on the complete system of equations of the deformable solid mechanics. Numerical simulations were performed using the LS-DYNA package. The example of the penetration of a steel mesh into an aluminum-alloy target with impact velocities of 1-3 km/s is analyzed. It is shown that the model taking into account fragmentation agrees well with the numerical simulations for the mesh parameter interval $\gamma_p < \gamma < 1$, which the lower boundary decreases with increasing impact velocity: $\gamma_p = 0.49, 0.29, 0.2$ for $V_0 = 1, 2, 3$ km/s, respectively.

Keywords: analytical model; high-velocity impact; mesh projectile; deformable target; penetration; fragmentation

ВВЕДЕНИЕ

Известно [1-3], что для защиты космического аппарата (КА) от метеороидов и космического мусора используется экранная схема построения защиты: при высоких скоростях соударения, характерных для космических условий, происходит интенсивная фрагментация ударника на экране, приводящая к перераспределению импульса, действующего на защищаемую стенку. Классическая схема реализации экранной защиты КА подразумевала использование сплошной алюминиевой пластины в качестве экрана. В настоящее время известно, что в качестве экрана также успешно могут быть использованы другие конструкционные материалы, например, сетки и сотовые панели, и различные композиционные материалы. Также известно [1-3], что использование сеточных экранов позволяет уменьшить общий вес защиты КА при неизменном уровне защищенности. Этим объясняется интерес к сеткам, как конструкционному материалу экранной защиты КА от метеороидов и космического мусора [1-8].

В настоящее время механика высокоскоростного взаимодействия ударника с сеткой изучена недостаточно. Эксперименты такого рода проводятся с помощью легкогазовой баллистической установки и являются весьма дорогостоящим мероприятием [1,3,6-8]. В отличие от пластинки, которая в рассматриваемых задачах характеризуется одним геометрическим параметром – толщиной, сетка характеризуется двумя геометрическими параметрами – диаметром проволоки, из которой сплетена сетка, и размером (периодом) ячейки сетки. Т.е. для экспериментального исследования сетки требуется, вообще говоря, больший объем экспериментов, чем для пластинки.

В настоящее время доступно численное моделирование задач взаимодействия ударника с сеткой в 3D постановке (см., например, [7-9]). Тем не менее, для инженерных приложений представляет интерес построение аналитических моделей, использующих минимальное число параметров материалов ударника и сетки.

При взаимодействии струнного или сеточного экрана с преградой существуют, вообще говоря, два режима проникания струн в преграду. Первый режим реализуется, когда зоны пластической деформации вокруг струн не перекрываются и струны внедряются в преграду независимо друг от друга. Второй – когда зоны пластической деформации перекрываются. Этот режим имеет место, когда диаметр струны d_w и апертура l_a (видимое на просвет расстояние между соседними струнами) являются величинами одного порядка.

Существование двух режимов проникания струн в преграду качественно подтверждается имеющимися экспериментальными данными [7]. На рис.1 [7], сравниваются результаты двух баллистических экспериментов по взаимодействию полиэтиленового ударника со струнными экранами. В этих экспериментах скорости удара практически одинаковы, а различаются только апертуры струнных экранов. Видно, что в случае, когда l_a и d_w сравнимы (рис.1а) фронтальный выброс с поверхности ударника мал, т.е. струны слабо проникают в ударник. В случае, когда $l_a \gg d_w$ (рис.1б) фронтальный выброс значителен, что подтверждается глубокими и узкими каналами на свидетеле. В этом случае струны глубоко проникают в ударник.



а) $l_a=0.4$ мм, $d_w=0.5$ мм,
 $V_0=2940$ м/с, $\gamma=0.556$.



б) $l_a=3.1$ мм, $d_w=0.5$ мм,
 $V_0=2970$ м/с, $\gamma=0.139$.

Рис.1. Повреждения поверхности свидетелей фрагментами полиэтиленового ударника после его взаимодействия со стальным струнным экраном [7]. Расположение струн вертикально по отношению к рисункам. Размер изображенной области 150 мм на 100 мм.

Модель внедрения одиночной струны, соответствующая случаю $l_a \gg d_w$, была рассмотрена в работе [10]. Модель внедрения периодической системы струн, соответствующая случаю $l_a \sim d_w$, была рассмотрена в работе [11] в приближении плоской деформации. В настоящей работе подход, развитый нами в работах [10,11], обобщается на задачу взаимодействия сетки с ударником. Для удобства задача обращается: сетка рассматривается как налетающий «ударник», а массивный ударник трактуется как «преграда» на пути сетки. Сетка считается недеформируемой (жесткой) и неограниченной в поперечном направлении, а сплошная преграда рассматривается как сплошное жестко-пластичное полупространство. Представленная модель воспроизводит наиболее интересный случай, когда апертура сетки сравнима или меньше диаметра проволоки, из которой сплетена сетка. Рассмотрены два варианта модели: с учетом и без учета фрагментации выбрасываемого материала преграды. Результаты, полученные на основе предложенной модели, сравниваются с численным

решением на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела.

1. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЖЕСТКОГО СЕТЧАТОГО УДАРНИКА С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПРЕГРАДОЙ

Сплошная преграда рассматривается как жестко-пластичное полупространство, материал которого определяется двумя параметрами – плотностью ρ_t и пределом текучести Y_t . Сетчатый ударник, как полагается, состоит из несжимаемого недеформируемого материала с плотностью ρ_s . Он имеет вид неограниченного полотна (рис.2а), состоящего из прямоугольных ячеек размером $2l$ (рис.2б), образованных проволоками диаметром $d_w = 2a$ и лежащих в одной плоскости. Полагаем, что в начальный момент и последующие моменты времени полотно сетки параллельно поверхности полупространства преграды, а вектор скорости сетки перпендикулярен поверхности преграды, происходит т.н. «нормальный» удар сетки по преграде.

Выполним анализ размерности поставленной задачи. Кроме перечисленных выше параметров ρ_s , ρ_t , Y_t , диаметра проволоки $2a$ и периода сетки $2l$, в задачу входит начальная скорость ударника V_0 . Заметим, что параметры ρ_t , Y_t и V_0 не являются размерно-независимыми и из них нельзя извлечь параметр длины. Тогда решение задачи (например, безразмерная глубина проникания сетки в преграду S_p/d_w) зависит от параметров задачи следующим образом

$$S_p/d_w = F_p \left(\frac{\rho_t V_0^2}{Y_t}, \frac{\rho_s}{\rho_t}, \frac{a}{l} \right), \quad (1)$$

т.е. зависимость от геометрических параметров сетки учитывается только через безразмерный параметр a/l , который в тексте статьи обозначен через γ .

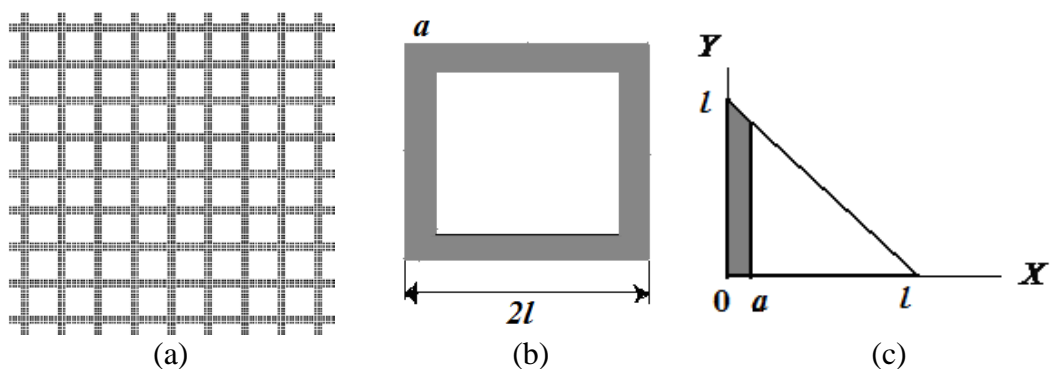


Рис.2. (а) Фрагмент сетчатого ударника; (б) ячейка сетки, где $2l$ – период сетки, равный $l_a + d_w$, a – радиус проволоки; (с) 1/8 ячейки сетки.

Ввиду периодической структуры сетки и симметрии ячейки сетки достаточно рассмотреть течение, сопровождающее внедрение, в 1/8 ячейки так, как это показано на рис.2(с). Ось Z на рис.2 направлена против направления удара, ее начало расположено на поверхности преграды.

Будем считать, что деформация происходит при $-h < z < 0$. Рассмотрим следующую схему течения, которое сопровождает внедрение сетки в преграду (рис.3).

Скорость сетки при внедрении обозначим через V , а скорость удара через V_0 . В начальный момент $t = 0$ скорость сетки скачком уменьшается от $V(0-) = V_0$ до $V(0+) = u_0$. Это происходит вследствие мгновенного перераспределения части начальной кинетической энергии ударника по всей области течения, так как материал преграды несжимаем. Значение u_0 дано ниже в разделе 2.

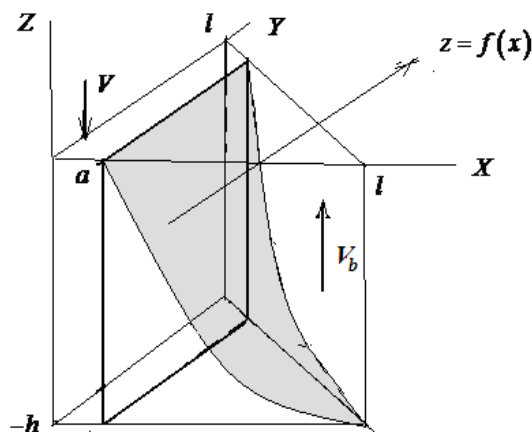


Рис.3. Схема течения при взаимодействии сетки с преградой.

В модели полагали, что проволока имеет прямоугольное сечение $2a \times \pi a/2$, имеющее ту же площадь, что и круговое сечение радиуса a .

Деформация преграды происходит по следующей схеме. Имеются деформируемая зона и жесткая зона, которые разделены поверхностью $z = f(x)$. Жесткая зона движется как твердое недеформируемое тело со скоростью V_b (рис.3), против направления движения ударника. В силу условия несжимаемости имеем

$$V_b = V \frac{\gamma(2-\gamma)}{(1-\gamma)^2}, \tag{2}$$

где $\gamma = a/l < 1$.

В деформируемой зоне нормальные составляющие скоростей на поверхностях $X = 0$, $Y = 0$, $X + Y = l$ равны нулю. Будем считать, что скорость u_z является линейной функцией координаты z и не зависит от других координат.

Следовательно, u_z равна

$$u_z = -\frac{V}{h}(z+h). \tag{3}$$

Функцию u_y полагаем линейной функцией y . Поскольку $u_y = 0$ при $x = 0$, то

$$u_y = -g(x)y, \quad g(0) = 0. \tag{4}$$

Из условия несжимаемости $\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$ имеем $\frac{\partial u_x}{\partial x} - g(x) - \frac{V}{h} = 0$.

Так как $u_x = 0$ при $x = 0$, то

$$u_x = \int_0^x g(s) ds + \frac{V}{h}x. \tag{5}$$

Так как нормальная составляющая скорости равна нулю при $X + Y = l$, то $u_x + u_y = 0$ при $X + Y = l$ и из (5) имеем уравнение для $g(x)$ при $0 < x < l$

$$-g(x)(l-x) + \int_0^x g(s) ds + \frac{V}{h}x = 0.$$

Решение этого уравнения с условием $g(0) = 0$ имеет вид

$$g = \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)^2} - 1 \right]. \quad (6)$$

Тогда, подставляя (6) в (5) и (4), имеем u_x и u_y

$$u_x = \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)} - l \right] + \frac{V}{2h}x, \quad (7)$$

$$u_y = -\frac{V}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)^2} - 1 \right] y. \quad (8)$$

Скорость u_z определяется формулой (3).

Уравнение поверхности $z = f(x)$ найдем из условия непрерывности нормальной составляющей скорости на этой поверхности. Вектор нормали к поверхности имеет вид

$$\vec{N} = \{N_x, N_y, N_z\} = \left\{ -\frac{df}{dx}, 0, 1 \right\}. \quad (9)$$

Из условия непрерывности нормальной скорости имеем

$$u_x N_x + u_y N_y + u_z N_z = V_b N_z$$

Используя (2,3,7-9), получаем после преобразований уравнение для $f(x)$

$$\frac{df}{dx} + \frac{2(l-x)}{l^2 - (l-x)^2} f = -\frac{2(l-x)}{l^2 - (l-x)^2} h \frac{l^2}{(l-a)^2}. \quad (10)$$

Полагая $f(a) = 0$, находим решение для $f(x)$

$$f = h \frac{l^2}{(l-a)^2} \left[\frac{a(2l-a)}{x(2l-x)} - 1 \right]. \quad (11)$$

Используя (3,7,8) вычислим скорости деформаций $\varepsilon_x, \dots, \varepsilon_{yz}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{V}{2h} \frac{l^2}{(l-x)^2} + \frac{V}{2h}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{V}{2h} \frac{l^2}{(l-x)^2} + \frac{V}{2h}; \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{V}{h}; \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) = -\frac{V}{2h} \frac{l^2}{(l-x)^3} y; \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = 0; \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Мощность внутренних сил в единице объема w в деформируемой зоне равна

$$w = Y_t \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 + 2\varepsilon_{xz}^2 + 2\varepsilon_{yz}^2}.$$

Обозначим $\Psi_1 = \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 + 2\varepsilon_{xz}^2 + 2\varepsilon_{yz}^2$. Учитывая (12), после преобразований получим

$$\Psi_1 = \frac{V^2}{2h^2} \left[\frac{l^4}{(l-x)^4} + 3 + \frac{l^4}{(l-x)^6} y^2 \right]. \quad (13)$$

Полная мощность внутренних сил W_1 в деформируемой зоне равна

$$W_1 = Y_t \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^a \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^0 \sqrt{\Psi_1} dz \right) dy \right] dx + Y_t \sqrt{\frac{2}{3}} \int_a^l \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^{f(x)} \sqrt{\Psi_1} dz \right) dy \right] dx. \quad (14)$$

Учитывая (11) и (13), после преобразований получим

$$\begin{aligned} W_1 = & \frac{Y_t}{2\sqrt{3}} V l^2 \int_0^\gamma \frac{1}{(1-x)} \left\{ \sqrt{2+3(1-x)^4} + \right. \\ & \left. + [1+3(1-x)^4] \ln \frac{1+\sqrt{2+3(1-x)^4}}{\sqrt{1+3(1-x)^4}} \right\} dx + \\ & + \frac{Y_t}{2\sqrt{3}} V l^2 \frac{\gamma(2-\gamma)}{(1-\gamma)^2} \int_\gamma^1 \frac{(1-x)}{x(2-x)} \left\{ \sqrt{2+3(1-x)^4} + \right. \\ & \left. + [1+3(1-x)^4] \ln \frac{1+\sqrt{2+3(1-x)^4}}{\sqrt{1+3(1-x)^4}} \right\} dx, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\gamma = \frac{a}{l} < 1$.

Мощность внутренних сил w на разрывах скоростей на единицу площади поверхности разрыва равна $w = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} [v]$, где $[v]$ – модуль разности скорости на поверхности.

Рассмотрим разрыв скорости на поверхности $Z = -h$. Вектор скорости \vec{V}^+ при $Z > -h$ равен

$$\vec{V}^+ = \left\{ \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)} - (l-x) \right]; -\frac{V}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)^2} - 1 \right] y; 0 \right\}.$$

Вектор скорости \vec{V}^- при $Z < -h$ равен $\vec{V}^- = \{0;0;0\}$. Таким образом, разрыв скорости $[v]$ на этой поверхности равен

$$[v] = \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] \sqrt{(l-x)^2 + y^2}.$$

Полная мощность на данном разрыве W_2 равна

$$\begin{aligned}
W_2 &= \frac{Y_l}{\sqrt{3}} \int_0^l \left(\int_0^{l-x} [v] dy \right) dx = \\
&= \frac{Y_l}{\sqrt{3}} \frac{V}{2h} \int_0^l \left(\int_0^{l-x} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] \sqrt{(l-x)^2 + y^2} dy \right) dx.
\end{aligned}$$

Преобразуя, получим

$$W_2 = \frac{Y_l}{\sqrt{3}} \frac{V l^3}{6h} \left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) \right]. \quad (16)$$

Рассмотрим разрыв скорости на поверхности $z = f(x)$, которая определяется (11). Вектор скорости \vec{V}^+ при $z > f(x)$ равен $\vec{V}^+ = \{0; 0; V_b\}$, где V_b дается (2). Вектор скорости \vec{V}^- при $z < f(x)$ равен

$$\vec{V}^- = \left\{ \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)} \right]; -\frac{V}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] y; -\frac{V}{h} [f(x) + h] \right\}.$$

Поскольку нормальные скорости на поверхности $z = f(x)$ равны, то разность этих векторов будет вектором разрыва касательной скорости

$$\vec{V}_d = \left\{ \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)} \right]; -\frac{V}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] y; -V \frac{l^2}{(l-a)^2} \frac{a(2l-a)}{x(2l-x)} \right\}.$$

Таким образом, разрыв скорости $[v]$ на этой поверхности равен

$$[v] = \frac{V}{2h} \sqrt{\left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)} \right]^2 + \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right]^2 y^2 + 4h^2 \frac{l^4}{(l-a)^4} \frac{a^2(2l-a)^2}{x^2(2l-x)^2}}.$$

Полная мощность на данном разрыве W_3 равна

$$W_3 = \frac{Y_l}{\sqrt{3}} \int_a^l \left(\int_0^{l-x} [v] dy \right) \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx} \right)^2}. \quad (17)$$

После громоздких вычислений, которые опускаем, из (17) получим

$$\begin{aligned}
W_3 &= \frac{Y_p}{\sqrt{3}} \frac{V}{2h} l^3 \int_{\gamma}^1 \sqrt{1 + \left(\frac{h}{l} \right)^2} R(x; \gamma) x(2-x) \times \left\{ \sqrt{2 + \left(\frac{h}{l} \right)^2} R(x; \gamma) + \right. \\
&\quad \left. + \left[1 + \left(\frac{h}{l} \right)^2 R(x; \gamma) \right] \times \ln \frac{1 + \sqrt{2 + \left(\frac{h}{l} \right)^2} R(x; \gamma)}{\sqrt{1 + \left(\frac{h}{l} \right)^2} R(x; \gamma)} \right\} dx, \quad (18)
\end{aligned}$$

где для компактности обозначено $R(x; \gamma) = 4 \frac{(1-x)^2}{x^4(2-x)^4} \frac{\gamma^2(2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4}$.

Рассмотрим разрыв скорости на поверхности $Z = 0$. Вектор разрыва скорости \vec{V}_d при $Z = 0$ равен

$$\vec{V}_d = \left\{ \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)} - (l-x) \right]; -\frac{V}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)^2} - 1 \right] y; 0 \right\}.$$

Разрыв скорости $[v]$ на этой поверхности равен

$$[v] = \frac{V}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] \sqrt{(l-x)^2 + y^2}.$$

Полная мощность W_4 на данном разрыве

$$\begin{aligned} W_4 &= \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \int_0^a \left(\int_0^{l-x} [v] dy \right) dx = \\ &= \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{V}{2h} \int_0^a \left(\int_0^{l-x} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] \sqrt{(l-x)^2 + y^2} dy \right) dx. \end{aligned}$$

После вычислений, получаем

$$W_4 = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{Vl^3}{12h} \left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) \right] (3\gamma^2 - \gamma^3). \quad (19)$$

Полная мощность W равна

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4.$$

Представим полную мощность в виде

$$W = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{Vl^2}{12} \Phi(\bar{h}; \gamma), \quad (20)$$

где $\bar{h} = \frac{h}{l}$ в дальнейшем черту опускаем. Тогда после преобразований получим

$$\begin{aligned} \Phi(h; \gamma) &= 6 \int_0^\gamma \frac{1}{1-x} \left\{ \sqrt{2+3(1-x)^4} + \right. \\ &\quad \left. + \left[1+3(1-x)^4 \right] \ln \frac{1+\sqrt{2+3(1-x)^4}}{\sqrt{1+3(1-x)^4}} \right\} dx + \\ &\quad + 6 \frac{\gamma(2-\gamma)}{(1-\gamma)^2} \int_\gamma^1 \frac{1-x}{x(2-x)} \left\{ \sqrt{2+3(1-x)^4} + \right. \\ &\quad \left. + \left[1+3(1-x)^4 \right] \ln \frac{1+\sqrt{2+3(1-x)^4}}{\sqrt{1+3(1-x)^4}} \right\} dx + \\ &\quad + \frac{1}{h} \left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) \right] (2 + 3\gamma^2 - \gamma^3) + \\ &\quad + 3h \int_\gamma^1 \sqrt{\frac{1}{h^2} + R} \sqrt{\frac{2}{h^2} + R} (2-x) x dx + \end{aligned} \quad (21)$$

$$+ 3h^2 \int_{\gamma}^1 \sqrt{\left(\frac{1}{h^2} + R\right)^3} \ln \frac{\frac{1}{h} + \sqrt{\frac{2}{h^2} + R}}{\sqrt{\frac{1}{h^2} + R}} (2-x) x dx.$$

где обозначено $R(x; \gamma) = 4 \frac{(1-x)^2}{x^4 (2-x)^4} \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4}$.

Из условия $\frac{\partial \Phi}{\partial h} = 0$ определяем глубину течения в преграде h как функцию $\gamma: h(\gamma)$. Из (21) после дифференцирования получаем уравнение для h

$$\begin{aligned} -\frac{1}{h^2} \left[\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2}) \right] (2 + 3\gamma^2 - \gamma^3) - \frac{3}{h^2} \int_{\gamma}^1 \frac{\sqrt{\frac{2}{h^2} + R}}{\sqrt{\frac{1}{h^2} + R}} x(2-x) dx + \\ + 3h \int_{\gamma}^1 \sqrt{\frac{1}{h^2} + R} \left[2R - \frac{1}{h^2} \right] \ln \frac{\frac{1}{h} + \sqrt{\frac{2}{h^2} + R}}{\sqrt{\frac{1}{h^2} + R}} x(2-x) dx = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Результаты расчета $h(\gamma)$ на основе уравнения (22) представлены в Таблице 1. Исследование $h(\gamma)$ показало, что на отрезке $0.1 \leq \gamma \leq 0.9$ данная функция описывается приближением $h(\gamma) \approx h_a(\gamma) = 1.1\sqrt{1-\gamma}$ с приемлемой точностью. В Таблице 1 также показаны $h_a(\gamma)$ и погрешность аппроксимации $\Delta = \frac{|h(\gamma) - h_a(\gamma)|}{h(\gamma)} 100\%$.

Таблица 1.
Зависимости $h(\gamma)$, $h_a(\gamma)$ и относительная погрешность $\Delta(\gamma)$.

γ	$h(\gamma)$	$h_a(\gamma)$	$\Delta \%$
0.1	1.126	1.043	7.37
0.2	1.035	0.983	4.94
0.3	0.947	0.920	2.89
0.4	0.863	0.920	1.35
0.5	0.778	0.777	0.12
0.6	0.688	0.695	0.97
0.7	0.592	0.602	1.72
0.8	0.480	0.491	2.28
0.9	0.339	0.347	2.50

Подставляя решение $h(\gamma)$ уравнения (22) в уравнение (21), найдем зависимость $\Theta(\gamma) = \Phi[h(\gamma); \gamma]$. В Таблице 2 приведены расчеты $\Theta(\gamma)$ для различных значений γ . Исследование $\Theta(\gamma)$ показало, что на отрезке

$0.1 \leq \gamma \leq 0.9$ данная функция удовлетворительно описывается приближением $\Theta(\gamma) \approx \Theta_a(\gamma) = 18 - 35 \ln(1 - \gamma)$. В Таблице 2 в интервале $0.1 \leq \gamma \leq 0.9$ также показаны $\Theta_a(\gamma)$ и относительная погрешность $\Delta = \frac{|\Theta(\gamma) - \Theta_a(\gamma)|}{\Theta(\gamma)} 100\%$.

Таблица 2.
Зависимости $\Theta(\gamma)$, $\Theta_a(\gamma)$ и относительная погрешность $\Delta(\gamma)$.

γ	$\Theta(\gamma)$	$\Theta_a(\gamma)$	$\Delta(\gamma) \%$
0.1	22.25	21.68	2.55
0.2	27.27	25.81	5.38
0.3	31.98	30.48	4.68
0.4	36.85	35.87	2.63
0.5	42.29	42.26	0.073
0.6	48.83	50.07	2.52
0.7	57.43	60.13	4.69
0.8	70.37	74.33	5.61
0.9	96.01	98.59	2.68

Кинетическая энергия в единице объема деформируемой среды e равна $e = \frac{1}{2} \rho_t (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)$. Учитывая (3), (7), (8), после преобразования получим

$$e = \frac{\rho_t V^2}{8h^2} \left[\frac{l^4}{(l-x)^2} - l^2 - 2xl + x^2 + y^2 \frac{l^4}{(l-x)^4} - 2y^2 \frac{l^2}{(l-x)^2} + y^2 + 4(z+h)^2 \right]. \tag{23}$$

Полную кинетическую энергию представим в виде

$$E_p = E_0 + E_1 + E_2 + E_3 + E_4. \tag{24}$$

В (24) $E_0 = \frac{1}{2} MV^2$ – кинетическая энергия выделенного участка сетки (рис.2), а M – ее масса. $E_1 + E_2$ – кинетическая энергия деформируемой среды

$$E_1 = \int_0^a \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^0 edz \right) dy \right] dx, \tag{25}$$

$$E_2 = \int_a^l \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^{f(x)} edz \right) dy \right] dx, \tag{26}$$

а E_3 – кинетическая энергия жесткой зоны, лежащей ниже ударника

$$E_3 = \frac{1}{2} \rho_t V^2 \frac{a^2 (2l-a)^2}{(l-a)^4} \int_a^l \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{f(x)}^0 dz \right) dy \right] dx. \tag{27}$$

Вычисление (25), (26) и (27) дает

$$E_1 = \frac{1}{24h} \rho_t V^2 l^3 \left[4 \ln \frac{1}{1-\gamma} - 4\gamma - 2\gamma^2 + 4\gamma^3 - \gamma^4 + 2\gamma(2-\gamma)h^2 \right]. \tag{25'}$$

$$E_2 = \frac{\rho_i V^2 l^3}{6h} \frac{\gamma(2-\gamma)}{(1-\gamma)^2} \int_{\gamma}^1 \frac{(1-x)}{x(2-x)} \left[x^2(4-4x+x^2) + h^2 \frac{\gamma^2(2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} \frac{(1-x)^6}{x^2(2-x)^2} \right] dx. \quad (26')$$

$$E_3 = \frac{\rho_i V^2 l^3}{2} h \frac{\gamma^2(2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^6} \int_{\gamma}^1 \frac{(2-\gamma-x)}{x(2-x)} (1-x)(x-\gamma) dx. \quad (27')$$

Сумму трех слагаемых $E = E_1 + E_2 + E_3$ в выражении для кинетической энергии (24) представим в виде

$$E = \frac{1}{2} \rho_i V^2 l^3 \Psi(h; \gamma), \quad (28)$$

где

$$\Psi(h; \gamma) = \frac{1}{12h} \left[4 \ln \frac{1}{1-\gamma} - 4\gamma - 2\gamma^2 + 4\gamma^3 - \gamma^4 + 2\gamma(2-\gamma)h^2 \right] + \frac{1}{3h} \frac{\gamma(2-\gamma)}{(1-\gamma)^2} \int_{\gamma}^1 \frac{(1-x)}{x(2-x)} \left[x^2(4-4x+x^2) + h^2 \frac{\gamma^2(2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} \frac{(1-x)^6}{x^2(2-x)^2} \right] dx + h \frac{\gamma^2(2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^6} \int_{\gamma}^1 \frac{(2-\gamma-x)}{x(2-x)} (1-x)(x-\gamma) dx.$$

Так как $h(\gamma)$, обозначим $\Omega(\gamma) = \Psi[h(\gamma); \gamma]$. В Таблице 3 приведены расчеты $\Omega(\gamma)$ для различных значений γ . Исследование $\Omega(\gamma)$ показало, что на отрезке $0.1 \leq \gamma \leq 0.9$ данная функция удовлетворительно описывается

приближением $\Omega(\gamma) \approx \Omega_a(\gamma) = -\frac{1}{3} \frac{\ln(1-\gamma)}{(1-\gamma)} + \frac{3}{8} \frac{\gamma}{(1-\gamma)}$. В Таблице 3 также

показаны $\Omega(\gamma)$, $\Omega_a(\gamma)$ и относительная погрешность $\Delta = \frac{|\Omega(\gamma) - \Omega_a(\gamma)|}{\Omega(\gamma)} 100\%$.

Таблица 3.

Зависимости $\Omega(\gamma)$, $\Omega_a(\gamma)$ и относительная погрешность $\Delta(\gamma)$.

γ	$\Omega(\gamma)$	$\Omega_a(\gamma)$	$\Delta(\gamma) \%$
0.1	0.0832	0.0806	3.08
0.2	0.188	0.186	0.91
0.3	0.327	0.330	1.02
0.4	0.519	0.533	2.79
0.5	0.800	0.837	4.57
0.6	1.245	1.326	6.43
0.7	2.046	2.212	8.11
0.8	3.834	4.182	9.07
0.9	10.41	11.05	6.08

Полная кинетическая энергия преграды (24) включает слагаемое E_4 – кинетическую энергию жесткой зоны, лежащей выше нижней границы сетки, и движущейся со скоростью V_b (2). Объем этой зоны найдем следующим образом. Пусть S – путь, пройденный сеткой при внедрении. Тогда глубина погружения сетки в преграду H (с учетом подъема выдавленного материала) определяется из закона сохранения массы и условия несжимаемости. В результате получаем

$$H = \frac{S}{(1-\gamma)^2} \text{ и искомый объем } \frac{1}{2}l^2S. \text{ Тогда}$$

$$E_4 = \frac{1}{4}\rho_t V^2 l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S. \quad (29)$$

Таким образом, полная кинетическая энергия системы (24) равна

$$E_p = \frac{1}{2} \left[M + \rho_t l^3 \Omega + \frac{1}{2} \rho_t l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S \right] V^2, \quad (30)$$

где

$$M = \frac{\pi}{4} \rho_s l^3 \gamma^2 (2-\gamma). \quad (31)$$

– масса выделенного участка сетки (рис.2).

2. ГЛУБИНА ВНЕДРЕНИЯ СЕТКИ В ПРЕГРАДУ

Представляет интерес исследовать глубину внедрения S_p жесткого сетчатого ударника в преграду в зависимости от параметра сетки γ , равного отношению диаметра проволоки к периоду сетки ($0 \leq \gamma \leq 1$). Предельное значение этого параметра $\gamma=1$ соответствует случаю, когда сетка трансформируется в сплошную пластинку. В этом случае $S_p=0$, так как материал преграды несжимаем. Другое предельное значение $\gamma=0$ соответствует случаю, когда соседние проволоки сетки не влияют на внедрение друг друга и S_p определяется глубиной внедрения жесткой одиночной струны в деформируемую преграду [10].

2.1. Глубина внедрения без учета фрагментации преграды.

Из баланса энергии имеем

$$\frac{dE_p}{dt} + W = 0, \quad (32)$$

Подставляя (20) и (30) в (32), с учетом того, что $\Theta(\gamma) = \Phi[h(\gamma); \gamma]$, имеем систему

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} \left[M + \rho_t l^3 \Omega(\gamma) + \frac{1}{2} \rho_t l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S \right] V^2 \right\} + \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{V l^2}{12} \Theta(\gamma) = 0, \quad (33)$$

$$V = \frac{dS}{dt},$$

с начальным условием ($t = 0$): $S = 0$; $V = u_0$, где $u_0 = V_0 \sqrt{\frac{M}{M + \rho_t l^2 \Omega(\gamma)}}$. Видно,

что u_0 меньше скорости удара V_0 . Это происходит вследствие мгновенного перераспределения части начальной кинетической энергии ударника по всей области течения, так как материал преграды несжимаем. Интегрируя (33), получаем

$$\frac{1}{2} \left[M + \rho_t l^3 \Omega + \frac{1}{2} \rho_t l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S \right] V^2 - \frac{1}{2} M V_0^2 + \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{l^2}{12} \Theta S = 0. \quad (34)$$

Из условия полной остановки $V = 0$, из (34) получаем глубину внедрения сетки в преграду S_p , которая с учетом (31) имеет вид

$$\frac{S_p}{d_w} = \frac{\pi 3 \sqrt{3}}{4} \frac{\gamma (2-\gamma)}{\Theta(\gamma)} \frac{\rho_s V_0^2}{Y_t}. \quad (35)$$

Из (35) и зависимости $\Theta(\gamma)$ (табл.2), можно видеть, что S_p/d_w имеет максимум при $\gamma_m \approx 0.5$ (см. кривую 2 на рис.4(а-с)), т.е. когда период сетки приблизительно в 2 раза превышает диаметр проволоки. Очевидно, что содержательный смысл может иметь только правая часть зависимости $S_p(\gamma)$, которая соответствует $\gamma_m \leq \gamma \leq 1$. Поясним последнее. Например, для случая внедрения стальной сетки в преграду из сплава алюминия из (35) имеем максимальные глубины внедрения $(S_p/d_w)_{\max} = 1.5, 6.1$ и 13.7 , соответствующие скоростям удара 1, 2 и 3 км/с. Сравнение с модельной оценкой глубины внедрения жесткой одиночной струны в деформируемую преграду, сделанной в работе [10], показывает, что одиночная струна, которая соответствует значению $\gamma = 0$, внедряется значительно глубже, чем сетка, при одной и той же скорости удара. Т.е. при $0 < \gamma < \gamma_m$ с уменьшением γ глубина внедрения S_p/d_w должно возрастет, а не уменьшаться, как это следует из (35). Такой же качественный вывод можно сделать на основании известных экспериментов по взаимодействию компактного ударника с сеткой [6,7]. Поэтому, вообще говоря, смысл может иметь только правая часть ($\gamma_m \leq \gamma \leq 1$) кривых 2 и 3, показанных на рис.4.

2.2. Глубина внедрения с учетом фрагментации преграды.

Через сетку материал преграды выдавливается в виде прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием со стороной $2(l-a)$ и высотой

$$H = \frac{1}{(1-\gamma)^2} S, \text{ где } S \text{ – путь, пройденный проволокой с момента начала внедрения.}$$

После завершения процесса внедрения, конечная глубина внедрения будет S_p .

Текущая масса выдавленного параллелепипеда m равна

$$m = \rho 4(l-a)^2 H = \rho 4l^2 S.$$

Полагаем, что фрагментация выдавленного из преграды параллелепипеда происходит на нижней границе проволоки. Тогда напряжение σ_f , возникающее в этом параллелепипеде на нижней границе проволоки, равно

$$\sigma_f = -\rho 4l^2 S \frac{1}{4(l-a)^2} \frac{dV_b}{dt} = -\rho \frac{S}{(1-\gamma)^2} \frac{dV_b}{dt}, \quad (36)$$

где скорость выдавливания определяется (2). Критерием образования фрагмента примем условие

$$\sigma_f = Y_i. \quad (37)$$

Из (2) и (33) имеем

$$\frac{dV_b}{dt} = -\frac{\gamma(2-\gamma)}{(1-\gamma)^2} \frac{\frac{1}{4} \rho_i l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} V^2 + \frac{Y_i}{\sqrt{3}} \frac{l^2}{12} \Theta}{\left[M + \rho_i l^3 \Omega + \frac{1}{2} \rho_i l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S \right]}. \quad (38)$$

Уравнение (34) разрешим относительно V^2

$$V_i^2 = \frac{E_i - \frac{Y_i}{\sqrt{3}} \frac{l^2}{12} \Theta S_i}{\frac{1}{2} \left[M + \rho_i l^3 \Omega + \frac{1}{2} \rho_i l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S_i \right]}, \quad (39)$$

где E_i – кинетическая энергия системы и V_i – скорость сетки, соответствующие началу процесса внедрения после образования i -го фрагмента. До момента образования первого осколка $E_0 = \frac{1}{2} M V_0^2$.

Таким образом, из (36)-(39) получаем критерий образования осколка

$$\rho_i \frac{\gamma(2-\gamma) S_i}{(1-\gamma)^4} \times \frac{\frac{1}{4} \rho_i l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} \left\{ \frac{E_i - \frac{Y_i}{\sqrt{3}} \frac{l^2}{12} \Theta S_i}{\frac{1}{2} \left[M + \rho_i l^3 \Omega + \frac{1}{2} \rho_i l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S_i \right]} \right\} + \frac{Y_i}{\sqrt{3}} \frac{l^2}{12} \Theta}{\left[M + \rho_i l^3 \Omega + \frac{1}{2} \rho_i l^2 \frac{\gamma^2 (2-\gamma)^2}{(1-\gamma)^4} S_i \right]} = Y_i. \quad (40)$$

Уравнение (40) определяет приращение глубины проникания в преграду S_i при образовании i -го фрагмента ($i=0, 1, 2, \dots$). Решая относительно S_i это

уравнение при $0 < S_i < \frac{12\sqrt{3}E_i}{Y_i l^2 \Theta}$, определяем значение S_i , соответствующее

образованию i -го фрагмента. При этом текущая скорость сетки V_i определяется соотношением (39). Оставшаяся кинетическая энергия системы после отделения

фрагмента $E_{i+1} = \frac{1}{2} [M + \rho l^3 \Omega] V_i^2$. Подставляя E_{i+1} в (40), решаем это уравнение относительно S_{i+1} и т.д. Если уравнение (40) не имеет решения в указанном

интервале, то $n = i + 1$, $S_{i+1} = \frac{12\sqrt{3}E_{i+1}}{Y_l^2 \Theta}$ и $V_{i+1} = 0$, т.е. происходит полная остановка сетки, а число $n - 1$ показывает число образовавшихся фрагментов. Общее внедрение определяется как сумма $S_p = \sum_{i=1}^n S_i$. Видно, что глубина внедрения без фрагментации (35) соответствует случаю, когда $n = 1$.

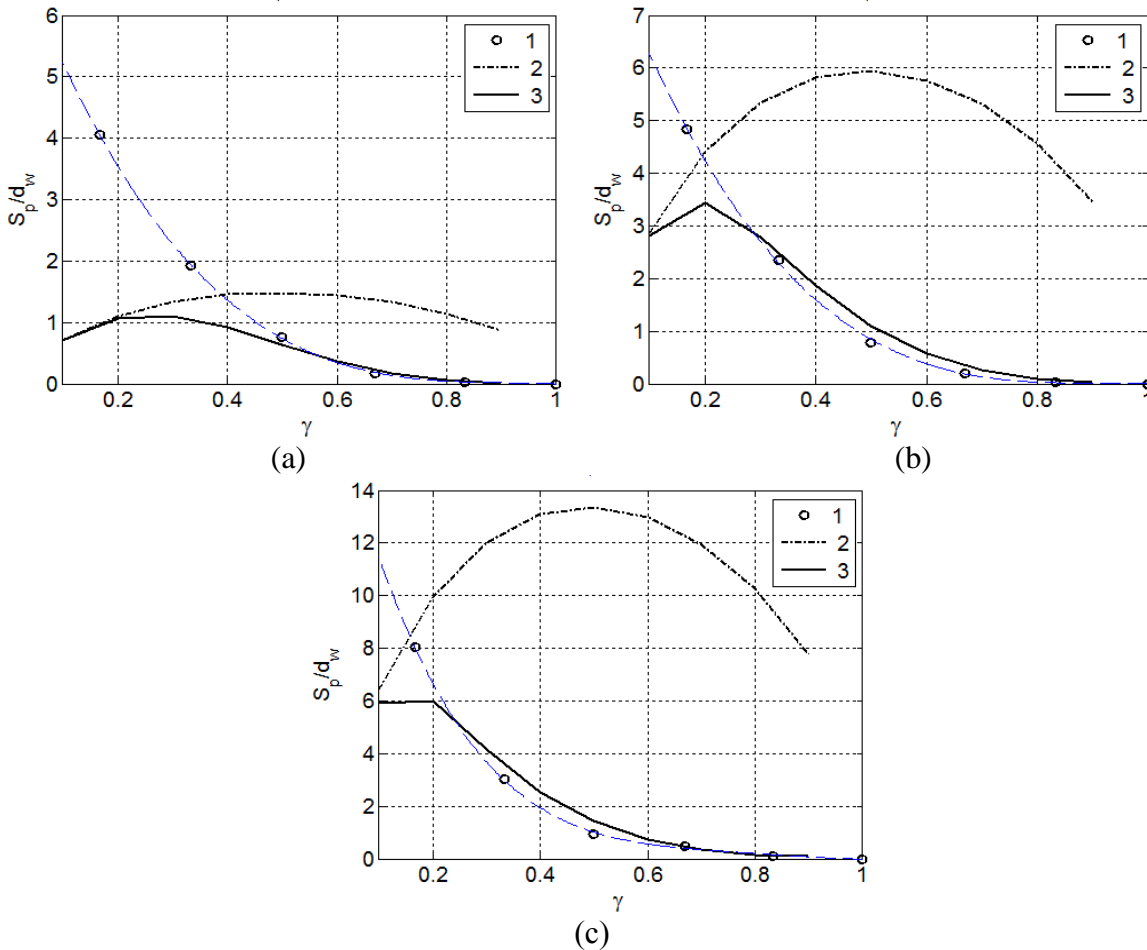


Рис.4. Удар стальной сетки по алюминиевой преграде. Показана зависимость глубины проникания, нормированной на диаметр проволоки, от параметра сетки γ для скоростей удара: (a) – 1 км/с; (b) – 2 км/с; (c) – 3 км/с.
 \circ – расчет LS-DYNA; $-\circ-\circ-$ – модель без фрагментации; $—$ – модель с фрагментацией.

Сравним внедрение $S_p(\gamma)$ с учетом и без учета фрагментации. Рассмотрим удар стальной сетки ($\rho_s = 7.85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$) по преграде из сплава алюминия ($\rho_t = 2.7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $Y_t = 0.38 \text{ ГПа}$) со скоростями удара $V_0 = (1 \div 3) \text{ км/с}$. Результаты представлены на рис.4 (кривые 2 и 3) для различных скоростей удара. Для этих материалов кривые, соответствующие глубине внедрения без фрагментации, имеют максимум для значения параметра $\gamma_m = 0.49$, т.е. когда период сетки приблизительно в 2 раза превышает диаметр проволоки. Учет

фрагментации, как видно из рисунков, смещает максимум $S_p(\gamma)$ в область меньших значений $\gamma_m \approx 0.2$, т.е. когда период сетки в 5 раз превышает диаметр проволоки, и, тем самым, увеличивает область применимости модели $\gamma_m < \gamma < 1$. Из рис.4, также, видно значительное уменьшение глубины внедрения при учете фрагментации. Это различие растёт при увеличении скорости удара.

2.3. Численное моделирование внедрения жесткой сетки в деформируемую преграду.

Чтобы провести дальнейшую проверку результатов, получаемых на основе предложенной модели, надо было бы, вообще говоря, провести прямое сравнение с экспериментом, например, для глубины проникания сетки в преграду. Однако, в литературе отсутствуют количественные данные экспериментов по взаимодействию сеток с преградами в рассматриваемой постановке. Известные эксперименты (см., например, [6,7]) по взаимодействию ударников из различных материалов с сеточными экранами дают только качественную картину из-за конечных размеров тестируемых ударников и не могут быть использованы для количественного сравнения. По этой причине мы решили провести верификацию модели посредством сравнения результатов, получаемых на основе предложенной модели, с численным моделированием поставленной задачи на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела. Численное моделирование было выполнено с помощью лицензионного пакета LS-DYNA [12] версии 971. Мы рассчитывали внедрение одной ячейки сетки с внешним $2l \times 2l$ и внутренним $2(l-a) \times 2(l-a)$ размером (рис.2b), на границах которой ставились условия симметрии (четыре плоскости симметрии перпендикулярны плоскости рисунка). В расчетах полагали, что проволока имеет прямоугольное сечение $2a \times \pi a/2$, имеющее ту же площадь, что и круговое сечение радиуса a . Толщина преграды L в расчетах была $L \gg 2a$. Расчеты были выполнены для фиксированного периода сетки $2l = 1\text{мм}$ и различных сечениях проволоки с $2a = 0.2, 0.4, 0.8, 0.6 \text{ и } 1.0$ мм. В расчетах брали $L = 20$ мм. Расчетная область преграды размером $2l \times 2l \times L$ моделировалась 28800 SPH частицами.

Ячейка сетки моделировалась как жесткое тело с плотностью $\rho_s = 7.85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ (сталь). Деформируемая преграда из сплава алюминия моделировалась методом гладких частиц (SPH) как упруго-идеально пластическое тело с плотностью $\rho_t = 2.7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, пределом текучести $Y_t = 0.38 \text{ ГПа}$ и прочностью на разрыв равным пределу текучести (остальные параметры сплава алюминия можно найти в работе [13]).

Модель материала была выбрана из соображений максимальной близости численного моделирования к тестируемой аналитической модели. Так как материал преграды в численном моделировании сжимаем, оценка глубины внедрения для несжимаемой преграды проводилась следующим образом. Полагалось, что глубина внедрения сетки для сжимаемой преграды S_{com} , получаемая в численном решении, есть $S_{com} = S_p + S_{plate}$, где S_{plate} – глубина внедрения за счет сжимаемости и S_p – искомая глубина внедрения сетки в несжимаемую преграду. Величина S_{plate} определялась из вычислений,

как максимальная глубина внедрения пластинки, скорость удара и толщина которой совпадали со скоростью и толщиной ($\pi a/2$) проволоки сетки.

На рис.4 сравниваются результаты численного моделирования глубины внедрения сетки S_p с результатами, полученными на основе аналитических моделей (разделы 2.1 и 2.2). Видно, что модель, учитывающая фрагментацию, хорошо согласуется с численным моделированием для параметра сетки $\gamma_p < \gamma < 1$, где нижняя граница уменьшается с увеличением скорости удара: $\gamma_p = 0.49, 0.29, 0.2$ для $V_0 = 1, 2, 3$ км/с, соответственно. По данным работы [14] пороговая скорость фрагментации стального ударника составляет приблизительно 3 км/с. Поэтому при скоростях $V_0 > 3$ км/с приближение жесткого ударника для стальной сетки уже неприменимо.

ВЫВОДЫ

Предложена аналитическая модель высокоскоростного взаимодействия жесткого сетчатого ударника (сетки) с полубесконечной деформируемой преградой, которая моделируется жестко-пластичным телом. Рассматривается т.н. «нормальный» удар сетки по преграде: полагаем, что в начальный момент и последующие моменты времени полотно сетки параллельно поверхности полупространства преграды, а вектор скорости сетки перпендикулярен этой преграды. Исследуется зависимость глубины внедрения сетки S_p от скорости удара V_0 и геометрических параметров сетки. Анализ размерности данной задачи показывает, что зависимость от геометрических параметров сетки может быть учтена только одним безразмерным параметром γ равным отношению диаметра проволоки к периоду сетки ($0 \leq \gamma \leq 1$). Предельное значение этого параметра $\gamma = 1$ соответствует случаю, когда сетка трансформируется в сплошную пластинку. В этом случае $S_p = 0$, так как материал преграды несжимаем. Другое предельное значение $\gamma = 0$ соответствует случаю, когда соседние проволоки сетки не влияют на внедрение друг друга и S_p определяется глубиной внедрения жесткой одиночной струны в деформируемую преграду [10].

Предложенная в работе модель воспроизводит наиболее интересный случай, когда апертура сетки (видимое на просвет расстояние между проволоками) сравнима или меньше диаметра проволоки, из которой сплетена сетка. Рассмотрены два варианта модели: с учетом и без учета фрагментации выбрасываемого материала преграды.

Модель без учета фрагментации дает зависимость глубины внедрения в виде «горба» (рис.4(а-с) кривая 2) с максимумом глубины внедрения при $\gamma_m \approx 0.49$, т.е. когда период сетки приблизительно в 2 раза превышает диаметр проволоки. Очевидно, что физический смысл может иметь только правая часть «горба» $S_p(\gamma)$, которая соответствует $\gamma_m \leq \gamma \leq 1$, так как при $0 < \gamma < \gamma_m$ с уменьшением γ глубина внедрения должна возрастать, как это следует из сравнительных оценок. Такой же качественный вывод можно сделать на основании известных экспериментов по взаимодействию компактного ударника с сеткой [6,7].

Учет фрагментации в предложенной модели, как видно из рис.4(а-с) (кривая 3), смещает максимум $S_p(\gamma)$ в область меньших значений до $\gamma_m \approx 0.2$, т.е. когда период сетки в 5 раз превышает диаметр проволоки, и, тем самым, увеличивает область применимости модели $\gamma_m < \gamma < 0$. Из рис.4, также, видно значительное уменьшение глубины внедрения при учете фрагментации, которое происходит вследствие дополнительного «уноса» энергии из зоны течения отколовшимися фрагментами. Это различие растёт при увеличении скорости удара.

В литературе отсутствуют количественные данные экспериментов по взаимодействию сеток с преградами в рассматриваемой постановке. Известные эксперименты (см., например, [6,7]) по взаимодействию ударников из различных материалов с сеточными экранами дают только качественную картину и, вообще говоря, не могут быть использованы для количественной оценки глубины внедрения сетки в ударник из-за конечных размеров тестируемых ударников. По этой причине мы решили провести верификацию модели посредством сравнения результатов, получаемых на основе предложенной модели, с численным моделированием поставленной задачи на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела. Численное моделирование было выполнено с помощью пакета LS-DYNA.

Разобран пример внедрения стальной сетки в преграду из сплава алюминия со скоростями удара до 3 км/сек, так как из литературы известно [14], что при скоростях удара выше ~ 3 км/с стальной ударник фрагментируется. Показано, что модель, учитывающая фрагментацию, хорошо согласуется с численным решением для интервала параметров сетки $\gamma_p < \gamma < 1$, где нижняя граница уменьшается с увеличением скорости удара: $\gamma_p = 0.49, 0.29, 0.2$ для $V_0 = 1, 2, 3$ км/с, соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schäfer F., Lambert M., Christiansen E. et al. *The Inter-agency space debris coordination committee (IADC) protection manual / 4th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany. Proceedings.* – 2005. – Pp.39-46.
2. Christiansen E.L., Kerr J.H. *Mesh double-bumper shield: a low-weight alternative for spacecraft meteoroid and orbital debris protection // Int. J. Impact Eng.* – 1993. – Vol.14. – Pp.169-180.
3. Безруков Л.Н., Гадасин И.М., Киселев А.И. и др. *О физических принципах построения защиты модуля «ЗАРЯ» Международной космической станции от ударного повреждения частицами околоземной среды // Космонавтика и ракетостроение.* – 2000. – Т.18. – С.140-151.
4. Putzar R., Hupfer J., Aridon G. et al. *Screening tests for enhanced shielding against hypervelocity particle impacts for future unmanned spacecraft // 6th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany. Proceedings.* – 2013.
5. Horz F., Cintala M.J., Bernhard R.P. et al. *Multiple-mesh bumpers: a feasibility study // Int. J. Impact Eng.* – 1995. – Vol.17. – Pp.431-442.
6. Semenov A., Bezrukov L., Malkin A. et al. *Impact fragmentation dependence on geometrical parameter of single mesh bumpers // Механика композиционных материалов и конструкций.* – 2006. – Т.12. – №2. – С.256-262.

7. Myagkov N.N., Shumikhin T.A., Bezrukov L.N. *Experimental and Numerical Study of Peculiarities at High-Velocity Interaction between a Projectile and Discrete Bumpers* // Int. J. Impact Engn. – 2010. – Vol.37. – Pp.980-994.
8. Герасимов А.В., Добрица Д.Б., Пашков С.В., Христенко Ю.Ф. *Теоретико-экспериментальное исследование ударного взаимодействия осколков с различными видами защиты космических аппаратов* // Космические исследования. – 2016. – Т.54. – №2. – С.126-134.
9. Мягков Н.Н., Сулимов А.В., Шумихин Т.А. *Численное моделирование высокоскоростного взаимодействия ударника с дискретными экранами* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т.14. – №4. – С.532-546.
10. Головешкин В.А., Мягков Н.Н. *Модель взаимодействия жесткой струны с деформируемой преградой* // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – №11. – С.7-14.
11. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Estimating parameters of fragments forming at penetration of periodic system of strings into a semi-infinite target* // Int. J. Impact Engn. – 2013. – Vol.61. – Pp.13-23.
12. Hallquist O. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation. – 2005.
13. Мягков Н.Н. *Масштабная инвариантность при фрагментации сферического ударника на сплошном тонком экране при высоких скоростях удара* // ЖЭТФ. – 2017. – Т.151. – №1. – С.67-81.
14. Grady D.E., Kipp M.E. *Fragmentation properties of metals* // Int. J. Impact Engng. – 1997. – Vol.20. – Pp.293-308.

REFERENCES

1. Schäfer F., Lambert M., Christiansen E. et al. *The Inter-agency space debris coordination committee (IADC) protection manual*. Proceedings of the 4th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2005, Pp.39-46.
2. Christiansen E.L., Kerr J.H. *Mesh double-bumper shield: a low-weight alternative for spacecraft meteoroid and orbital debris protection*. Int. J. Impact Eng., 1993, Vol.14, Pp.169-180.
3. Bezrukov L.N., Gadasin I.M., Kiselev A.I. et al. *O fizicheskikh printsipakh postroeniya zashhity modulya «ZARYA» Mezhdunarodnoj kosmicheskoy stantsii ot udarnogo povrezhdeniya chastitsami okolozemnoj sredy [About the physical bases of building the protection of the ISS module “Zarya” against impact damage by near-earth space debris fragments]*. Kosmonavtika i raketostroenie, 2000, Vol.18, Pp.140-151.
4. Putzar R., Hupfer J., Aridon G. et al. *Screening tests for enhanced shielding against hypervelocity particle impacts for future unmanned spacecraft*. Proceedings of 6th European Conference on Space Debris, Darmstadt, Germany, 2013.
5. Horz F., Cintala M.J., Bernhard R.P. et al. *Multiple-mesh bumpers: a feasibility study*. Int. J. Impact Eng., 1995, Vol.17, Pp.431-442.
6. Semenov A., Bezrukov L., Malkin A. et al. *Impact fragmentation dependence on geometrical parameter of single mesh bumpers*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2006, Vol.12, No.2, Pp.256-262.

7. Myagkov N.N., Shumikhin T.A., Bezrukov L.N. *Experimental and Numerical Study of Peculiarities at High-Velocity Interaction between a Projectile and Discrete Bumpers*. Int. J. Impact Engn., 2010, Vol.37, Pp.980-994.
8. Gerasimov A.V., Dobritsa D.B., Pashkov S.V. et al. *Theoretical and experimental study of a method for the protection of spacecraft from high-speed particles*. Cosmic Res., 2016, Vol.54, Pp.118-126. <https://doi.org/10.1134/S0010952516020015>
9. Myagkov N.N., Sulimov A.V., Shumikhin T.A. *Chislennoe modelirovanie vysokoskorostnogo vzaimodejstviya udarnika s diskretnymi ehkranami [Numerical simulation of high-speed interaction of the projectile with discrete screens]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2008, Vol.14, No.4, Pp.532-546.
10. Goloveshkina V.A., Myagkov N.N. *Model for the Interaction of a Rigid String with a Deformable Target*. Russian Metallurgy (Metally), 2019, Vol.2019, No.4, Pp.294-300.
11. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Estimating parameters of fragments forming at penetration of periodic system of strings into a semi-infinite target*. Int. J. Impact Engn., 2013, Vol.61, Pp.13-23.
12. Hallquist O. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation, 2005.
13. Myagkov N.N. *Scaling Invariance of Spherical Projectile Fragmentation upon High-Velocity Impact on a Thin Continuous Shield*. Journal of Experimental and Theoretical Physics, 2017, Vol.124, No.1, Pp.57-69.
14. Grady D.E., Kipp M.E. *Fragmentation properties of metals*. Int. J. Impact Engng., 1997, Vol.20, Pp.293-308.

Поступила в редакцию 28 ноября 2019 года.

Сведения об авторах:

Головешкин Василий Адамович – д.т.н., проф., в.н.с., ФГБУН «Институт прикладной механики РАН», г. Москва, Россия

Мягков Николай Николаевич – д.ф.-м.н., зав. лаб., ФГБУН «Институт прикладной механики РАН», г. Москва, Россия; e-mail: nn_myagkov@mail.ru

Чернова Пламена Дмитриевна – ст. преподаватель, Московский технологический университет, г. Москва, Россия