УДК 539.3
DOI 10.33113/mkmk.ras.2020.26.03.403_408.08

УРАВНЕНИЯ СОВМЕСТНОСТИ ДЕФОРМАЦИЙ ДЛЯ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ, ПРЕТЕРПЕВАЮЩИХ ТЕРМОУПРУГИЕ ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ*

Жаворонок С.И.

ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Получены уравнения совместности для сплавов с эффектом памяти формы, претерпевающих термоупругие фазовые переходы при изменении температуры и напряженного состояния. Задача рассмотрена в геометрически линейной постановке на основе однократно связной модели термоупругого деформирования сплавов с памятью, учитывающей влияние напряженного состояния на температуры начала и окончания фазовых превращений. В рамках данной модели температура в любой момент деформирования предполагается заданной функцией пространственных координат. Тензор линейной деформации представлен в виде аддитивного разложения на шаровой тензор упругой и температурной деформации, девиатор упругой деформации и девиатор фазовой деформации, соответствующей прямому или обратному мартенситному переходу. С другой стороны, введено аддитивное разложение указанных тензоров на накопленную деформацию и малое приращения, при этом тензор суммарной накопленной деформации предполагается удовлетворяющим уравнению совместности. Малое приращение девиатора фазовой деформации определяется линейной зависимостью от приращений девиатора напряжения и параметра фазового составов – объемной доли мартенситной фазы. Влияние фазовой дилатации предполагается пренебрежимо малым. В свою очередь, для параметра фазового состава получены аналогичные линейные зависимости от приращений девиатора напряжения и температуры. Таким образом, для сплава с памятью, описываемого однократно связной моделью термоупругих фазовых переходов, получена инкрементальная формулировка уравнений совместности в приращениях напряжений. Введен тензор-функция напряжений и предложена формулировка задачи относительно приращения компонентов тензор-функции напряжений.

Ключевые слова: сплавы с эффектом памяти; превращения фазовые термоупругие; деформации упругие; деформации фазовые; совместности уравнения

NEW COMPATIBILITY EQUATIONS FOR SHAPE MEMORY ALLOYS UNDERGOING THERMOELASTIC PHASE TRANSITIONS

Zhavoronok Sergey I.

Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

* *Работа выполнена в рамках Государственного задания ИПРИМ РАН (номер гос. регистрации темы АААА-А19-119012290118-3) при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №19-01-00695-а).*

ABSTRACT

The new compatibility equations are derived for shape memory alloys undergoing thermoelastic phase transitions under varying temperature and stress state. The geometrically linearized problem statement is used as a background together with the once coupled model of thermoelastic behavior of shape memory alloys accounting for the effect of stress state on the temperatures of start and finish of the phase transitions. The once coupled problem formulation assumes the temperature to be a given spatial distribution at each point in time domain. The linear strain tensor is represented using an additive decomposition into the isotropic tensor of elastic and thermal strains, the elastic deviatoric strain, and the phase deviatoric strain corresponding to direct or inverse martensite transitions. On the other hand, the additive decomposition of the strain tensor into the accumulated strain and the small increment is introduced, where the summary accumulated strain is assumed to satisfy the compatibility equations. The small increment of the deviatoric phase strain is defined by the linear function of increments of the deviatoric stress and the martensite volume ratio used as phase constitution parameter. The effect of the phase dilatation is assumed to be negligible. Given the temperature field the analogous linear dependencies of martensite volume ratio on the deviatoric stress are derived. Thus, the obtained incremental formulation of the compatibility equations for shape memory alloys obeying the once coupled model of thermoelastic phase transitions uses only stress tensor as an unknown. The stress function tensor could be introduced for such a problem, and the appropriate boundary value problem could be formulated for the partial differential equation where the components of the increment of the stress function tensor are unknowns.

Keywords: shape memory alloys; thermoelastic phase transitions; elastic strains; phase strains; compatibility equations

ВВЕДЕНИЕ

Описание деформирования сплавов с эффектом памяти, претерпевающих фазово-структурные превращения при действии температуры и напряжений [1], опирается на постановку задачи в перемещениях. Такая постановка требует обращения инкрементальных определяющих уравнений, в случае однократно связной модели термоупругих фазовых переходов выражающих приращения компонентов тензора деформации с приращениями компонентов тензора напряжения и приращением объемной доли мартенситной фазы, в свою очередь, зависящим от приращений температуры и напряжений [2]. Несмотря на то, что обращение определяющих соотношений осуществимо как при численном решении [3,4], так и аналитически, необходимость такой операции осложняет решение краевых задач о деформировании сплавов с памятью, поставленных в перемещениях. В то же время при формулировке краевой задачи, линеаризованной относительно приращений компонентов тензора напряжения, необходимость обращения определяющих соотношений отсутствует, однако требуются уравнения совместности деформаций для сплава с памятью, записанные относительно приращений компонентов тензора напряжения. Для феноменологической модели термоупругих фазовых переходов такие уравнения до сих пор не получены.

Предложены новые уравнения совместности приращений компонентов тензора малых деформаций сплава с памятью. На базе инкрементальной формы определяющих соотношений однократно связной модели термоупругих фазовых переходов [2] уравнения записаны в линеаризованной формулировке относительно приращений шарового тензора и девиатора напряжений. Также получены уравнения совместности деформаций сплава с памятью относительно малых приращений компонентов тензор-функции напряжений.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ОДНОКРАТНО СВЯЗНОЙ МОДЕЛИ ТЕРМОУПРУГИХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СПЛАВАХ С ПАМЯТЬЮ

Зависимость объемной доли мартенситной фазы сплава с памятью $q \in [0,1]$ от безразмерной температуры $t \in [0,1]$ определяется соотношением (1.1) [2,3]

$$q = \tfrac{1}{2}\left(1 - \cos \pi t\right) \quad \left(0 \le t \le 1\right); \quad q = 0 \quad \left(t \le 0\right); \quad q = 1\left(t \ge 1\right). \tag{1.1}$$

$$t = \Theta\left(T_F - T_S\right) + \left(T_S - T_F\right)^{-1} \operatorname{sgn}\left(T_S - T_F\right)\left(T_S - T_\sigma\right), \tag{1.2}$$

$$\text{А} \to \text{М:} \quad T_S = M_S, \quad T_F = M_F; \quad \text{М} \to \text{А:} \quad T_S = A_S, \quad T_F = A_F;$$

$$T_\sigma \approx T - \Delta S^{-1}\left\{\left[\omega_{ij}^{\pm} + \left(1+\nu\right)\left(2E_\Delta\right)^{-1} s_{ij}\right] s^{ij} + 3\left(1-2\nu\right)\left(2E_\Delta\right)^{-1}\sigma^2\right\}; \tag{1.3}$$

$$\sigma = \tfrac{1}{3} g_{ij}\sigma^{ij}, \quad s^{ij} = \sigma^{ij} - g^{ij}\sigma; \quad E_\Delta^{-1} = E_\text{М}^{-1} - E_\text{А}^{-1},$$

T – абсолютная температура, ΔS – разность плотностей энтропии мартенситного и аустенитного состояний, $E_\text{М}$, $E_\text{А}$ – модули упругости в полностью мартенситном ($q = 1$) и аустенитном ($q = 0$) состояниях, Θ – функция Хевисайда. Определяющие уравнения для приращений тензора деформации $\delta\varepsilon_{ij}$ имеют вид [4]

$$\delta\varepsilon_{ij}^{E} = E^{-1}\left(q\right)\left[\left(1+\nu\right)\delta s_{ij} + \left(1-2\nu\right) g_{ij}\delta\sigma\right] + \alpha\left(q\right) g_{ij}\delta T; \tag{1.4}$$

$$E^{-1}\left(q\right) = E_\text{А}^{-1} + qE_\Delta^{-1}, \quad \alpha\left(q\right) = \alpha_\text{А} + q\alpha_\Delta; \quad \alpha_\Delta = \alpha_\text{М} - \alpha_\text{А}; \tag{1.5}$$

$$\delta\varepsilon_{ij} = \delta\varepsilon_{ij}^{E} + \delta\varepsilon_{ij}^{\pm}; \quad \delta\varepsilon_{ij}^{\pm} = \omega_{ij}^{\pm}\delta q; \tag{1.6}$$

$$\begin{gathered} \omega_{ij}^{+} = 2\left(2+q\right)^{-1}\left[e_{ij}^{+} + 3s_{ij}\sigma_i^2\rho_D\varphi_1\left(\sigma_i\right)\right] \quad \left(\delta q > 0\right); \\ \omega_{ij}^{-} = e_{ij}^{-}q^{-1} \quad \left(\delta q < 0\right); \quad \sigma_i = \sqrt{3s^{ij}s_{ij}/2}; \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \tfrac{1}{3}\theta, \quad \theta = g_{ij}g^{kl}\varepsilon_{kl}; \\ \varphi_1\left(\sigma_i\right) = F_1\left(\sigma_i - \sigma_1\right) + F\left(\sigma_i + \sigma_1\right) - 1, \quad F_1\left(\sigma_i\right) = \operatorname{erf}\left(\sigma_i/\sqrt{2}\right). \end{gathered} \tag{1.7}$$

Приращение объемной доли мартенситной фазы определяется так [4]

$$\delta q = \frac{\operatorname{sgn}\left(T_S - T_F\right)}{T_S - T_F}\frac{\pi\sqrt{q(1-q)}}{\Delta S}\left[\left(\omega_{\pm}^{ij} + \frac{1+\nu}{E_\Delta}s^{ij}\right)\delta s_{ij} + 3\frac{1-2\nu}{E_\Delta}\sigma\delta\sigma - \Delta S\delta T\right]. \tag{1.8}$$

С учетом (1.3-1.8) приращения шаровой и девиаторной составляющей приращения тензора деформации задаются следующими соотношениями [3,4]

$$\delta\theta \equiv g^{ij}\delta\varepsilon_{ij} = \delta\theta \approx 3\left(1-2\nu\right)E^{-1}\left(q\right)\delta\sigma + 3\alpha(q)\delta T; \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned} \delta e_{ij} = &\left[\frac{1+\nu}{E(q)}\delta_i^m\delta_j^n + \frac{\operatorname{sgn}\left(T_S - T_F\right)}{T_S - T_F}\frac{\pi\sqrt{q(1-q)}}{\Delta S}\omega_{ij}^{+}\left(\omega_{\pm}^{mn} + \frac{1+\nu}{E_\Delta}s^{mn}\right)\right]\delta s_{mn} + \\ &+ \left(T_S - T_F\right)^{-1}\operatorname{sgn}\left(T_S - T_F\right)3\pi\sqrt{q(1-q)}\left(\Delta S E_\Delta\right)^{-1}\left(1-2\nu\right)\omega_{ij}^{\pm}\sigma\delta\sigma + \\ &+ \left[\alpha(q)g_{ij} - \left(T_S - T_F\right)^{-1}\operatorname{sgn}\left(T_S - T_F\right)\pi\sqrt{q(1-q)}\omega_{ij}^{\pm}\right]\delta T. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Здесь и далее $e_{ij}^{\pm}$ – девиаторная часть накопленной в процессе превращения фазовой деформации $\varepsilon_{ij}^{\pm}$; σ, s^{mn}, q – величины, соответствующие некоторому состоянию, достигнутому в процессе термоупругого фазового превращения, $\delta\sigma$,

δs_{mn} – некоторые достаточно малые приращения. Дилатация (1.9) в первом является только упругой и температурной, приращение температуры в рамках однократно связной модели термоупругих фазовых превращений предполагается заданным.

2. ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ БЕЛЬТРАМИ ДЛЯ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ, ПРЕТЕРПЕВАЮЩЕГО ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Уравнения совместности деформаций примем в виде [5]: $\epsilon^{ikl}\epsilon^{jln}\nabla_k\nabla_l\varepsilon_{mn}=0$. Представим деформацию суммой $\varepsilon_{mn}=\varepsilon^0_{mn}+g_{mn}\delta\theta+\delta e_{mn}$, где для накопленной деформации ε^0_{mn} выполняется условие совместности $\epsilon^{ikl}\epsilon^{jln}\nabla_k\nabla_l\varepsilon^0_{mn}=0$; тогда

$$\tfrac{1}{3}\left(g_{ij}\Delta+\nabla_i\nabla_j\right)\delta\theta=g^{kl}\nabla_l\left(\nabla_j\delta e_{ik}+\nabla_i\delta e_{jl}\right)-\Delta\delta e_{ij},\quad \Delta=g_{kl}\nabla_k\nabla_l. \tag{2.1}$$

С учетом (1.9, 1.10) преобразуем соотношения (2.1) к виду обобщенных уравнений Бельтрами относительно приращения девиатора напряжения δs_{ij} (2.2)

$$\begin{aligned}
&(1-2\nu)\left[g_{ij}\Delta\left(E^{-1}(q)\delta\sigma\right)+\nabla_i\nabla_j\left(E^{-1}(q)\delta\sigma\right)\right]+\\
&+\left(T_S-T_F\right)^{-1}\operatorname{sgn}\left(T_S-T_F\right)3\pi(1-2\nu)\left(\Delta S\right)^{-1}\left\{\Delta\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^+_{ij}\sigma^0\delta\sigma\right)-\right.\\
&\left.-\nabla_l\left[\nabla_j\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^{l\cdot+}_{\cdot j}\sigma^0\delta\sigma\right)+\nabla_i\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^{l\cdot+}_{\cdot i}\sigma\delta\sigma\right)\right]\right\}+\\
&+(1+\nu)\left\{\Delta\left(E^{-1}(q)\delta s_{ij}\right)-\nabla_l\left[\nabla_i\left(E^{-1}(q)\delta s^{l\cdot}_{\cdot j}\right)+\nabla_j\left(E^{-1}(q)\delta s^{l\cdot}_{\cdot i}\right)\right]\right\}+\\
&+\pi\left(T_S-T_F\right)^{-1}\operatorname{sgn}\left(T_S-T_F\right)\left\{\Delta\left[\sqrt{q(1-q)}\omega^+_{ij}\left(\omega^{mn}_++\left(1+\nu\right)E^{-1}_\Delta s^{mn}\right)\delta s_{mn}\right]-\right.\\
&-\nabla_l\left[\nabla_i\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^{l\cdot+}_{\cdot j}\left(\omega^{mn}_++\left(1+\nu\right)E^{-1}_\Delta s^{mn}\right)\delta s_{mn}\right)+\right.\\
&\left.\left.+\nabla_j\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^{l\cdot+}_{\cdot i}\left(\omega^{mn}_++\left(1+\nu\right)E^{-1}_\Delta s^{mn}\right)\delta s_{mn}\right)\right]\right\}=-g_{ij}\Delta\left(\alpha(q)\delta T\right)-\\
&-\nabla_i\nabla_j\left(\alpha(q)\delta T\right)+\pi\left(T_S-T_F\right)^{-1}\operatorname{sgn}\left(T_S-T_F\right)\left\{\Delta\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^+_{ij}\delta T\right)-\right.\\
&\left.-\nabla_l\left[\nabla_i\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^{l\cdot+}_{\cdot j}\delta T\right)+\nabla_j\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^{l\cdot+}_{\cdot i}\delta T\right)\right]\right\};
\end{aligned} \tag{2.2}$$

и относительно приращения среднего напряжения $\delta\sigma$:

$$\begin{aligned}
&2\left(1-2\nu\right)\Delta\left(E^{-1}(q)\delta\sigma\right)-\nabla_i\nabla_j\left\{\left(1+\nu\right)E^{-1}\left(q\right)\delta s^{ij}-\right.\\
&\quad-\pi\left(T_S-T_F\right)^{-1}\operatorname{sgn}\left(T_S-T_F\right)\sqrt{q\left(1-q\right)}\left(\Delta S\right)^{-1}\times\\
&\quad\left.\times\omega^{ij}_+\left[\sigma\delta\sigma+\left(\omega^{mn}_++\left(1+\nu\right)E^{-1}_\Delta s^{mn}\right)\delta s_{mn}\right]\right\}=\\
&\quad=-2\Delta\left(\alpha(q)\delta T\right)-\pi\left(T_S-T_F\right)^{-1}\operatorname{sgn}\left(T_S-T_F\right)\nabla_i\nabla_j\left(\sqrt{q(1-q)}\omega^{ij}_+\delta T\right).
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Уравнения совместности (2.2, 2.3) линейны относительно приращений $\delta\sigma$, δs_{mn}, неоднородны и содержат в правых частях несовместности деформаций, порождаемые приращением температуры δT. Переменные коэффициенты уравнений (2.2) и (2.3) содержат функции $q\left(T,\sigma,s_{kl}\right)$, σ, s^{ij}, $\omega^\pm_{ij}\left(e^\pm_{kl},s_{kl}\right)$ и их производные, известные из решения краевой задачи на предыдущем шаге процесса.

3. УРАВНЕНИЯ СОВМЕСТНОСТИ ДЕФОРМАЦИЙ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ОТНОСИТЕЛЬНО ТЕНЗОР-ФУНКЦИИ НАПРЯЖЕНИЯ

Определим тензор $\sigma^{ij} = \epsilon^{ikm}\epsilon^{jln}\nabla_k\nabla_l\phi_{mn}$ через компоненты тензора-функции напряжений ϕ_{pq} [5], тогда $\sigma = \Delta\phi - \frac{1}{3}\nabla_p\nabla_q\phi^{pq}$, $\phi = \frac{1}{3}g^{pq}\phi_{pq}$, и с учетом $s^{ij} = \sigma^{ij} - g^{ij}\sigma$ постановка задачи о деформировании сплава с памятью, претерпевающего термоупругие фазовые превращения, сводится к уравнениям совместности (2.2) относительно приращений скаляра $\delta\phi$ и тензора $\delta\phi_{mn}$ в следующем виде

$$\begin{aligned}
&\nabla_k\nabla_l\Big\{\Big[(1-2\nu)E^{-1}(q)\left(g^{kl}g_{ij}+\delta_i^k\delta_j^l\right)+3\pi(\Delta S)^{-1}(T_F-T_S)^{-1}\operatorname{sgn}(T_F-T_S)\times\\
&\times\sqrt{q(1-q)}\left(g^{kl}\omega_{ij}^{\pm}-\delta_i^k\omega_j^{l\pm}-\delta_j^k\omega_i^{l\pm}\right)\Big]\left(\Delta\delta\phi-\tfrac{1}{3}\nabla_p\nabla_q\delta\phi^{pq}\right)+\\
&+(1+\nu)E^{-1}(q)\left(g^{kl}\delta_i^m\delta_j^n-g^{lm}\delta_i^k\delta_j^n-g^{ln}\delta_j^k\delta_i^m\right)+\pi(\Delta S)^{-1}(T_F-T_S)^{-1}\times\\
&\times\operatorname{sgn}(T_F-T_S)\sqrt{q(1-q)}\left(g^{kl}\omega_{ij}^{\pm}-\delta_i^k\omega_j^{l\pm}-\delta_j^k\omega_i^{l\pm}\right)\left(\omega_{\pm}^{mn}+(1+\nu)E_{\Delta}^{-1}s^{mn}\right)\Big]\times\\
&\times\Big[2g_{mn}\left(\Delta\delta\phi-\tfrac{1}{3}\nabla_p\nabla_q\delta\phi^{pq}\right)-\Delta\delta\varphi_{mn}-3\nabla_m\nabla_n\delta\phi+\\
&+g^{pq}\nabla_p\left(\nabla_m\delta\phi_{qn}+\nabla_n\delta\phi_{mq}\right)\Big\}=-g_{ij}\Delta\left(\alpha(q)\delta T\right)-\nabla_i\nabla_j\left(\alpha(q)\delta T\right)+\\
&+\pi(T_S-T_F)^{-1}\operatorname{sgn}(T_S-T_F)\nabla_k\nabla_l\left[\left(g^{kl}\omega_{ij}^{+}-\delta_i^k\omega_j^{l\pm}-\delta_j^k\omega_i^{l\pm}\right)\sqrt{q(1-q)}\omega_{\cdot i}^{l\cdot+}\delta T\right];
\end{aligned}\tag{3.1}$$

Здесь $\sigma = \sigma\left(\phi_{pq}\right)$, $s_{mn} = s_{mn}\left(\phi_{pq}\right)$. Уравнение (2.3) приводится к виду (3.2)

$$\begin{aligned}
&\nabla_k\nabla_l\Big\{\Big[2(1-2\nu)E^{-1}(q)g^{kl}-\pi(T_S-T_F)^{-1}\operatorname{sgn}(T_S-T_F)\sqrt{q(1-q)}(\Delta S)^{-1}\times\\
&\times\sigma\omega_{\pm}^{kl}\Big]\left(\Delta\delta\phi-\tfrac{1}{3}\nabla_p\nabla_q\delta\phi^{pq}\right)-\Big[(1+\nu)E^{-1}(q)g^{km}g^{ln}-\pi(T_S-T_F)^{-1}\times\\
&\times\operatorname{sgn}(T_S-T_F)\sqrt{q(1-q)}(\Delta S)^{-1}\omega_{+}^{kl}\left(\omega_{+}^{mn}+(1+\nu)E_{\Delta}^{-1}s^{mn}\right)\Big]\delta s_{mn}\Big\}=\\
&=-2\Delta\left(\alpha(q)\delta T\right)-\pi(T_S-T_F)^{-1}\operatorname{sgn}(T_S-T_F)\nabla_k\nabla_l\left(\sqrt{q(1-q)}\omega_{+}^{kl}\delta T\right).
\end{aligned}\tag{3.2}$$

Статические краевые условия, соответствующие (3.1), (3.2), аналогичны принимаемым в теории упругости. Формулировка кинематических краевых условий при постановке задачи о деформировании сплава с памятью при фазовых превращениях в приращениях напряжений требует дополнительного изучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в рамках однократно связной модели термоупругих фазовых превращений впервые получены линейные инкрементальные уравнения совместности в обобщенной форме Бельтрами для сплава с памятью формы относительно приращений шарового тензора и девиатора напряжения, а также линейные инкрементальные уравнения совместности относительно компонентов приращения тензор-функции напряжения, не требующие обращения инкрементальных определяющих соотношений. Постановки задач в напряжениях могут быть использованы в задачах о потере устойчивости тривиального равновесного состояния тонкостенными элементами с памятью [3,4,6,7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Мовчан А.А., Казарина С.А. *Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач* // Физич. мезомеханика. – 2012. – Т.15. – №1. – С.105-116.
2. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. *Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы* // Изв. РАН. МТТ. – 2011. – №2. – С.44-56.
3. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions* // IFAC Papers Online. – 2018. – Vol.51. – No.2. – Pp.873-878.
4. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Abnormal Buckling of Thin-Walled Bodies with Shape Memory Effects Under Thermally Induced Phase Transitions* // Advanced Structured Materials. – 2019. – Vol.110. – Pp.493-524.
5. Лурье А.И. *Теория упругости*. – М: Наука, 1970. – 940 с.
6. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Потеря устойчивости круглой пластины из сплава с памятью формы, вызванная обратным термоупругим мартенситным превращением* // Изв. РАН. МТТ. – 2008. – №1. – С.117-130.
7. Сильченко Л.Г., Мовчан И.А. *Устойчивость цилиндрической оболочки из сплава с памятью формы при сжатии и кручении* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. – Т.15. – №4. – С.489-496.

REFERENCES

1. Movchan A.A., Kazarina S.A. *Shape memory materials as an object of solid state mechanics: Experimental study, constitutive relations, solution of boundary value problems.* Phys. Mesomechanics, 2012, Vol.15, No.3-4, Pp.214-223.
2. Movchan A.A., Silchenko L.G., Silchenko T.L. *Taking account of the martensite inelasticity in the reverse phase transformation in shape memory alloys.* Mech. Solids, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
3. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions.* IFAC Papers Online, 2018, Vol.51, No.2, Pp.873-878.
4. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Abnormal Buckling of Thin-Walled Bodies with Shape Memory Effects Under Thermally Induced Phase Transitions.* Advanced Structured Materials, 2019, Vol.110, Pp.493-524.
5. Lurie A.I. *Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]*. Moskva, Nauka, 1970, 940 p.
6. Movchan A.A., Silchenko L.G. *Buckling of a circular plate made of a shape memory alloy due to a reverse thermoelastic martensite transformation*. Mech. Solids, 2008, Vol.43, No.1, Pp.100-111.
7. Silchenko L.G., Movchan I.A. *Ustojchivost' tsilindricheskoj obolochki iz splava s pamyat'yu formy pri szhatii i kruchenii [Buckling of the cylindrical shell from the shape memory alloy at compression and torsion]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2009, Vol.15, No.4, Pp.489-496.

Поступила в редакцию 20 августа 2020 года.

Сведения об авторе:

Жаворонок Сергей Игоревич – с.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия, e-mail: zhavor71@mail.ru