

УДК 539.3

DOI 10.33113/mkmk.ras.2021.27.01.125\_142.09

## АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ ВОЛОКНИСТЫХ КОМПОЗИТОВ, МОДИФИЦИРОВАННЫХ РАЗЛИЧНЫМИ НАНОВОЛОКНАМИ, В СЛУЧАЕ ЧИСТОГО СДВИГА ВДОЛЬ ВОЛОКНА\*

Кривень Г.И.<sup>1</sup>, Лыкосова Е.Д.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный  
исследовательский университет)», г. Москва, Россия

<sup>2</sup>ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

### АННОТАЦИЯ

В работе рассматривается волокнистый композит, волокна которого на поверхности содержат специальные слои, образованные вискерсами. Наличие вискерсов приводит к увеличению прочности композитного материала при продольном сдвиге. Традиционно такой композит состоит из трех фаз – волокна, межфазного вискеризованного слоя и матрицы. Исследуются модифицированные композиты, состоящие из двух фаз – волокна и межфазного вискеризованного слоя, выступающего в роли связующего. Рассматривается два типа волокнистых композитов с эпоксидным связующим, в первом базовым волокном является углеродное волокно IM7 с вискеризованным слоем из окиси цинка, а во втором – углеродное волокно T650 с вискеризованным слоем из УНТ. В обоих случаях длина и диаметр вискерсов подобраны таким образом, чтобы обеспечить максимальное объемное содержание вискерсов в вискеризованном слое. Для модифицированного композита, нагруженного продольным сдвигом, проводятся расчеты напряженно-деформированного состояния в каждой из фаз и расчеты эффективных свойств. Исследуется деформированное состояние в вискеризованном слое и матрице, проводится сравнительный анализ с деформированным состоянием аналогичного классического композита. Поля деформаций модифицированных и классических композитов определялись в условиях эквивалентности силового нагружения. Результаты исследования показали, что модифицированные композиты способны выдерживать нагрузку существенно превышающую нагрузку, выдерживаемую аналогичными классическими композитами. Это позволяет судить об увеличении прочности модифицированных композитов с вискеризованными волокнами по сравнению с аналогичными классическими композитами в случае чистого сдвига вдоль волокон. В то же время в работе показано, что с точки зрения прочности и эффективных свойств, вискеризация композита микроволокнами из окиси цинка оказывается предпочтительнее по сравнению с вискеризацией композита более жесткими УНТ.

**Ключевые слова:** модифицированные волокнистые композиты; нановолокна; вискерсы; метод трех фаз; метод Эшелби; эффективные свойства; прочность

## STRENGTH ANALYSIS OF FIBER COMPOSITES MODIFIED WITH VARIOUS NANOFIBERS IN THE CASE OF PURE SHEAR ALONG THE FIBER

Kriven G.I.<sup>1</sup>, Lykosova E.D.<sup>2</sup>

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта №21-38-70008.

## ABSTRACT

The paper considers a fiber composite, the fibers of which on the surface contain special layers formed by whiskers. The presence of whiskers leads to an increase in the strength of the composite material during longitudinal shear. Traditionally, such a composite consists of three phases: a fiber, an interfacial whiskerized layer, and a matrix. There are investigated the modified composites consisting of two phases - fiber and an interfacial whiskerized layer acting as a binder. Two types of fiber composites with an epoxy binder are considered, in the first, the base fiber is IM7 carbon fiber with a whiskerized zinc oxide layer, and in the second, the base fiber is T650 carbon fiber with a whiskerized CNT layer. In both cases, the length and diameter of the whiskers are selected in such a way as to ensure the maximum volumetric content of whiskers in the whiskerized layer. For a modified composite loaded with longitudinal shear, calculations of the stress-strain state in each of the phases and calculations of effective properties are carried out. The deformed state in the whiskerized layer and the matrix is investigated, and a comparative analysis with the deformed state of a similar classical composite is carried out. The deformation fields of the modified and classical composites were determined under the conditions of the equivalence of force loading. The results of the study showed that the modified composites are able to withstand the load significantly exceeding the load that can be withstood by similar classical composites. This makes it possible to judge the increase in the strength of modified composites with whiskerized fibers in comparison with similar classical composites in the case of pure shear along the fibers. At the same time, it was shown in the work that from the point of view of strength and effective properties, the whiskering of the composite by microfibers made of zinc oxide is more preferable than the whiskering of the composite by the more rigid CNTs.

**Keywords:** modified fiber composites; nanofibers; whiskers; three-phase method; Eshelby method; effective properties; strength

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно развиваются технологии изготовления модифицированных волокнистых композитов, в которых, для улучшения межфазных адгезионных свойств, увеличения площади поверхности волокна, способствующей более эффективной передачи нагрузок между волокнами и матрицей, и, как следствие, повышения сдвиговой прочности, на круговой поверхности углеродных волокон выращиваются специальные наноструктуры. Наноструктуры представляют собой нановолокна (вискерсы) – нанопроволоки [1-3] и углеродные нанотрубки (волокна «Фуззи») [4-6]. Авторы работ [2-3], предлагающие на поверхности углеродных волокон выращивать нанопроволки ZnO, описывают область, содержащую нанопроволоки и матрицу как межфазный слой между волокном и матрицей, а также два интерфейса – волокно-ZnO и ZnO-матрица. Эти интерфейсы по сравнению с начальным интерфейсом волокно-матрица обладают более высокой прочностью. Сообщалось, что интерфейс волокно-ZnO имеет лучшую адгезионную прочность, чем интерфейс волокно-матрица, а интерфейс ZnO-матрица обеспечивает лучшее адгезионное взаимодействие, не только за счет лучшей адгезии, но также и из-за большей поверхности контакта. Поэтому композит на их основе становится более прочным материалом. Как отмечается в работе [3] межфазная сдвиговая прочность волокнистого композита, модифицированного нанопроволокой ZnO, возрастает

до 228% и варьируется от 45,72 МПа до 154,64 МПа. Испытания, проведенные авторами работы [7] показали, что вискеризация волокна углеродными нанотрубками (УНТ) приводит к увеличению межфазной прочности композитного материала при продольном сдвиге на 206% по сравнению с классическим волокнистым композитом. Аналогичные испытания, проведенные авторами работ [8-9] показали увеличение межфазной прочности у вискеризованных композитов по сравнению с классическими композитами на 175% и 150% соответственно. Авторы работы [6] провели испытания на определение продольной и поперечной прочностей сжатия, и показали, что продольная прочность вискеризованного композита увеличивается на 43% по сравнению с классическим композитом, а поперечная прочность в свою очередь увеличивается на 94%. Таким образом, практическая реализация этих идей привела к созданию нового класса современных многофункциональных композитов.

Создание любого композитного материала ограничено конструкционной и технологической возможностями [10]. Под конструкционной возможностью понимают способность материала выдерживать прикладываемую нагрузку и способность сохранять работоспособность при заданных условиях эксплуатации. Под технологической возможностью понимают наличие техники и технологии, позволяющих получить спроектированный материал. В то же время, работоспособность композита обеспечивается как правильным выбором исходных компонентов, так и рациональной технологией производства, обеспечивающей прочную связь между компонентами при сохранении их первоначальных свойств. Так вискеризованные покрытия часто оказывались неоднородными и слоистыми в силу технологических причин, а механические процессы, которые порождали микровискерсы на поверхности углеродных волокон, существенно уменьшали прочность на растяжение базовых волокон, и поэтому, прочность композитов в направлении армирования значительно уменьшалась [4]. После первых, не очень удачных результатов, в этой области, исследования в рамках подобных технологий в течение достаточно долгого периода были приостановлены.

В последние 10-15 лет исследования процессов вискеризации углеродных волокон возобновились на основе новых технологий. Например, для производства волокна, с выращенными на его поверхности УНТ, именуемые «fuzzy fibers», Штейнер и др. [11] недавно предложили новые методики, позволяющие избежать повреждения базового волокна, связанного с высокой температурой, используемой в процессах выращивания нанотрубок.

Первоначально, для моделирования подобных композитов использовалась модель модифицированной матрицы [12], которая не имела принципиальных отличий от расчетных моделей упругих характеристик материалов, и не позволяла учесть (кроме объемной доли вискерсов) геометрические характеристики (длину и диаметр) и плотность вискерсов в композите. В настоящее время, существуют несколько аналитических моделей, позволяющих учесть влияние характеристик вискерсов на эффективные механические свойства волокнистых композитов. В работах [13-15] с использованием метода комплексного потенциала исследовалось влияние плотности вискерсов на эффективные упругие свойства углеродного волокнистого композита с четырьмя слоями – базовое волокно, покрытие, вискеризованный межфазный слой и матрица. Для моделирования свойств Фуззи-волокнистого композита в работе [16] использовали метод Мори-Танака. Ту же композитную систему исследовали в работе [17] с помощью комбинационных методов двух фаз и трех фаз. В работах [18-19] на основе метода

трех фаз был предложен метод исследования эффективных свойств многофункциональных композитов, учитывающий одновременно эффект плотности, диаметра, длины, объемной доли и свойства вискерсов в межфазном слое. Этот метод был развит в работах, в которых было показано, что в зависимости от вида нагружения прочность композитов с вискеризованным межфазным слоем может контролироваться либо прочностью волокна, либо прочностью вискеризованного межфазного слоя [20-21]. Позже в работе [22] был предложен аналитический метод оценки прочности модифицированных композитов с вискеризованными волокнами в зависимости от вида нагружения, позволяющий учитывать геометрические и физические характеристики всех элементов структуры композита (волокна, вискерсов, матрицы).

В настоящей работе исследуется напряженно-деформированное состояние двух видов композиционных материалов, состоящих из двух фаз (волокна и вискеризованного межфазного слоя) в случае чистого сдвига вдоль волокон, и аналогичных классических композитов, состоящих также из двух фаз – волокна и матрицы. Первый из композиционных материалов имеет следующие два слоя: 1) твердое базовое углеродное волокно марки Т-650, 2) вискеризованный межфазный слой, который состоит из углеродных нанотрубок, контактирующих с эпоксидной матрицей. Второй из композиционных материалов имеет следующие два слоя: 1) твердое базовое углеродное волокно марки IM7, 2) вискеризованный межфазный слой, который состоит из нанопроволок оксида цинка, контактирующих с эпоксидной матрицей. Рассматриваемые волокнистые композиты нагружаются одной и той же нагрузкой с единичной амплитудой.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Вискеризованные волокнистые композиты являются многофазными структурами, в которых вискеризованный межфазный слой является нанокомпозитом, состоящим из вискерсов и матрицы (рис.1). Механические свойства этого слоя зависят от нескольких параметров вискерсов – плотность (количество), длина, диаметр, ориентация и тип материала.

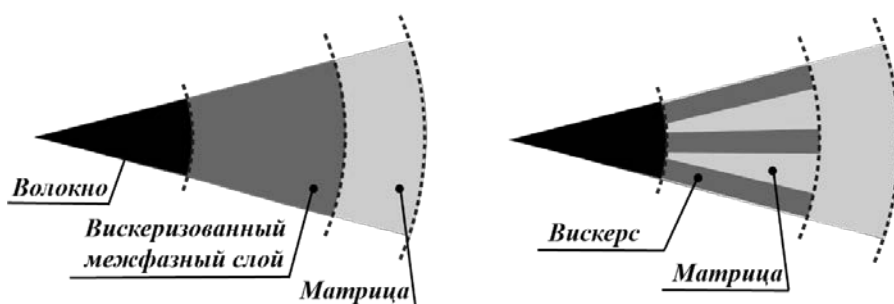


Рис.1. Схема вискеризованного волокнистого композита.

Традиционно композиты с вискеризованными волокнами рассматриваются как композиты, состоящие из трех фаз – волокна, вискеризованного межфазного слоя и матрицы. В работе [22] было показано, что модифицированный композит, в котором вискеризованный межфазный слой заполняет весь объем между волокнами, значительно повышает несущую способность классического композита при нагружении композита чистым сдвигом вдоль волокна. В качестве конкретного примера в работе [22] рассматривался однонаправленный вискеризованный

волокнистый композит, состоящий из углеродных волокон марки Т-650, вискеризованных УНТ длиной 2 мкм, и принималось, что средняя объемная доля вискерсов в вискеризованном межфазном слое составляет 30%.

В предложенной работе будет рассмотрено два вида вискеризованных композитов, в которых вискеризованный межфазный слой заполняет весь объем между волокнами. Физические и геометрические характеристики рассматриваемых композитов приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1.

	Композит 1		
	Базовое Волокно	Вискерс	Матрица
	Т-650	УНТ	Эпоксидная
Размеры			
Диаметр (мкм)	5	0,00051 – 0,00085	—
Длина (мкм)	—	1 – 2	—
Свойства			
Продольный модуль Юнга, $E_L$ (ГПа)	241	1100	3
Поперечный модуль Юнга, $E_T$ (ГПа)	14,5	—	—
Модуль продольного сдвига, $\mu_L$ (ГПа)	22,8	—	—
Модуль поперечного сдвига, $\mu_T$ (ГПа)	4,8	—	—
Коэффициент Пуассона, $\nu_{LT}$	0,27	0,14	0,3

Таблица 2.

	Композит 2		
	Базовое Волокно	Вискерс	Матрица
	IM7	Оксид Цинка	Эпоксидная
Размеры			
Диаметр (мкм)	5,2	0,05 – 0,2	—
Длина (мкм)	—	0,2 – 2	—
Свойства			
Продольный модуль Юнга, $E_L$ (ГПа)	256,76	140	2,5 – 3,0
Поперечный модуль Юнга, $E_T$ (ГПа)	25,51	—	—
Модуль продольного сдвига, $\mu_L$ (ГПа)	22,06	—	—
Модуль поперечного сдвига, $\mu_T$ (ГПа)	9,25	—	—
Коэффициент Пуассона, $\nu_{LT}$	0,289	0,35	0,25 – 0,38

Объемное содержание вискерсов в вискеризованном межфазном слое считается максимальным и определяется по формуле

$$c_b = \frac{M_b^2 d_b^2}{4\pi(l_b + D)D} \quad (1)$$

где  $M_b$  – максимальное число вискерсов, выращенных на поверхности волокна  $M_b^{\max} = \pi D/d_b$ ,  $D$  – диаметр базового волокна;  $d_b$  – диаметр вискерса,  $l_b$  – длина вискерса.

Для определения напряженно-деформированного состояния композиционных материалов, армированных вискеризованными волокнами, использовался метод трех фаз, расширенный на многофазную среду [18]. На рис.2 представлены ячейки вискеризованного волокнистого композита и его эффективного композита. При моделировании эффективных свойств таких композитов, мы считаем, что волокнистый композит с точки зрения эффективных свойств является трансверсально-изотропной структурой с плоскостью изотропии поперек волокна. Кроме того, принято, что вискеризованные межфазные слои в матрице не пересекаются друг с другом, и вискерсы выращены перпендикулярно к поверхности базового волокна. Поэтому эффективные свойства межфазного слоя обладают свойствами цилиндрической трансверсально изотропии, с осью, совпадающей с радиальной координатой (направлением вискерсов на поверхности волокон).

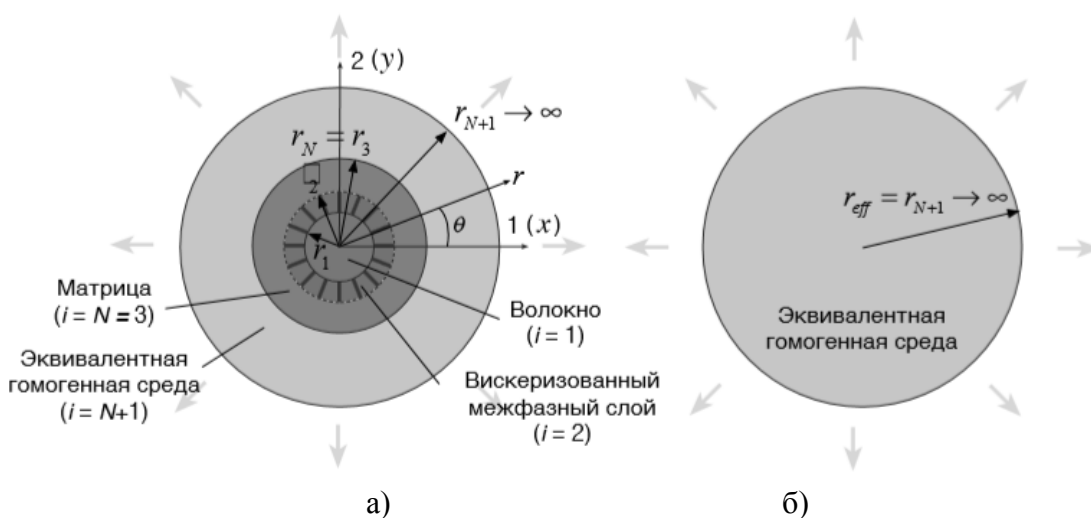


Рис.2. а) Ячейка вискеризованного волокнистого композита, б) ячейка эффективного композита (гомогенизированный композит).

## 2 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ЧИСТОМ СДВИГЕ ВДОЛЬ ВОЛОКНА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО МОДУЛЯ ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА

Для определения напряжения и деформаций в фазах вискеризованного волокнистого композита на первом этапе определяются модуль продольного сдвига  $\mu_{12}^{eff}$ , объемный модуль плоской деформации  $K_{23}^{eff}$  и модуль поперечного сдвига  $\mu_{23}^{eff}$  вискеризованного межфазного слоя по известным формулам метода трех фаз, приведенных в работе [18] для двухфазного композита

$$\frac{\mu_{12}^{eff}}{\mu_m} = \frac{\mu_b(1+c_b) + \mu_m(1-c_b)}{\mu_b(1-c_b) + \mu_m(1+c_b)}, \quad (2)$$

$$K_{23}^{eff} = k_m + \frac{\mu_m}{3} + \frac{c_b}{1 / \left( k_b - k_m + \frac{1}{3}(\mu_b - \mu_m) \right) + (1-c_b)/(k_m + 4\mu_m/3)}. \quad (3)$$

где  $c_b$  – объемная доля включения (вискерсов) в межфазном слое,  $\nu_b$  – коэффициент Пуассона вискерса,  $\nu_m$  – коэффициент Пуассона матрицы,  $\mu_b$  –

модуль сдвига вискерса,  $\mu_m$  – модуль сдвига матрицы,  $k_b$  – объемный модуль вискерса,  $k_m$  – объемный модуль матрицы.

Модуль поперечного сдвига  $\mu_{23}^{eff}$  определяется как действительный корень уравнения

$$A \left( \frac{\mu_{23}^{eff}}{\mu_m} \right)^2 + 2B \left( \frac{\mu_{23}^{eff}}{\mu_m} \right) + C = 0, \tag{4}$$

где  $\eta = 3 - 4\nu$  и

$$\begin{aligned} A &= 3c_b (1 - c_b)^2 \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - \eta_b \right) + \\ &+ \left[ \frac{\mu_b}{\mu_m} \eta_m + \eta_b \eta_m - \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} \eta_m - \eta_b \right) c_b^3 \right] \left[ c_b \eta_m \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - 1 \right) - \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} \eta_m + 1 \right) \right], \\ B &= -3c_b (1 - c_b)^2 \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} + \eta_b \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \eta_m \frac{\mu_b}{\mu_m} + \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - 1 \right) c_b + 1 \right] \left[ (\eta_m - 1) \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} + \eta_b \right) - \right. \\ &\left. - 2 \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} \eta_m - \eta_b \right) c_b^3 \right] + \frac{c_b}{2} (\eta_m + 1) \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - 1 \right) \left[ \frac{\mu_b}{\mu_m} + \eta_b + \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} \eta_m - \eta_b \right) c_b^3 \right], \\ C &= 3c_b (1 - c_b)^2 \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - 1 \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} + \eta_b \right) + \\ &+ \left[ \eta_m \frac{\mu_b}{\mu_m} + \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} - 1 \right) c_b + 1 \right] \left[ \frac{\mu_b}{\mu_m} + \eta_b + \left( \frac{\mu_b}{\mu_m} \eta_m - \eta_b \right) c_b^3 \right]. \end{aligned}$$

В задаче чистого сдвига в направлении вдоль волокон (рис.3) предполагается, что ось волокон направлена вдоль оси  $z$  (оси 3) в цилиндрической системе координат.

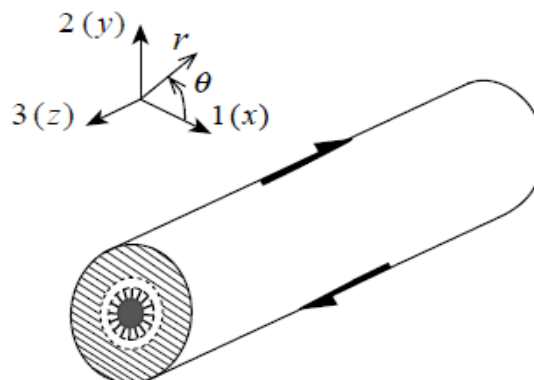


Рис.3. Задача чистого сдвига вдоль волокон.

Полагаем, что вне ячейки задано однородное поле деформаций  $\varepsilon_0$  и перемещения на бесконечности имеют вид  $u_z(r, \theta) = 2\varepsilon_0 r \cos \theta$ . При этом

возникают только перемещения вдоль волокон, зависящие от радиуса и угла, а угловые и радиальные перемещения равны нулю

$$u_z^{(i)}(r, \theta) \neq 0, \quad u_r^{(i)} = u_\theta^{(i)} = 0. \quad (5)$$

Закон Гука в матричном виде для ортотропного материала в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{rr} & C_{r\theta} & C_{rz} & 0 & 0 & 0 \\ C_{r\theta} & C_{\theta\theta} & C_{\theta z} & 0 & 0 & 0 \\ C_{rz} & C_{\theta z} & C_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{\theta z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{rz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{r\theta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} \\ \varepsilon_{\theta\theta} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{\theta z} \\ 2\varepsilon_{rz} \\ 2\varepsilon_{r\theta} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Введем для простоты обозначение  $u_z(r, \theta) = u_z$  и по соотношениям деформации Коши получаем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad 2\varepsilon_{\theta z} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta}, \\ 2\varepsilon_{rz} &= \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial r}, \quad \varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon_{r\theta} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

и с помощью закона Гука (6) вместе с соотношениями (7) получаем определение не равных нулю компонент напряжений через перемещения

$$\sigma_{\theta z} = G_{\theta z} 2\varepsilon_{\theta z} = G_{\theta z} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \right), \quad (8)$$

$$\sigma_{rz} = G_{rz} 2\varepsilon_{rz} = G_{rz} \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} \right). \quad (9)$$

Напряжения  $\sigma_{\theta z}$ ,  $\sigma_{rz}$  должны удовлетворять уравнению равновесия, которое записывается в цилиндрической системе координат

$$\frac{\partial \sigma_{rz}^{(i)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}^{(i)}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rz}^{(i)}}{r} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(i)}}{\partial z} = 0. \quad (10)$$

Остальные уравнения равновесия выполняются тождественно.

Запишем уравнения равновесия (10) в перемещениях, учитывая соотношения (8-9)

$$r^2 u_z''(r) + r u_z'(r) + \lambda^2 u_z''(\theta) = 0, \quad (11)$$

где  $\lambda = \sqrt{G_{\theta z}/G_{rz}}$ .

Решение дифференциального уравнения (11) имеет вид

$$\begin{aligned} u_z(r, \theta) &= (A_1 r^\lambda + A_2 r^{-\lambda}) B_1 \cos \theta = \\ &= (A_1 B_1 r^\lambda + A_2 B_1 r^{-\lambda}) \cos \theta, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $A_1, A_2, B_1$  – константы.

Окончательно решение  $u_z(r, \theta)$  представим в виде

$$u_z(r, \theta) = (D_1 r^\lambda + D_2 r^{-\lambda}) \cos \theta, \quad (13)$$



где  $\lambda = \sqrt{G_{\theta z} / G_{rz}}$ .

Таким образом с учетом (13) поля перемещений ортотропных фаз в этой задаче принимают вид

$$u_z^{(i)}(r, \theta) = \left( D_1^{(i)} r^{\lambda(i)} + D_2^{(i)} r^{-\lambda(i)} \right) \cos \theta, \quad (14)$$

где  $D_1^{(i)}, D_2^{(i)}$  – неизвестные константы, которые определяются из граничных условий;  $\lambda_{(i)} = \sqrt{C_{\theta\theta}^{(i)} / C_{rr}^{(i)}}$  – константы. Следовательно, используя соотношения малых деформаций, можно записать поля деформаций ортотропных фаз в виде

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_{\theta z}^{(i)}(r, \theta) &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( D_1^{(i)} r^{\lambda(i)} + D_2^{(i)} \frac{1}{r^{\lambda(i)}} \right) \cos \theta \right] = \\ &= \left( D_1^{(i)} r^{\lambda(i)} + D_2^{(i)} \frac{1}{r^{\lambda(i)}} \right) (-\sin \theta), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_{rz}^{(i)}(r, \theta) &= \frac{\partial u_z}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \left( D_1^{(i)} r^{\lambda(i)} + D_2^{(i)} \frac{1}{r^{\lambda(i)}} \right) \cos \theta \right] = \\ &= \left( \lambda_{(i)} D_1^{(i)} r^{\lambda(i)-1} + (-\lambda) D_2^{(i)} r^{-\lambda(i)-1} \right) \cos \theta. \end{aligned} \quad (16)$$

Найдем выражения для напряжений в каждой фазе композита. Учтем, что волокно (фаза 1) считается трансверсально изотропным с осью симметрии, направленной вдоль оси волокна, межфазный слой является трансверсально-изотропной средой с осью симметрии, направленной вдоль оси вискерса, а матрица является изотропной.

В результате получим, что напряжения в каждой фазе определяются формулами

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr}^{(1)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(1)} \\ \sigma_{zz}^{(1)} \\ \sigma_{\theta z}^{(1)} \\ \sigma_{rz}^{(1)} \\ \sigma_{r\theta}^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{(1)} & C_{12}^{(1)} & C_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^{(1)} & C_{11}^{(1)} & C_{13}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^{(1)} & C_{13}^{(1)} & C_{33}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}^{(1)} - C_{12}^{(1)}}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^{(1)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(1)} \\ \varepsilon_{zz}^{(1)} \\ 2\varepsilon_{\theta z}^{(1)} \\ 2\varepsilon_{rz}^{(1)} \\ 2\varepsilon_{r\theta}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr}^{(2)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(2)} \\ \sigma_{zz}^{(2)} \\ \sigma_{\theta z}^{(2)} \\ \sigma_{rz}^{(2)} \\ \sigma_{r\theta}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{(2)} & C_{12}^{(2)} & C_{12}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^{(2)} & C_{22}^{(2)} & C_{23}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^{(2)} & C_{23}^{(2)} & C_{22}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22}^{(2)} - C_{23}^{(2)}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^{(2)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(2)} \\ \varepsilon_{zz}^{(2)} \\ 2\varepsilon_{\theta z}^{(2)} \\ 2\varepsilon_{rz}^{(2)} \\ 2\varepsilon_{r\theta}^{(2)} \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr}^{(3)} \\ \sigma_{\theta\theta}^{(3)} \\ \sigma_{zz}^{(3)} \\ \sigma_{\theta z}^{(3)} \\ \sigma_{rz}^{(3)} \\ \sigma_{r\theta}^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^{(3)} & C_{12}^{(3)} & C_{12}^{(3)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^{(3)} & C_{11}^{(3)} & C_{12}^{(3)} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^{(3)} & C_{12}^{(3)} & C_{11}^{(3)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}^{(3)} - C_{12}^{(3)}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}^{(3)} - C_{12}^{(3)}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}^{(3)} - C_{12}^{(3)}}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^{(3)} \\ \varepsilon_{\theta\theta}^{(3)} \\ \varepsilon_{zz}^{(3)} \\ 2\varepsilon_{\theta z}^{(3)} \\ 2\varepsilon_{rz}^{(3)} \\ 2\varepsilon_{r\theta}^{(3)} \end{pmatrix} \quad (19)$$

Напряжения в эквивалентной гомогенной среде, в силу того, что эквивалентная гомогенная среда, также, как и первая фаза модифицированного композита, обладает трансверсально-изотропными свойствами по оси симметрии, направленной вдоль базового волокна, определяются формулой (17).

В случае изотропной или трансверсально-изотропных сред с осью симметрии, направленной вдоль волокон материальные константы равны

$$\lambda_{(i)} = \sqrt{G_{\theta z}^{(i)} / G_{rz}^{(i)}} = \sqrt{C_{44}^{(i)} / C_{55}^{(i)}} = 1, \quad (20)$$

так как в этом случае, исходя из законов Гука имеются равенства

$$G_{\theta z} = G_{rz} \quad \text{или} \quad C_{44}^{(i)} = C_{55}^{(i)}. \quad (21)$$

С учетом соотношений для деформаций (15-16) выражения для определения напряжений в каждой из фаз приобретают явную форму как функции от координаты  $r$  и зависят от констант  $D_1^{(1)}, D_2^{(1)}, D_1^{(2)}, D_2^{(2)}, D_1^{(3)}, D_2^{(3)}, D_1^{(N+1)}, D_2^{(N+1)}$ .

Формулы для определения независимых компонент  $C_{ij}^{(i)}$  в силу громоздкости приведены в статье [20].

Неизвестные константы  $D_1^{(1)}, D_2^{(1)}, D_1^{(2)}, D_2^{(2)}, D_1^{(3)}, D_2^{(3)}, D_1^{(N+1)}, D_2^{(N+1)}$  находятся из условий:

– условия несингулярности напряжений в центре волокна ( $r = 0$ ) для фазы 1

$$D_2^{(1)} = 0; \quad (22)$$

– условия непрерывности перемещений и напряжений на границах идеального контакта фаз

$$u_z^{(i)}(r_i, \theta) = u_z^{(i+1)}(r_i, \theta), \quad (23)$$

$$\sigma_{rz}^{(i)}(r_i, \theta) = \sigma_{rz}^{(i+1)}(r_i, \theta), \quad (i = 1, 2, \dots, N);$$

– внешнего граничного условия на бесконечности ( $r_{N+1} \rightarrow \infty$ )

$$u_z^{N+1}(r_{N+1}) = 2\varepsilon_0 r_{N+1} \cos \theta, \quad (24)$$

– условия энергетического взаимодействия по поверхности на контакте ( $r = r_N$ )

$$\int_S (\sigma_{rz}^{N+1} u_r^{eff} - \sigma_{rz}^{eff} u_z^{N+1})_{r=r_N} dS = 0, \quad (25)$$

где  $u_z^{eff}(r, \theta) = D_1^{eff} r \cos \theta$ ,

$\sigma_{rz}^{eff}(r, \theta) = \mu_{23}^{N+1} D_1^{eff} \cos \theta$ ,

$\mu_{23}^{N+1}$  – эффективный модуль продольного сдвига.

Таким образом получаем следующие выражения для определения напряжений и деформаций в каждой из фаз модифицированных вискеризованных композитов

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rz}^1(r, \theta) &= C_{55}^1 D_1^1 \cos \theta, \\
 \sigma_{rz}^2(r, \theta) &= C_{55}^2 (\lambda_2 D_1^2 r^{\lambda_2-1} - \lambda_2 D_2^2 r^{-\lambda_2-1}) \cos \theta, \\
 \sigma_{\theta z}^1(r, \theta) &= -C_{44}^1 D_1^1 \cos \theta, \\
 \sigma_{\theta z}^2(r, \theta) &= -C_{55}^2 (D_1^2 r^{\lambda_2-1} + D_2^2 r^{-\lambda_2-1}) \cos \theta, \\
 \varepsilon_{rz}^1(r, \theta) &= 1/2 D_1^1 \cos \theta, \\
 \varepsilon_{rz}^2(r, \theta) &= 1/2 (\lambda_2 D_1^2 r^{\lambda_2-1} - \lambda_2 D_2^2 r^{-\lambda_2-1}) \cos \theta, \\
 \varepsilon_{\theta z}^1(r, \theta) &= -1/2 D_1^1 r \cos \theta, \\
 \varepsilon_{\theta z}^2(r, \theta) &= -1/2 (D_1^2 r^{\lambda_2} + D_2^2 r^{-\lambda_2}) \cos \theta.
 \end{aligned} \tag{26}$$

и классических композитов

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rz}^1(r, \theta) &= C_{55}^1 D_1^1 \cos \theta, \\
 \sigma_{rz}^3(r, \theta) &= C_{55}^3 (D_1^3 - D_2^3 r^{-2}) \cos \theta, \\
 \sigma_{\theta z}^1(r, \theta) &= -C_{44}^1 D_1^1 \cos \theta, \\
 \sigma_{\theta z}^3(r, \theta) &= -C_{55}^3 (D_1^3 + D_2^3 r^{-2}) \cos \theta, \\
 \varepsilon_{rz}^1(r, \theta) &= 1/2 D_1^1 \cos \theta, \\
 \varepsilon_{rz}^3(r, \theta) &= 1/2 (D_1^3 - D_2^3 r^{-2}) \cos \theta, \\
 \varepsilon_{\theta z}^1(r, \theta) &= -1/2 D_1^1 r \cos \theta, \\
 \varepsilon_{\theta z}^3(r, \theta) &= -1/2 (D_1^3 r + D_2^3 r^{-1}) \cos \theta.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Прежде чем получить графики распределения напряжений и деформаций в каждой из фаз модифицированных и аналогичных классических композитов решается задача чистого сдвига с целью определения эффективного модуля продольного сдвига  $\mu_{23}^{N+1}$ . И только после этого решается задача чистого сдвига вдоль волокон с целью определения напряженно-деформированного состояния в каждой из фаз модифицированного и аналогичного классического композита при условии, что вне ячейки задано однородное поле деформаций  $\varepsilon_0$ , рассчитанное по формуле

$$\varepsilon_0 = P / \mu_{23}^{N+1}, \tag{28}$$

где  $P$  – нагрузка, действующая на ячейку композита  $P = 1$ .

Такая процедура позволит обеспечить эквивалентность силового нагружения на рассматриваемые композиты и судить об относительных нагрузках, выдерживаемых рассматриваемыми композитами.

### 3 АНАЛИЗ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ МОДИФИЦИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ С ВИСКЕРИЗОВАННЫМИ ВОЛОКНАМИ

На рис.4-5 приведены графики напряженно-деформированных состояний для двух видов композитов: УНТ-вискеризованных волокнистых композитов

с максимально возможным объемным содержанием вискерсов 56% (рис.4); ZnO-вискеризованных волокнистых композитов с максимально возможным объемным содержанием вискерсов 72% (рис.5).

Из графиков видно, что деформации, возникающие в связующем классического композита, в несколько раз превышают деформации, возникающие в связующем модифицированного композита. Максимальные значения деформаций каждого композита для наглядности занесены в таблицу 3. Сравнительный анализ показывает, что определяющими деформациями при чистом сдвиге вдоль волокон являются сдвиговые деформации  $\varepsilon_{rz}$ . Также в таблице 3 отражены численные значения эффективных модулей продольного сдвига и коэффициенты, определяющие несущую способность. Коэффициенты, определяющие несущую способность, были определены для сдвиговых деформаций  $\varepsilon_{rz}$  по формуле

$$n = \frac{[\varepsilon]}{\varepsilon}, \quad (29)$$

где  $[\varepsilon]$  – максимальные расчетные значения деформации матрицы для классического волокнистого композита,  $\varepsilon$  – максимальные расчетные значения деформаций в матрице модифицированного волокнистого композита [22].

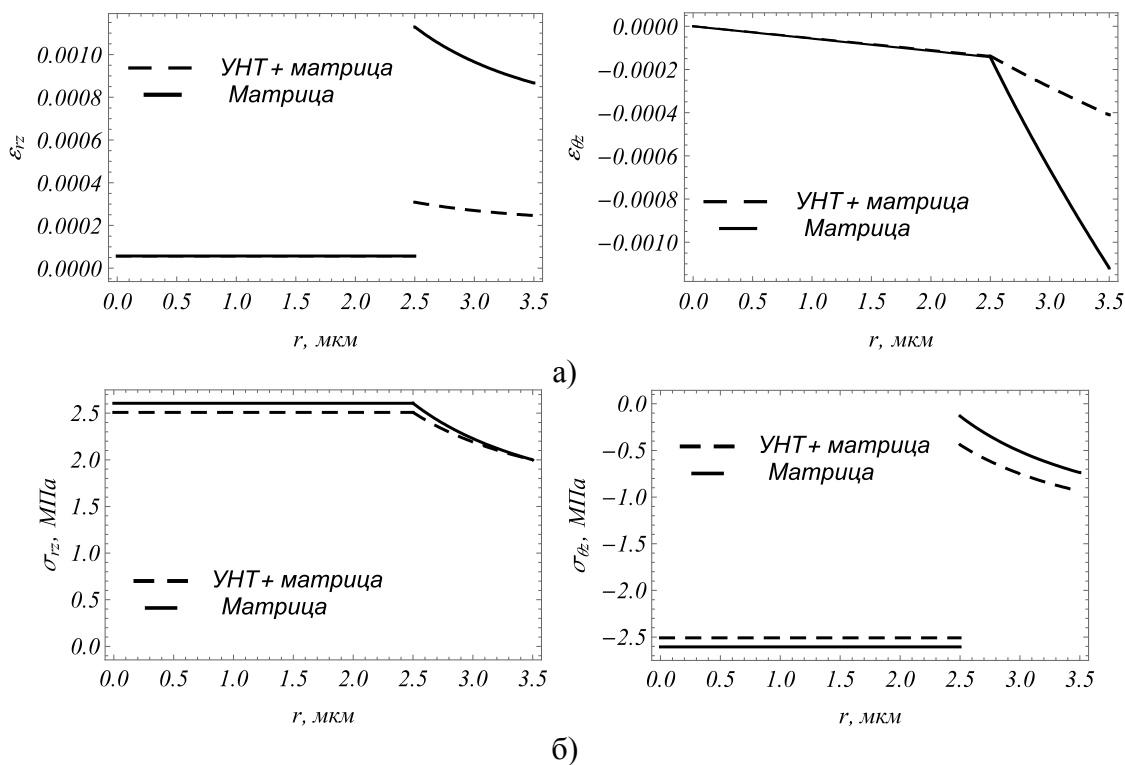


Рис.4. Напряженно-деформированное состояние модифицированного композита, вискеризованного УНТ и аналогичного классического композита в случае чистого сдвига вдоль волокна: а) распределение деформаций, б) распределение напряжений.

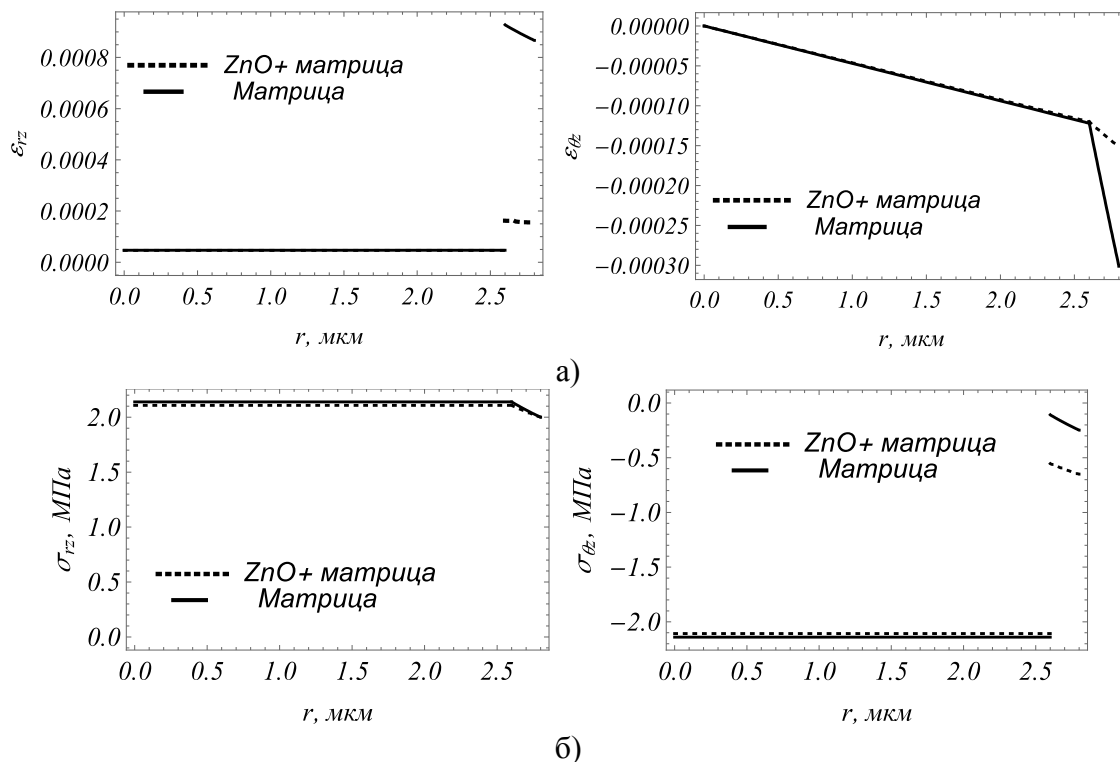


Рис.5. Напряженно-деформированное состояние модифицированного композита, вискеризованного нанотрубками из окиси цинка и аналогичного классического композита в случае чистого сдвига вдоль волокна: а) распределение деформаций, б) распределение напряжений.

Таблица 3.

Композит	Эффективный модуль продольного сдвига, ГПа	Максимальная деформация (расчетное значение)		Коэффициенты, определяющие несущую способность
		$\epsilon_{rz}$	$\epsilon_{\theta z}$	
Волокно Т-650 + Вискеризованный слой	8,5	0.0003	0.00023	3,3
Волокно Т-650 + Эпоксидная матрица	3	0.001	0.00046	1
Волокно Im7 + Вискеризованный слой	18,4	0.00016	0.00015	5.8
Волокно Im7 + Эпоксидная матрица	9,3	0.00093	0.0003	1

Из таблицы 3 видно, что деформации, возникающие в модифицированном композите с вискеризованным слоем из окиси цинка несколько меньше деформаций, возникающих в модифицированном композите с вискеризованным слоем из УНТ. Композиты, модифицированные УНТ выдерживают более чем в 3 раза большую нагрузку, нежели аналогичные классические композиты,

в то время как композиты, модифицированные нанотрубками из окиси цинка выдерживают более чем в 5 раз большую нагрузку, нежели аналогичные классические композиты.

Для исследования распределения плотностей энергии в окрестности границ фаз композита с большими объемными концентрациями чрезвычайно жестких нановключений в работах [24-25] использовалась градиентная модель теории упругости, позволяющая учесть эффекты масштаба. Показано, что при решении в более полной, точной постановке плоской задачи имеет место дополнительное нагружение жесткой фазы. При этом фаза с меньшей жесткостью разгружается. Плотность энергии при этом является фактически энергетической мерой прочности (критерием прочности). Перенося эти качественные оценки к структуре вискеризованного межфазного слоя, можно судить о том, что приведенные выше значения коэффициентов несущей способности получены с запасом. Кроме этого, из графиков, приведенных на рисунках, заметно снижение уровня напряжений в волокне, поскольку часть нагрузки воспринимается межфазным вискеризованным слоем, разгружая волокно, что положительно сказывается на прочностных характеристиках такого композита.

## ВЫВОДЫ

С помощью метода трех фаз, получены выражения для определения напряженного и деформированного состояния в элементах модифицированного композита. На примере модифицированного композита, состоящего из базового волокна и вискеризованного слоя показано, что в случае чистого сдвига вдоль волокна модифицированные композиты выдерживают большие нагрузки, нежели аналогичные классические композиты, состоящий из базового волокна и матрицы. При этом эффективные свойства модифицированного композита в несколько раз превосходят эффективные свойства классического композита, а также прогнозируется, что вискеризация композита предельным объемным содержанием вискерсов позволит значительно улучшить эффективный модуль потерь волокнистых композитов. В случае чистого сдвига, с точки зрения прочности и эффективного модуля продольного сдвига вискеризация композита нанотрубками из окиси цинка оказывается предпочтительнее по сравнению с вискеризацией композита более жесткими УНТ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Wang Y., Tang Z., Liang X., Liz-Marzan L.M., Kotov N.A. *SiO<sub>2</sub>-Coated CdTe nanowires: bristled nano centipedes* // Nano Letters. – 2004. – Vol.4. – No.2. – Pp.225-231.
2. Lin Y., Ehlert G.J., Sodano H.A. *Increase interface strength in carbon fiber composites through a ZnO nanowire interphase* // Advan. Funct. Mater. – 2009. – Vol.19. – No.16. – Pp.2654-2660.
3. Galan U., Lin Y., Ehlert G.J., Sodano H.A. *Effect of ZnO nanowire morphology on the interfacial strength of nanowire coated fibers* // Compos. Sci. Technol. – 2011. – Vol.71. – Pp.946-954.
4. Garcia E.J., Wardle B.L., Hart A.J., Yamamomj N. *Fabrication and multifunctional properties of a hybrid laminate with aligned carbon nanotubes grown in situ* // Compos. Sci. Technol. – 2008. – Vol.68. – No.9. – Pp.2034-2041.

5. Sager R.J., Klein P.J., Lagoudas D.C., Zhang Q., Liu J., Dai L. *Effect of carbon nanotubes on the interfacial shear strength of T650 carbon fiber in an epoxy matrix* // Compos. Sci. Technol. – 2009. – Vol.69. – Pp.898-904.
6. Sharma S.P., Lakkad S.C. *Compressive strength of carbon nanotubes grown on carbon fiber reinforced epoxy matrix multi-scale hybrid composites* // Surface & Coatings Technology. – 2010. – Vol.205. – Pp.350-355.
7. Qiang Song, Ke-zhi Li, Hai-liang Li, He-jun Li, Chang Ren. *Grafting straight carbon nanotubes radially onto carbon fibers and their effect on the mechanical properties of carbon/carbon composites* // Carbon. – 2012. – Vol.50. – Pp.3943-3960.
8. Fu-Hua Zhang, Rong-Guo Wang, Xiao-Dong He, Chao Wang, Li-Ning Ren. *Interfacial shearing strength and reinforcing mechanisms of an epoxy composite reinforced using a carbon nanotube/carbon fiber hybrid* // J. of Material Science. – 2019. – Vol.2009. – No.13. – Pp.3574-3577.
9. Peng Lv, Yi-yu Feng, Peng Zhang, Hui-min Chen, Naiqin Zhao, Wei Feng. *Increasing the interfacial strength in carbon fiber/epoxy composites by controlling the orientation and length of carbon nanotubes grown on the fibers* // Carbon. – 2011. – Vol.49. – Pp.4665-4673.
10. Мальцев И.М. *Проектирование структуры и свойств композиционных материалов: Методические указания по расчетной работе для машиностроительных специальностей.* – Н.Новгород: НГТУ, 1995. – 15 с.
11. Steiner S.A., Li R., Wardle B.L. *Circumventing the mechanochemical origins of strength loss in the synthesis of hierarchical carbon fibers* // ACS Appl. Mater. Interf. – 2013. – Vol.5. – No.11. – Pp.4892-4903.
12. Тарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А. *Пространственно-армированные композиционные материалы. Справочник.* – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
13. Guz I.A., Rodger A.A., Guz A.N., Rushchitsky J.J. *Predicting the properties of micro- and nanocomposites: From the microwhiskers to the bristled nanocentipedes* // Phil. Trans. R. Soc. A. – 2008. – Vol.366. – Pp.1827-1833.
14. Guz I.A., Guz A.N., Rushchitsky J.J. *Modelling properties of micro- and nanocomposites with brush-like reinforcement* // Materialwissenschaft und Werkstofftechnik (Materials Science and Engineering Technology). – 2009. – Vol.40. – No.3. – Pp.154-160.
15. Guz I.A., Rushchitsky J.J., Guz A.N. *Effect of a special reinforcement on the elastic properties of micro- and nanocomposites with polymer matrix* // The Aeronautical Journal. – 2013. – Vol.117. – No.1196. – Pp.1019-1036.
16. Kundawal S.I., Ray M.C. *Micromechanical analysis of fuzzy fiber reinforced composites* // Int. J. Mech. Mater. Des. – 2011. – Vol.7. – Pp.149-166.
17. Chatzigeorgiou G., Siedel G.D., Lagoudas D. *Effective mechanical of “fuzzy fiber” composites* // Composites B. – 2012. – Vol.43. – Pp.2577-2593.
18. Lurie S.A., Minhat M. *Application of generalized self-consistent method to predict effective elastic properties of bristled fiber composites* // Composites B. – 2014. – Vol.61. – Pp.26-40.
19. Лурье С.А., Минат М. *Метод самосогласованного поля Эшелби в задаче определения эффективных свойств композитных материалов, армированных вискеризованными волокнами* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т.20. – №2. – С.36-45.
20. Лурье С.А., Рабинский Л.Н., Кривень Г.И., Лыкосова Е.Д. *Напряженное состояние в элементах структуры модифицированных волокнистых*

композиционных материалов с вискеризованными волокнами // Механика композиционных материалов, 2018, т.24, №1, стр. 122-144.

21. Lurie S.A., Volkov-Bogorodskii D.B., Kriven G.I., Rabinskiy L.N. *On estimating structural stresses in composites with whiskerized fibers* // Intern. J. of Civil Engineering & Technology (IJCIET). – 2018. – Vol.9. – No.6. – Pp.294-308.
22. Лурье С.А., Кривень Г.И., Рабинский Л.Н. *О прочности модифицированного композита с вискеризованными волокнами* // Композиты и наноструктуры. – 2019. – Т.11. – №1. – С.1-15.
23. Christensen R.M. *Mechanics of composite materials*. – New York: Wiley-Interscience, 1979. – 348 p.
24. Lurie S., Volkov-Bogorodsky D., Leontiev A., Aifantis E. *Eshelby's inclusion problem in the gradient theory of elasticity. Applications to composite materials* // Intern. J. of Engineering Science. – 2011. – Vol.49. – Pp.1517-1525.
25. Lurie S., Volkov-Bogorodskii D., Tuchkova N. *Exact solution of Eshelby–Christensen problem in gradient elasticity for composites with spherical inclusions* // Acta Mech. – 2016. – Vol.227. – Iss.1. – Pp.127-138.

## REFERENCES

1. Wang Y., Tang Z., Liang X., Liz-Marzan L.M., Kotov N.A. *SiO<sub>2</sub>-Coated CdTe nanowires: bristled nano centipedes*. Nano Letters, 2004, Vol.4, No.2, Pp.225-231.
2. Lin Y., Ehlert G.J., Sodano H.A. *Increase interface strength in carbon fiber composites through a ZnO nanowire interphase*. Advan. Funct. Mater., 2009, Vol.19, No.16, Pp.2654-2660.
3. Galan U., Lin Y., Ehlert G.J., Sodano H.A. *Effect of ZnO nanowire morphology on the interfacial strength of nanowire coated fibers*. Compos. Sci. Technol., 2011, Vol.71, Pp.946-954.
4. Garcia E.J., Wardle B.L., Hart A.J., Yamamontj N. *Fabrication and multifunctional properties of a hybrid laminate with aligned carbon nanotubes grown in situ*. Compos. Sci. Technol., 2008, Vol.68, No.9, Pp.2034-2041.
5. Sager R.J., Klein P.J., Lagoudas D.C., Zhang Q., Liu J., Dai L. *Effect of carbon nanotubes on the interfacial shear strength of T650 carbon fiber in an epoxy matrix*. Compos. Sci. Technol., 2009, Vol.69, Pp.898-904.
6. Sharma S.P., Lakkad S.C. *Compressive strength of carbon nanotubes grown on carbon fiber reinforced epoxy matrix multi-scale hybrid composites*. Surface & Coatings Technology, 2010, Vol.205, Pp.350-355.
7. Qiang Song, Ke-zhi Li, Hai-liang Li, He-jun Li, Chang Ren. *Grafting straight carbon nanotubes radially onto carbon fibers and their effect on the mechanical properties of carbon/carbon composites*. Carbon, 2012, Vol.50, Pp.3943-3960.
8. Fu-Hua Zhang, Rong-Guo Wang, Xiao-Dong He, Chao Wang, Li-Ning Ren. *Interfacial shearing strength and reinforcing mechanisms of an epoxy composite reinforced using a carbon nanotube/carbon fiber hybrid*. J. of Material Science, 2019, Vol.2009, No.13, Pp.3574-3577.
9. Peng Lv, Yi-yu Feng, Peng Zhang, Hui-min Chen, Naiqin Zhao, Wei Feng. *Increasing the interfacial strength in carbon fiber/epoxy composites by controlling the orientation and length of carbon nanotubes grown on the fibers*. Carbon, 2011, Vol.49, Pp.4665-4673.
10. Mal'tsev I.M. *Proektirovanie struktury i svojstv kompozitsionnykh materialov: Metodicheskie ukazaniya po raschetnoj rabote dlya mashinostroitel'nykh*



- spetsial'nostej [Designing the structure and properties of composite materials: Methodological guidelines for computational work for machine-building specialties].* Nizhnij Novgorod, Nizhegorodskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet, 1995, 15 p.
11. Steiner S.A., Li R., Wardle B.L. *Circumventing the mechanochemical origins of strength loss in the synthesis of hierarchical carbon fibers.* ACS Appl. Mater. Interf., 2013, Vol.5, No.11, Pp.4892-4903.
  12. Tarnopol'skij Yu.M., Zhigun I.G., Polyakov V.A. *Prostranstvenno-armirovannye kompozitsionnye materialy. Spravochnik [Spatially reinforced composite materials. Directory].* Moskva, Mashinostroenie, 1987, 224 p.
  13. Guz I.A., Rodger A.A., Guz A.N., Rushchitsky J.J. *Predicting the properties of micro- and nanocomposites: From the microwhiskers to the bristled nanocentipedes.* Phil. Trans. R. Soc. A, 2008, Vol.366, Pp.1827-1833.
  14. Guz I.A., Guz A.N., Rushchitsky J.J. *Modelling properties of micro- and nanocomposites with brush-like reinforcement.* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik (Materials Science and Engineering Technology), 2009, Vol.40, No.3, Pp.154-160.
  15. Guz I.A., Rushchitsky J.J., Guz A.N. *Effect of a special reinforcement on the elastic properties of micro- and nanocomposites with polymer matrix.* The Aeronautical Journal, 2013, Vol.117, No.1196, Pp.1019-1036.
  16. Kundawal S.I., Ray M.C. *Micromechanical analysis of fuzzy fiber reinforced composites.* Int. J. Mech. Mater. Des., 2011, Vol.7, Pp.149-166.
  17. Chatzigeorgiou G., Siedel G.D., Lagoudas D. *Effective mechanical of "fuzzy fiber" composites.* Composites B, 2012, Vol.43, Pp.2577-2593.
  18. Lurie S.A., Minhat M. *Application of generalized self-consistent method to predict effective elastic properties of bristled fiber composites.* Composites B, 2014, Vol.61, Pp.26-40.
  19. Lurie S.A., Minat M. *Metod samosoglasovannogo polya Eshelbi v zadache opredeleniya ehffektivnykh svojstv kompozitnykh materialov, armirovannykh viskerizovannymi voloknami [Eshelby self-consistent field method in the problem of determining the effective properties of composite materials reinforced with whiskerized fibers].* Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2014, Vol.20, No.2, Pp.36-45.
  20. Lur'e S.A., Rabinskij L.N., Kriven' G.I., Lykosova E.D. *Napryazhennoe sostoyanie v ehlementakh struktury modifitsirovannykh voloknistykh kompozitsionnykh materialov s viskerizovannymi voloknami [Stress state in structural elements of modified fibrous composite materials with whiskerized fibers].* Mekhanika kompozitsionnykh materialov, 2018, Vol.24, No.1, Pp.122-144.
  21. Lurie S.A., Volkov-Bogorodskii D.B., Kriven G.I., Rabinskiy L.N. *On estimating structural stresses in composites with whiskerized fibers.* Intern. J. of Civil Engineering & Technology (IJCIET), 2018, Vol.9, No.6, Pp.294-308.
  22. Lur'e S.A., Kriven' G.I., Rabinskij L.N. *O prochnosti modifitsirovannogo kompozita s viskerizovannymi voloknami [On the strength of a modified composite with whiskerized fibers].* Kompozity i nanostruktury, 2019, Vol.11, No.1, Pp.1-15.
  23. Christensen R.M. *Mechanics of composite materials.* New York, Wiley-Interscience, 1979, 348 p.
  24. Lurie S., Volkov-Bogorodsky D., Leontiev A., Aifantis E. *Eshelby's inclusion problem in the gradient theory of elasticity. Applications to composite materials.* Intern. J. of Engineering Science, 2011, Vol.49, Pp.1517-1525.

25. Lurie S., Volkov-Bogorodskii D., Tuchkova N. *Exact solution of Eshelby–Christensen problem in gradientelasticity for composites with spherical inclusions*. Acta Mech, 2016, Vol.227, Iss.1, Pp.127-138.

*Поступила в редакцию 01 марта 2021 года.*

---

Сведения об авторах:

Кривень Галина Ивановна – к.т.н., инженер, ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail [Kriven Galina@inbox.ru](mailto:Kriven_Galina@inbox.ru)

Лыкосова Елена Дмитриевна – н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail [elykosova@mail.ru](mailto:elykosova@mail.ru)