

УДК 539.4

DOI 10.33113/mkmk.ras.2021.27.02.169\_190.02

## АКТУАТОР С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИЕМ СТЕРЖНЯ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ И УПРУГОГО ЭЛЕМЕНТА СМЕЩЕНИЯ\*

Мовчан А.А.<sup>1</sup>, Экстер Н.М.<sup>2</sup><sup>1</sup>ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова»,  
г. Москва, Россия

### АННОТАЦИЯ

Одним из наиболее перспективных применений сплавов с памятью формы (СПФ) является их использование для создания рабочих тел силовозбудителей (актуаторов). Рабочее тело актуатора должно совершать определенные движения за счет явлений памяти формы (нагрев, рабочий ход актуатора) и накопления деформаций прямого превращения (охлаждение, холостой ход актуатора). Известно, что процесс деформирования СПФ при охлаждении происходит только при наличии механического воздействия, тогда как возвращение к исходной форме при нагреве происходит при отсутствии соответствующего механического воздействия и даже при наличии противодействия достаточно большой величины.

Для обеспечения возможности не только рабочего, но и холостого хода актуатора рабочее тело из СПФ соединяется с упругим элементом смещения так, чтобы оба эти элемента деформировались совместно. В этом случае при нагреве элемента из СПФ он деформируется за счет явления памяти формы, что приводит к деформированию связанного с рабочим телом элемента смещения и возникновению, как в этом элементе, так и в рабочем теле, механических напряжений, возрастающих с ростом температуры элемента из СПФ. Именно эти напряжения, продолжающие действовать при охлаждении рабочего тела, обеспечивают его деформирование в противоположную сторону на этапе охлаждения рабочего тела и соответствующего прямого превращения в СПФ.

В данной работе аналитически исследуется поведение актуатора, состоящего из соединенных последовательно стержня из СПФ и упругого стержня (элемента смещения), общая длина которых считается неизменной. Исследовано влияние параметров системы на напряжения в стержне из СПФ и величину рабочего хода актуатора. Определены условия осуществления в данной системе замкнутого двойного эффекта памяти формы.

**Ключевые слова:** сплав с памятью формы; актуатор; элемент смещения; рабочий ход; холостой ход; замкнутый двойной эффект памяти формы

## ACTUATOR WITH A SERIES CONNECTION OF A SHAPE MEMORY ALLOY'S ROD AND AN ELASTIC BIAS ELEMENT

Movchan A.A.<sup>1</sup>, Ekster N.M.<sup>2</sup><sup>1</sup>Institute of applied mechanics Russian academy of science, Moscow, Russia<sup>2</sup>Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

\* Работа выполнена в рамках государственного задания ИПРИМ РАН и при частичной финансовой поддержке РФФИ проект №20-01-00240.

## ABSTRACT

One of the most promising applications of shape memory alloys (SMA) is their use for creating working bodies of power exciters (actuators). The working body of the actuator must perform certain movements due to shape memory phenomena (heating, working stroke of the actuator) and the accumulation of direct transformation deformations (cooling, idling of the actuator). It is known that the process of deformation of SMA during cooling occurs only in the presence of mechanical action, while the return to the original form during heating occurs in the absence of a corresponding mechanical action and even in the presence of a sufficiently large counteraction.

To ensure the possibility of not only working, but also idling of the actuator, the working body of the SMA is connected to the elastic bias element so that both of these elements are deformed together. In this case, when the SMA element is heated, it is deformed due to the shape memory phenomenon, which leads to the deformation of the bias element associated with the working body and the appearance, both in this element and in the working body, of mechanical stresses that increase with the temperature of the SMA element. It is these stresses, which continue to act during the cooling of the working body, that ensure its deformation in the opposite direction at the stage of cooling of the working body and the corresponding direct transformation into SMA.

In this paper, the behavior of an actuator consisting of a SMA rod and an elastic rod (an bias element) connected in series, the total length of which is assumed to be unchanged, is analytically investigated. The influence of the system parameters on the stresses in the SMA rod and the value of the working stroke of the actuator is investigated. The conditions for the implementation of the closed two way shape memory effect in this system are determined.

**Keywords:** shape memory alloy; actuator; bias element; working stroke; idling; closed two way shape memory effect

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Общие вопросы проектирования и применения актуаторов (приводов) и силовозбудителей с рабочими телами из СПФ обсуждались в работах [1,2]. Работа силовозбудителей крутящего момента исследовалась в [3-6]. Актуаторы с рабочими телами в виде пружин из СПФ рассматривались в [7-11]. Приводы такого типа обладают высокими кинематическими возможностями, однако развиваемые усилия относительно не велики. Тот же вывод относится к приводам с активными элементами, работающими на изгиб [12]. Силовозбудитель с рабочим телом в виде стержня из СПФ, работающего на растяжение – сжатие, соединенным параллельно с упругой пружиной смещения рассматривался в [13]. Силовые возможности такого привода могут быть весьма велики, а кинематические достаточно малы (ограничены величиной возвращаемой деформации СПФ).

Двойной эффект памяти формы в силовозбудителе, использующем сплавы с памятью формы исследовался в [14-16]. Возможность создания замкнутого двойного эффекта памяти формы, при использовании явления ориентированного превращения исследовалась в [17].

Электро-термо-механический анализ актуатора, содержащего СПФ, представлен в [18]. Конечно-элементный подход для термомеханического связанного анализа поведения СПФ в актуаторе представлен в [19,20]. В [21] проведен анализ работы актуатора, основанной на сочетании деформаций растяжения и кручения. Описанию микроактуаторов на основе магнитных СПФ посвящена работа [22].

Вариант привода механизма соединения, использующего проволоку из никелида титана, описан в [23]. Сравнение свойств актуаторов, использующих СПФ, с биметаллическими системами, проведено в [24]. Общие вопросы применения актуаторов, использующих СПФ, в автомобильной промышленности рассмотрены в [25]. В [26] описана конструкция привода из сплава с памятью формы для автомобильных откидных створок. В [27] описана конструкция приводов из сплава с памятью формы с питанием от автомобильной батареи. В [28] описан актуатор использующий СПФ для управления приводом зеркала в автомобиле.

Применение приводов на основе СПФ в аэрокосмической промышленности рассмотрено в [29,30]. Работа [31] посвящена описанию проектирования миниатюрных актуаторов для малых космических аппаратов. Беспроводные микроактуаторы описаны в [32]. Опыт реального применения СПФ для создания космических конструкций описан в [33]. В [34] описана конструкция лопасти ротора с переменным поворотом и наклоном с использованием приводов из SMA. В [35] описана конструкция шеврона с изменяемой геометрией для снижения шума реактивных двигателей. В [36] описана процедура управления формой крыла с помощью приводов, использующих СПФ.

Несмотря на большое количество публикаций, связанных с предложениями схем построения силовозбудителей, использующих рабочие тела из СПФ, теорию их поведения нельзя считать окончательно сформулированной. Зачастую анализ термомеханического поведения соответствующих устройств базируется на весьма примитивных моделях поведения СПФ. Так, для описания рабочего хода силовозбудителя предполагается, что поведение СПФ соответствует исходной диаграмме нагружения этого материала в аустенитном состоянии, а для описания холостого хода используется исходная диаграмма деформирования СПФ в мартенситном состоянии [37]. Оба эти предположения являются весьма грубыми приближениями.

В данной работе исследуются термомеханические поведения актуатора с рабочим телом в виде стержня из СПФ, последовательно соединенным с упругим стержнем смещения. Рассмотрение ведется в рамках объединенной модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [38-41]. Исследована зависимость максимального смещения актуатора и напряжений в стержне из СПФ от параметров рабочего тела и элемента смещения, а также возможность осуществления обратимого эффекта памяти формы.

## 2. ОДНОМЕРНЫЕ ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ СПФ

Для описания поведения стержня из СПФ при его нагреве и охлаждении под действием меняющихся напряжений используется вариант модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [38-41]. Уравнения варианта этой модели [38] для одноосного растяжения-сжатия имеют вид

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^{phst}, \quad d\varepsilon^{phst} = d\varepsilon^{ph} + d\varepsilon^{st}, \quad (2.1)$$

$$\varepsilon^e = \left( \frac{q}{E_M} + \frac{1-q}{E_A} \right) \sigma, \quad (2.2)$$

$$d\varepsilon^{ph} = q\varepsilon_0\delta_{ij} + d\varepsilon^{ph'}, \quad (2.3)$$

$$d\varepsilon^{ph'} = \left[ \text{sign}(\sigma)\rho_{D1}(1- qf(q))\varphi_1(|\sigma|) + f(q)\varepsilon^{phst'} \right] dq, \quad dq > 0, \quad (2.4)$$

$$d\varepsilon^{ph'} = \frac{\varepsilon^{phst'}}{q} dq, \quad dq < 0, \quad (2.5)$$

$$d\varepsilon^{st} = \rho_{D2}q\varphi_2'(|\sigma|)d\sigma, \text{ если } d(|\sigma|) > 0, \text{ и } |\sigma| = |\sigma|_{max} \text{ иначе } d\varepsilon^{st} = 0, \quad (2.6)$$

$$q = \varphi(t_\sigma), \quad \varphi(t_\sigma) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\pi t_\sigma)), \quad \text{при } 0 \leq t_\sigma \leq 1, \quad (2.7)$$

$$\varphi(t_\sigma) = 0 \text{ при } t_\sigma \leq 0, \quad \varphi(t_\sigma) = 1 \text{ при } t_\sigma \geq 1$$

$$t_\sigma = \frac{M_s^\sigma - T}{M_s^0 - M_f^0}, \quad M_s^\sigma = M_s^0 + \frac{|\sigma|\rho_{D1}(1- qf(q))\varphi_1(|\sigma|) + f(q)\varepsilon^{phst'}\sigma}{\Delta S_0}, \quad (2.8)$$

$$dq > 0,$$

$$t_\sigma = 1 - \frac{A_s^\sigma - T}{A_s^0 - A_f^0}, \quad A_s^\sigma = A_s^0 + \frac{\varepsilon^{phst'}\sigma}{q\Delta S_0} \text{ при } dq < 0. \quad (2.9)$$

В (2.1), (2.2)  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon^e$ ,  $\varepsilon^{phst}$  – полная, упругая и фазово-структурная деформации СПФ,  $d\varepsilon^{ph}$ ,  $d\varepsilon^{st}$  – приращения фазово-структурной деформации за счет фазового или структурного переходов,  $\sigma$  – напряжение,  $q$  – объемная доля мартенситной фазы,  $E_M$ ,  $E_A$  – модули Юнга СПФ в мартенситном и аустенитном фазовых состояниях. Соотношение (2.3)-(2.6) определяют изменение неупругих деформаций. В (2.3)  $\varepsilon_0$  – линейная деформация объемного эффекта реакции фазового превращения в СПФ,  $d\varepsilon^{ph'}$  – девиаторная составляющая приращения фазовой деформации. Соотношение (2.4) определяет приращение девиатора деформации  $d\varepsilon^{ph'}$  за счет прямого термоупругого фазового превращения, соотношение (2.5) за счет обратного, соотношение (2.6) – за счет структурного перехода. В этих формулах  $\rho_{D1}$ ,  $\rho_{D2}$  – предельные (максимальные) значения интенсивности неупругой деформации, которые могут быть достигнуты при прямом фазовом превращении или структурном переходе. Для фиксированного вида напряженного состояния эти величины являются материальными постоянными, причем всегда выполняется неравенство [42]  $\rho_{D1} \geq \rho_{D2}$ .

Материальные функции  $\varphi_1(|\sigma|)$  и  $\varphi_2(|\sigma|)$  определяют форму диаграмм прямого превращения:  $\varepsilon = \rho_{D1}\varphi_1(|\sigma|)$  и мартенситной неупругости  $\varepsilon = \rho_{D2}\varphi_2(|\sigma|)$  для девиаторной компоненты деформации  $\varepsilon$ . Они монотонно возрастают, равны нулю в нуле, удовлетворяют условию  $\lim_{x \rightarrow \infty} \varphi_1(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \varphi_2(x) = 1$  т.е. обладают свойствами интегральных функций распределения [42]. В данной работе для  $\varphi_1(x)$  используется функция экспоненциального распределения  $\varphi_1(\sigma) = \Phi_1(\sigma/\sigma_{10})$ ,  $\Phi_1(x) = 1 - \exp(-x)$ , а для  $\varphi_2(x)$  – функция распределения Вейбулла

$$\varphi_2(\sigma) = \Phi_2(\sigma/\sigma_{20}), \quad \Phi_2(x) = 1 - \exp[-(x^\alpha)], \quad (2.10)$$

где  $\sigma_{10}$ ,  $\sigma_{20}$  – материальные параметры.  $f(q)$  – материальная функция, которую, в простейшем варианте, можно считать постоянной величиной  $f(q) = a_0$ ,  $0 \leq a_0 < 1$ .

Формулы (2.7)-(2.9) определяют процесс фазового перехода, т.е. зависимость параметра фазового состава от температуры и напряжений. Величина  $q$  это заданная функция параметра  $t_\sigma$  (2.7), который является для прямого или обратного превращения дробно-линейными функциями температуры (2.8) для прямого или (2.9) для обратного превращения. Эти функции зависят от параметров  $M_s^0$ ,  $M_f^0$ ,  $A_s^0$ ,  $A_f^0$ , являющимися значениями температур начала (нижний индекс  $s$ ) или окончания (нижний индекс  $f$ ) прямого (символ  $M$ ) или обратного (символ  $A$ ) превращения в отсутствие напряжений (верхний индекс 0). Эти же величины зависят от характерных температур начала прямого или обратного превращения при действии напряжения  $\sigma$ :  $M_s^\sigma$  и  $A_s^\sigma$ , зависимость которых от напряжений, деформаций и параметра  $q$  дается формулами (2.8), (2.9), в которых для упрощения не учитываются малые слагаемые, связанные с объемным эффектом реакции фазового превращения и переменностью упругих модулей СПФ при фазовом переходе. В эти формулы входит параметр материала  $\Delta S_0$ , равный скачку объемной плотности энтропии СПФ при переходе из мартенситного состояния в аустенитное.

### 3. КАЧЕСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ РАБОТЫ АКТУАТОРА

Рабочим телом актуатора является стержень из СПФ, имеющий в аустенитном ненагруженном состоянии длину  $l_{10}$  и не зависящую от продольной координаты площадь поперечного сечения  $F_1$ . Этому стержню путем его охлаждения через полный интервал температур прямого превращения под действием постоянного растягивающего напряжения  $\sigma_0 > 0$  задается начальная фазовая деформация  $\varepsilon_0 = \rho_{D1} \varphi_1(\sigma_0) > 0$ .

Известно, что при накоплении деформации прямого превращения в СПФ растет величина напряжения  $\sigma_{st}$  начала структурного перехода в этом материале [43,44] (эффект перекрестного упрочнения). В случае, если в результате прямого превращения достигнута деформация  $\varepsilon_0$ , величина  $\sigma_{st}$  определяется по формуле [39,40]

$$\sigma_{st} = \varphi_2^{-1}(\varepsilon_0 / \rho_{D2}). \quad (3.1)$$

После разгрузки находящийся полностью в мартенситном деформированном состоянии стержень из СПФ последовательно соединяется с упругим стержнем, имеющим начальную длину  $l_{20}$ , площадь поперечного сечения  $F_2$  и модуль Юнга  $E_2$ . Суммарная длина стержней  $L_0 = l_1 + l_{20}$  фиксируется (в далее происходящих процессах считается неизменной).

Рассматривается движение точки соединения стержней при нагреве стержня из СПФ через интервал температур обратного мартенситного превращения и последующем охлаждении этого стержня через интервал температур прямого мартенситного превращения. Чисто температурные деформации, в силу их малости по сравнению с фазовыми и структурными деформациями,

не учитываются, так же, как и объемный эффект реакции фазового перехода в СПФ.

В начальный момент времени напряжения в обоих стержнях отсутствуют, а температура считается равной  $A_s^0$ . Первый этап рассматриваемого процесса состоит в нагреве стержня из СПФ через интервал температур обратного термоупругого фазового превращения  $(A_s^0, A_f^\sigma)$ . При этом длина стержня из СПФ будет за счет явления памяти формы уменьшаться, что приведет к развитию в обоих стержнях растягивающих напряжений ( $\sigma_1 > 0$  в стержне из СПФ и  $\sigma_2 > 0$  в упругом стержне). Именно поэтому верхняя граница температурного интервала обратного превращения СПФ считается зависящей от неизвестного заранее напряжения  $\sigma = \sigma_1$ . Предполагается, что в процессе нагрева стержня из СПФ напряжение  $\sigma_1$  будет монотонно возрастать (это предположение будет проверено по полученному решению). При возрастании напряжения  $\sigma_1$  от 0 до величины  $\sigma_{st}$  (3.1) в стержне из СПФ действует единственный механизм неупругого деформирования, связанный с обратным фазовым переходом. Если напряжение  $\sigma_1$  превысит значение  $\sigma_{st}$ , то в области  $\sigma_1 > \sigma_{st}$  неупругая деформация развивается в соответствии с двумя действующими противоположно направленными механизмами: обратного превращения (уменьшение деформаций) и структурного перехода (увеличение деформаций). В точке окончания обратного превращения имевшаяся в стержне из СПФ начальная деформация будет полностью снята (предполагается, что эффект памяти формы является совершенным, коэффициент возврата равен 1).

После завершения процесса нагрева стержня из СПФ и соответствующего обратного превращения этот стержень охлаждается. Чисто температурные деформации, соответствующие охлаждению на интервале  $(A_f^\sigma, M_s^\sigma)$  в силу их малости опять не учитываются. Дальнейшее охлаждение через интервал температур прямого превращения  $(M_s^\sigma, M_f^\sigma)$  под действием меняющегося напряжения  $\sigma_1 > 0$  приведет к накоплению растягивающих деформаций прямого превращения. Стержень из СПФ будет удлиняться, а растягивающие напряжения  $\sigma_1$  в нем будут падать. В принципе, при определенном сочетании параметров системы возможно в процессе падения напряжений в некоторой точке процесса охлаждения до нуля (в этой точке фазовая деформация станет равной  $\varepsilon_0$ ). Продолжение охлаждения и прямого превращения приведет за счет эффекта ориентированного превращения к некоторому росту растягивающих деформаций сверх величины  $\varepsilon_0$ , возникновению небольших сжимающих напряжений в системе, которые быстро подавят эффект ориентированного превращения. На этапе падения напряжений структурного превращения быть не может (неравенство в (2.6)), в случае возникновения сжимающих напряжений структурное превращение невозможно из-за малости модулей этих напряжений. Таким образом, на этапе охлаждения вплоть до полного прямого превращения действует единственный механизм неупругого деформирования, связанный с прямым фазовым превращением.

#### 4. КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ ЭТАПА НАГРЕВА СТЕРЖНЯ ИЗ СПФ

Согласно проведенному выше анализу этап нагрева стержня из СПФ через полный интервал обратного термоупругого фазового превращения может состоять, вообще говоря, из двух фрагментов, на первом из которых  $\sigma_1 \leq \sigma_{st}$  и происходит только обратный фазовый переход, а на втором, где  $\sigma_1 > \sigma_{st}$ , происходят, как обратный переход, так и структурное превращение.

Рассмотрим сначала фрагмент обратного превращения без структурного перехода. Поскольку в начальной точке процесса нагрева стержня из СПФ  $\sigma_1 = 0$ , то на протяжении некоторого участка процесса нагрева будет выполняться условие  $\sigma_1 < \sigma_{st}$ . В этих условиях структурный переход не возможен, будет происходить только обратное превращение. Деформация стержня из СПФ будет складываться из упругой и фазово-структурной  $\varepsilon_1 = \varepsilon^e + \varepsilon^{phst}$ . Фазово-структурная деформация будет изменяться только за счет обратного фазового перехода, т.е. подчиняется уравнению (2.5), которое в условиях пренебрежения объемным эффектом фазового превращения и отсутствия структурного механизма можно записать в форме

$$\frac{d\varepsilon^{phst}}{dq} = \frac{\varepsilon^{phst}}{q}.$$

Решение этого уравнения при начальном условии  $\varepsilon^{phst}(1) = \varepsilon_0$  имеет вид

$$\varepsilon^{phst} = q\varepsilon_0. \quad (4.1)$$

Упругая деформация стержня из СПФ в соответствии с (2.2) представляется в виде

$$\varepsilon_1^e = S_1(1 + q\eta), \quad (4.2)$$

где  $S_1 = \sigma_1/E_A$ ,  $\eta = E_A/E_M - 1$ . Складывая (4.1) и (4.2) для полной деформации стержня из СПФ получаем

$$\varepsilon_1 = S_1(1 + q\eta) + q\varepsilon_0. \quad (4.3)$$

Здесь и далее используется теория малых деформаций, так что длина стержня из СПФ связана с его деформацией по формуле

$$l_1 = (\varepsilon_1 + 1)l_{10}. \quad (4.4)$$

Подставляя (4.3) в (4.4) получаем

$$l_1 = l_{10} [S_1(1 + q\eta) + q\varepsilon_0 + 1]. \quad (4.5)$$

В частности, длина стержня из СПФ, имеющего начальную деформацию  $\varepsilon_0$  и находящегося в ненагруженном ( $S_1 = 0$ ) полностью мартенситном состоянии ( $q = 1$ ), согласно (4.5) равна

$$l_{11} = l_{10}(\varepsilon_0 + 1). \quad (4.6)$$

Деформация упругого стержня, находящегося под действием напряжения  $\sigma_2$  равна  $\varepsilon_2 = \sigma_2/E_2$ . Длина этого стержня в нагруженном состоянии равна

$$l_2 = l_{20}(S_2 + 1). \quad (4.7)$$

Записывая условие постоянства суммарной длины стержней  $l_1 + l_2 = l_{11} + l_{20}$  с учетом (4.5)-(4.7) получаем

$$l_{10} [S_1(1+q\eta) + q\varepsilon_0 + 1] + l_{20}(S_2 + 1) = l_{10}(\varepsilon_0 + 1) + l_{20}. \quad (4.8)$$

Деля (4.8) на  $l_{10}$  и используя обозначение  $\lambda = l_{20}/l_{10}$ , находим

$$S_1(1+q\eta) + \lambda S_2 = (1-q)\varepsilon_0. \quad (4.9)$$

Соотношение (4.9) представляет собой условие совместного деформирования стержней при постоянстве их суммарной длины. Условие равновесия записывается в виде  $F_1\sigma_1 = F_2\sigma_2$ , или, используя безразмерные характеристики напряженного состояния

$$S_2 = \gamma S_1. \quad (4.10)$$

где  $\gamma = F_1 E_A / (F_2 E_2)$  представляет собой отношение упругих жесткостей стержня из СПФ и упругого стержня смещения. Здесь под жесткостью понимается отношение силы, действующей на стержень к его упругой деформации, вызванной действием этой силы. Подстановка (4.10) в (4.9) позволяет найти связь между безразмерным напряжением в стержне из СПФ  $S_1$  и параметром фазового состава  $q$

$$S_1(1+q\eta+\theta) = \varepsilon_0(1-q), \quad (4.11)$$

в которую входит безразмерный параметр материала  $\eta$  и единственный

безразмерный параметр конструкции  $\theta = \gamma\lambda = \left(\frac{F_1 E_A}{l_{10}}\right) / \left(\frac{F_2 E_2}{l_{20}}\right)$  – отношение

упругих жесткостей стержня из СПФ в аустенитном состоянии и стержня смещения, если под жесткостью понимать отношение действующей продольной силы к смещению, вызываемому этой силой. Из (4.11) получается

$$S_1 = \frac{\varepsilon_0(1-q)}{1+q\eta+\theta}. \quad (4.12)$$

Согласно (4.12) напряжение в стержне из СПФ при прочих равных условиях растет с ростом  $\varepsilon_0$  или уменьшается с увеличением  $\theta$ , т.е. ростом жесткости стержня из СПФ по отношению к жесткости стержня смещения. В рассматриваемом процессе обратного превращения, т.е. при уменьшении  $q$  напряжение в стержне из СПФ монотонно растет. В силу линейной связи (4.10) между  $S_1$  и  $S_2$  все, сказанное выше справедливо и для напряжения в стержне смещения.

Соотношение (4.11) связывает между собой параметры  $S_1$  и  $q$ , однако этой связи недостаточно, чтобы описать поведение актуатора, т.е. найти зависимости всех величин от температуры стержня из СПФ. Для замыкания системы необходимо найти зависимость между  $q$ ,  $S_1$  и температурой стержня из СПФ  $T$ , следующую из определяющих соотношений (2.6), (2.8). В результате подстановки (4.1) в (2.7) и приведения соотношения к безразмерному виду получается

$$q = 0.5 \left\{ 1 - \cos \left[ \pi (t_{0,A} + \beta_A \varepsilon_0 S_1) \right] \right\}. \quad (4.13)$$

Здесь введен безразмерный параметр температуры для процесса обратного превращения  $t_{0,A} = \frac{A_f^0 - T}{A_f^0 - A_s^0}$  и безразмерная характеристика СПФ

$$\beta_A = \frac{E_A}{\Delta S_0 (A_s^0 - A_f^0)}.$$

Выражая величину  $q$  из (4.11) и величину  $t_0$  из (4.13), можно получить

$$q = \frac{\varepsilon_0 - (\theta + 1)S_1}{\varepsilon_0 + \eta S_1}, \tag{4.14}$$

$$t_0 = \beta \varepsilon_0 S_1 + \frac{1}{\pi} \arccos(1 - 2q). \tag{4.15}$$

Важнейшей характеристикой актуатора является смещение точки соединения стержня из СПФ и упругого стержня при нагреве и охлаждении стержня из СПФ. Для первого фрагмента процесса нагрева, когда стержень из СПФ испытывает только упругие деформации и деформации обратного фазового превращения текущая длина стержня из СПФ определяется зависимостью

$$l_1(q) = l_{10} \left\{ \frac{\sigma_1}{E_A} + q \left[ \varepsilon_0 + \frac{\sigma_1 (E_A - E_M)}{E_A E_M} \right] \right\} + l_{10}. \tag{4.16}$$

Начальная длина стержня из СПФ в момент его соединения с упругим стержнем после задания начальной деформации  $l_{11}$  определяется по формуле (4.6). В результате для искомого смещения  $\Delta l_1(q)$  с использованием (4.16) получается

$$\Delta l_1(q) = l_{11} - l_1(q) = l_{10} \left[ (1 - q) \varepsilon_0 - \frac{\sigma_1}{E_A} - q \sigma_1 \frac{E_A - E_M}{E_A E_M} \right]. \tag{4.17}$$

В безразмерных переменных (4.17) принимает вид

$$\delta l = \Delta l_1(q) / l_{10} = (1 - q) \varepsilon_0 - S_1 (1 + \eta q). \tag{4.18}$$

Соотношения (4.14), (4.15), (4.18) дают параметрическое представление решения задачи для рассматриваемого этапа с параметром  $S_1$ , изменяющимся от 0 до  $S_{st} = \sigma_{st} / E_A$ .

После того, как напряжение в стержне из СПФ достигло значения  $\sigma_1 = \sigma_{st}$ , дальнейший рост температуры приведет к возрастанию  $\sigma_1 > \sigma_{st}$ . В результате деформация в стержне из СПФ будет изменяться не только за счет обратного фазового превращения, но и за счет структурного перехода. Для такого процесса, в предположении о монотонном возрастании напряжений, применимо положение об активных процессах пропорционального нагружения СПФ при обратном превращении [38] дающего формулу

$$\varepsilon_{ij}^{phst'} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{ij}'}{\sigma_i} \varphi_2(\sigma_i) \rho_{D2} q + \left( \varepsilon_{ij}^0 - \frac{3}{2} \frac{\sigma_{ij}^{0'}}{\sigma_i^0} \varphi_2(\sigma_i^0) \rho_{D2} q_0 \right) \frac{q}{q_0}, \tag{4.19}$$

справедливую при выполнении начального условия

$$\varepsilon_{ij}^{phst'}(q_0, \sigma_{ij}^{0'}) = \varepsilon_{ij}^0. \tag{4.20}$$

Считая нагружение пропорциональным  $\sigma_{ij}' = \sigma \sigma_{ij}^*$ ,  $\sigma_{ij}^* = const$ ,  $\frac{3}{2} \sigma_{ij}^* \sigma_{ij}^* = 1$ ,  $\sigma_i = |\sigma|$  и предполагая изменение девиатора фазово-структурной деформации также пропорциональным:  $\varepsilon_{ij}^{phst'} = \varepsilon^{phst} \varepsilon_{ij}^*$ ,  $\varepsilon_{ij}^{phst} = const$ ,  $\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^* \varepsilon_{ij}^* = 1$ , и переписывая начальное условие (4.20) в виде  $\varepsilon^{phst}(q_0, \sigma^0) = \varepsilon^0$ , вместо (4.19) получаем

$$\varepsilon^{phst} = \text{sign}(\sigma) \varphi_2(|\sigma|) \rho_{D2} q + \left[ \varepsilon^0 - \text{sign}(\sigma^0) \varphi_2(|\sigma^0|) \rho_{D2} q_0 \right] \frac{q}{q_0}. \quad (4.21)$$

Поскольку напряжения в решаемой задаче являются растягивающими, уместно предположить, что  $\sigma > 0$ ,  $\sigma^0 > 0$  и формула (4.21) упрощается

$$\varepsilon^{phst} = \varphi_2(\sigma) \rho_{D2} q + \left[ \varepsilon^0 - \varphi_2(\sigma^0) \rho_{D2} q_0 \right] \frac{q}{q_0}. \quad (4.22)$$

В рассматриваемой задаче для начального условия выполняется  $\sigma = \sigma_1$ ,  $\sigma^0 = \sigma_{st}$ ,  $q_0 = q_s$  ( $q_s$  – то значение  $q$ , которое получается в последней точке первого этапа процесса),  $\varepsilon^0 = q_s \varepsilon_0$ . В результате из (4.22) получается

$$\varepsilon^{phst} = \varepsilon_0 q + \left[ \varphi_2(\sigma_1) - \varphi_2(\sigma_{st}) \right] \rho_{D2} q. \quad (4.23)$$

Учитывая, что согласно (3.1)  $\varphi_2(\sigma_{st}) = \varphi_2 \left[ \varphi_2^{-1}(\varepsilon_0 / \rho_{D2}) \right] = \varepsilon_0 / \rho_{D2}$ , вместо (4.23) получаем  $\varepsilon^{phst} = \varphi_2(\sigma_1) \rho_{D2} q$ . Или, переходя к функции  $\Phi_2$  безразмерного переменного (2.10)

$$\varepsilon^{phst} = \Phi_2(S_1/S_{20}) \rho_{D2} q. \quad (4.24)$$

В (4.24)  $S_{20} = \sigma_{20}/E_A$ ,  $S_{st} = \sigma_{st}/E_A$  – безразмерные параметры. В результате для второго этапа процесса нагрева волокон можно буквально повторить все действия, описанные выше для первого этапа, с заменой в соотношении (4.11) величины  $\varepsilon_0 q$  на выражение (4.24) для фазово-структурной деформации. В результате получается система разрешающих соотношений для второго этапа процесса нагрева в виде

$$q = \frac{\varepsilon_0 - (\theta + 1) S_1}{\eta S_1 + \rho_{D2} \Phi_2(S_1/S_{20})}, \quad (4.25)$$

$$t_0 = \frac{1}{\pi} \arccos(1 - 2q) - \beta S_1 \Phi_2(S_1/S_{20}) \rho_{D2}, \quad (4.26)$$

$$\delta l = \varepsilon_0 - S_1(1 + \eta q) - q \rho_{D2} \Phi_2(S_1/S_{20}). \quad (4.27)$$

Согласно (4.25),  $S_1$  монотонно возрастает при уменьшении  $q$  до нуля и величина  $q$  может быть равна 0 только в случае равенства нулю числителя правой части (4.25). Следовательно, с учетом структурного перехода максимальное значение напряжения в стержне из СПФ определяется по формуле

$$S_{1\max} = \frac{\varepsilon_0}{1 + \theta}. \quad (4.28)$$

Точно такая же формула справедлива для случая, когда весь процесс обратного превращения происходит без структурного перехода. Напряжение в упругом стержне смещения  $S_2$  также монотонно возрастают в процессе нагрева

стержня из СПФ. Максимально значение  $S_2$  достигается при  $q = 0$  и, согласно (4.10) и (4.28) равно

$$S_{2\max} = \frac{\gamma \varepsilon_0}{1 + \theta}. \quad (4.29)$$

Согласно (4.28), (4.29) при фиксированной начальной деформации максимальные значения напряжений в обоих стержнях с ростом  $\theta$  уменьшаются. При фиксированном значении  $\theta$  максимальные напряжения в обоих стержнях возрастают пропорционально  $\varepsilon_0$ .

Согласно (4.27) смещение  $\delta l$  монотонно возрастает с уменьшением  $q$  в процессе нагрева стержня из СПФ. Значение максимального смещения («ход актуатора») можно получить из (4.27), положив в этом равенстве  $q = 0$  и  $S_1 = S_{1\max}$  (4.28)

$$\delta l_{\max} = \frac{\varepsilon_0 \theta}{1 + \theta}. \quad (4.30)$$

Согласно (4.30), максимальное значение рабочего хода актуатора при  $\theta = const$  линейно возрастает с ростом начальной деформации, а при постоянном значении  $\varepsilon_0$  монотонно увеличивается с ростом  $\theta$ . Последняя тенденция объясняется тем обстоятельством, что рост жесткости тела смещения приводит к падению рабочего хода.

Величина  $t_0 = (A_f^0 - T) / (A_f^0 - A_s^0)$  монотонно убывает при нагреве стержня из СПФ. Минимальное значение  $t_{0\min}$ , соответствующее полностью аустенитному состоянию СПФ, определяется исходя из формулы ((4.26) при  $q = 0$ ,  $S_1 = S_{1\max}$ )

$$t_0 = -\beta S_{1\max} \Phi_2 (S_{1\max} / S_{20}) \rho_{D2}.$$

В результате удается определить температуру  $T_{\max}$  до которой следует нагреть стержень из СПФ для того, чтобы материал этого стержня перешел в полностью аустенитное состояние:  $T_{\max} = A_f^0 - (A_f^0 - A_s^0) t_{0\min}$ . Согласно полученной зависимости,  $T_{\max}$  растет нелинейно с ростом  $\varepsilon_0$  и уменьшается с ростом  $\theta$ .

## 5. ЭТАП ХОЛОСТОГО ХОДА (ОХЛАЖДЕНИЕ СТЕРЖНЯ ИЗ СПФ ПОСЛЕ ЕГО НАГРЕВА)

Предполагается, что на этапе охлаждения волокон через интервал температур прямого превращения напряжение в них будет убывать (далее будет проверено по полученному решению). Следовательно, положение об активных процессах пропорционального нагружения к этому этапу не применимо. В то же время, структурного перехода не будет и фазово-структурные деформации можно найти, интегрируя дифференциальное уравнение для фазовых деформаций

$$\frac{d\varepsilon^{phst}}{dq} = \text{sign}(\sigma_1) \rho_{D1} \Phi_1 (|\sigma_1|) (1 - qf(q)) + f(q) \varepsilon^{phst}. \quad (5.1)$$

Уравнение (5.1) интегрируется при нулевом начальном условии

$$\varepsilon^{phst}(0) = 0. \quad (5.2)$$

Сам процесс интегрирования происходит до значения  $q = 1$ , т.е. на интервале  $[0, 1]$ .

Условие совместного деформирования обеих стержней имеет вид

$$l_{10} \left[ \frac{\sigma_1}{E_A} + q \frac{\sigma_1 (E_A - E_M)}{E_A E_M} + \varepsilon^{phst} \right] + l_{10} + l_{20} \frac{\sigma_2}{E_2} + l_{20} = L_0. \quad (5.3)$$

Условие равновесия имеет прежний вид

$$F_1 \sigma_1 = F_2 \sigma_2. \quad (5.4)$$

Соотношение для  $q$  при прямом превращении

$$q = 0.5(1 - \cos(\pi t_\sigma)). \quad (5.5)$$

$$t_\sigma = \frac{M_s^\sigma - T}{M_s^0 - M_f^0} = \frac{M_s^0 - T}{M_s^0 - M_f^0} + \frac{|\sigma_1| \rho_{D1} \Phi_1(|\sigma_1|)(1 - qf(q)) + f(q) \varepsilon^{phst} \sigma_1}{\Delta S_0 (M_s^0 - M_f^0)}. \quad (5.6)$$

Из (5.3), (5.2) и (5.4) в безразмерных переменных получаем

$$S_1 = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon^{phst}}{1 + q\eta + \theta}. \quad (5.7)$$

Дифференциальное уравнение (5.1) в безразмерных переменных переписывается в форме

$$\frac{d\varepsilon^{phst}}{dq} = \text{sign}(S_1) \rho_{D1} \Phi_1(|S_1|/S_{10})(1 - qf(q)) + f(q) \varepsilon^{phst}. \quad (5.8)$$

Соотношение (5.6) принимает вид

$$t_\sigma = t_{0M} + \beta_1 \left[ |S_1| \rho_{D1} \Phi_1(|S_1|/S_{10})(1 - qf(q)) + f(q) \varepsilon^{phst} S_1 \right]. \quad (5.9)$$

Путем интегрирования (5.8) с учетом (5.7) получается зависимость  $\varepsilon^{phst} = \varepsilon^{phst}(q)$ . С помощью (5.7) по этому решению находится зависимость  $S_1 = S_1(q)$ . С помощью (5.5) в форме

$$t_\sigma = \frac{1}{\pi} \arccos(1 - 2q) \quad (5.10)$$

определяется зависимость  $t_\sigma = t_\sigma(q)$ . После этого с помощью (5.9) в форме

$$t_{0M}(q) = t_\sigma(q) + \beta_1 \left[ |S_1| \rho_{D1} \Phi_1(|S_1|/S_{10})(1 - qf(q)) + f(q) \varepsilon^{phst} S_1 \right]. \quad (5.11)$$

Определяется зависимость безразмерного параметра температуры  $t_{0M}$  от  $q$ . Здесь введены обозначения

$$t_{0M} = \frac{M_s^0 - T}{M_s^0 - M_f^0}, \quad \beta_M = \frac{E_A}{\Delta S_0 (M_f^0 - M_s^0)}.$$

Смещение точки соединения стержней по отношению к начальному положению этой точки в процессе охлаждения стержня из СПФ определяется по формуле

$$\delta l_1 = l_1(q) - l_1(1) = S_1(1 + q\eta) + \varepsilon^{phst} - \varepsilon_0. \quad (5.12)$$

Решение уравнения (5.8) и формулы (5.7), (5.10), (5.11) и (5.12) являются параметрическим представлением решения задачи о поведении актуатора при прямом превращении в стержне из СПФ с параметром  $q \in [0, 1]$ .

Все полученные далее решения найдены для значений параметров материала СПФ, характерных для никелида титана:  $E_A = 84000$  МПа,

$$E_M = 28000 \text{ МПа}, \quad a_0 = 0.15; 0.3; 0.6, \quad \sigma_{20} = 180.1 \text{ МПа}, \quad \alpha = 2.96, \\ \Delta S_0 = 0.644 \text{ МПа/К}, \quad M_s^0 - M_f^0 = A_f^0 - A_s^0 = 20 \text{ К}.$$

## 6. УСЛОВИЕ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ДВОЙНОГО ЗАМКНУТОГО ЭФФЕКТА ПАМЯТИ ФОРМЫ

Замкнутый двойной эффект памяти формы имеет место в том случае, когда в конечной точке процесса прямого превращения, т.е. при  $q = 1$ , происходящего после полного обратного превращения на предшествующем этапе нагрева стержня из СПФ, полностью восстанавливается начальное состояние всех элементов системы, т.е. напряжение в обоих стержнях становится равным нулю, а деформация в стержне из СПФ становится равной  $\varepsilon_0$ . Согласно (5.7), при выполнении одного из двух этих условий, обязательно будет выполнено и второе. Действительно, равенство  $S_1 = 0$ , согласно (5.7) может иметь место только при  $\varepsilon^{phst} = \varepsilon_0$ . Но при равных нулю напряжениях равна нулю упругая деформация в стержне из СПФ, следовательно фазово-структурная деформация равна полной. Следовательно, полная деформация равна  $\varepsilon_0$ , что и требуется доказать. Обратно, из выполнения равенства  $\varepsilon^{phst} = \varepsilon_0$ , согласно (5.7) следует равенство  $S_1 = 0$ .

Таким образом, проблема состоит в том, чтобы подобрать параметры  $\varepsilon_0$  и  $\theta$  дифференциального уравнения (5.1) таким образом, чтобы его решение  $\varepsilon^{phst}(q)$ , соответствующее нулевому начальному условию  $\varepsilon^{phst}(0) = 0$  удовлетворяло в конечной точке интервала интегрирования условию

$$\varepsilon^{phst}(1, \varepsilon_0, \theta) = \varepsilon_0. \quad (6.1)$$

Легко видеть, что решения  $\varepsilon^{phst'} = \varepsilon^{phst'}(q)$  дифференциального уравнения (5.8) для каждого  $q$ , в том числе и для  $q = 1$  монотонно убывают с ростом  $\theta$  при фиксированных значениях  $\varepsilon_0$  и прочих параметров. Этот факт иллюстрируется на рис.1, где приведены графики зависимости  $\varepsilon^{phst'}$  от  $q$ , полученные путем решения дифференциального уравнения (5.8) для значения параметров материала, характерных для никелида титана, в частности для  $f(q) = a_0 = 0.3$ ,  $\varepsilon_0 = 0.04$  и значений  $\theta = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9$  для кривых сверху вниз. Из всех приведенных кривых наиболее близко уравнению (6.1) соответствует кривая для  $\theta = 6$ . Из свойства монотонности решения (5.8) по  $\theta$  вытекает единственность решения уравнения (6.1) относительно  $\theta$  для каждого значения  $\varepsilon_0$ , однако открытым является вопрос о существовании этого решения.

В таблице 1 для трех значений параметра  $a_0$ , соответственно равных 0.15, 0.3 и 0.6 и значений  $\varepsilon_0$ , равных 1%, 2%, ...8% приведены величины  $\theta$ , являющиеся решением уравнения (6.1) и соответствующие величинам  $a_0, \varepsilon_0, \theta$  значения  $S_{1\max}$  и  $\delta l_{\max}$ .

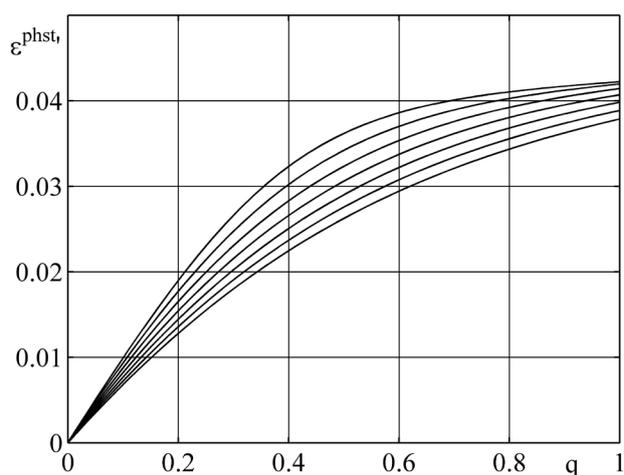


Рис.1.

Таблица 1.

| $a_0$ | $\varepsilon_0, \%$ | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      |
|-------|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.15  | $\theta$            | 5.730  | 5.187  | 4.604  | 3.968  | 3.26   | 2.459  | 1.530  | 0.443  |
|       | $S_{1\max}$         | 0.0015 | 0.0032 | 0.0054 | 0.0080 | 0.0117 | 0,0173 | 0.0277 | 0.0554 |
|       | $dl_{\max}$         | 0.0085 | 0.0168 | 0.0246 | 0.0319 | 0.0382 | 0.0426 | 0.0423 | 0.0246 |
| 0.3   | $\theta$            | 7.903  | 7.247  | 6.5485 | 5.797  | 4.9756 | 4.0582 | 3.00   | 1.7261 |
|       | $S_{1\max}$         | 0.0011 | 0.0024 | 0.004  | 0.0059 | 0.0084 | 0.0119 | 0.0175 | 0.0293 |
|       | $dl_{\max}$         | 0.0089 | 0.0175 | 0.026  | 0.0341 | 0.0416 | 0.0481 | 0.0525 | 0.0506 |
| 0.6   | $\theta$            | 11.49  | 10.67  | 9.80   | 8.89   | 7.90   | 6.84   | 5.58   | 4.15   |
|       | $S_{1\max}$         | 0.0008 | 0.0017 | 0.0028 | 0.004  | 0.0056 | 0.0077 | 0.0106 | 0.0155 |
|       | $dl_{\max}$         | 0.0092 | 0.0182 | 0.0271 | 0.0359 | 0.0443 | 0.0523 | 0.0593 | 0.0644 |

На рис.2-4 приведены графики зависимости от  $\varepsilon_0$  величин  $\theta$  (рис.2),  $S_{1\max}$  (рис.3) и  $\delta l_{\max}$  (рис.4) для  $a_0 = 0.15$  (кривые 1),  $a_0 = 0.3$  (кривые 2) и  $a_0 = 0.6$  (кривые 3). Никелиду титана соответствует значение  $a_0 = 0.3$ .

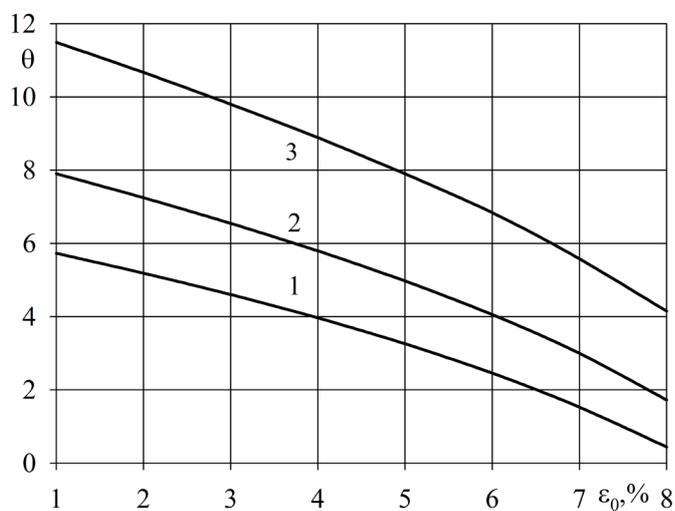


Рис.2.

Согласно рис.2, величина  $\theta$  при прочих равных условиях монотонно убывает с ростом  $\varepsilon_0$ . Эта тенденция связана с тем обстоятельством, что с увеличением начальной деформации для осуществления замкнутого двойного эффекта памяти формы жесткость пружины смещения должна увеличиваться. Тогда создаваемое этой пружиной напряжение в стержне из СПФ будет достаточно, чтобы генерируемая при прямом превращении под действием этого напряжения фазовая деформация достигла величины  $\varepsilon_0$ . С увеличением  $a_0$  при прочих равных условиях  $\theta$  монотонно возрастает. Связана эта тенденция с тем обстоятельством, что рост  $a_0$  приводит к увеличению скорости накопления деформаций прямого превращения. За счет этого роста фазовая деформация стержня из СПФ может достигнуть значения  $\varepsilon_0$  при  $q=1$  для меньших значений жесткости элемента смещения, т.е для больших значений  $\theta$ .

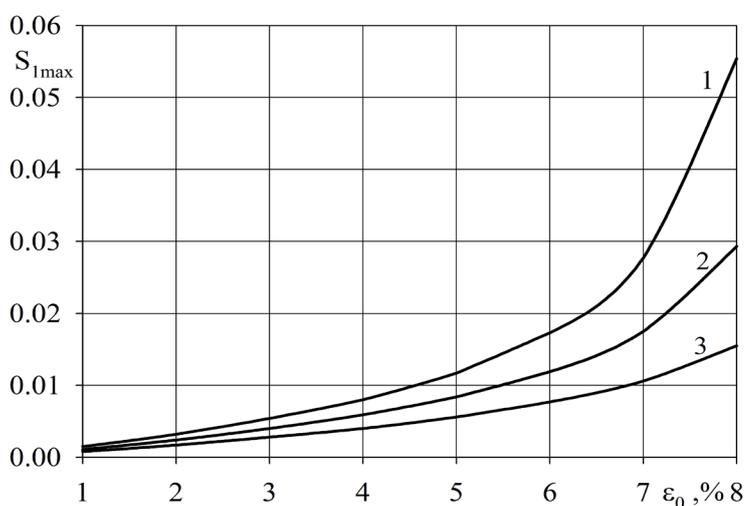


Рис.3.

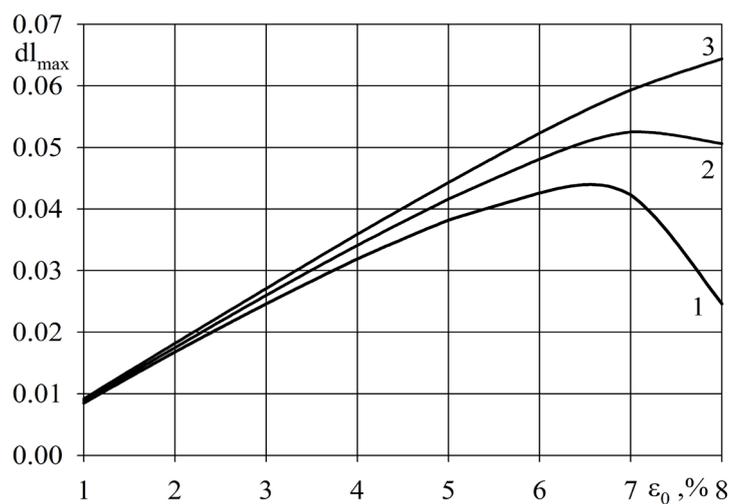


Рис.4.

Согласно рис.3 напряжение в стержне из СПФ, а, значит и в упругом стержне при прочих равных условиях, растут с ростом  $\varepsilon_0$  и уменьшаются с увеличением  $a_0$ . Согласно рис.4, смещение актуатора  $dl_{max}$  растет с ростом  $a_0$  и немонотонно изменяется с ростом  $\varepsilon_0$ . Переход от роста  $dl_{max}$  с ростом  $\varepsilon_0$

к убыванию для малых и средних значений  $a_0$  и достаточно больших значений  $\varepsilon_0$  связан с ростом напряжений (рис.3). При этом упругие деформации в стержне из СПФ, направленные противоположно фазовым, растут с ростом напряжений, снижая смещение.

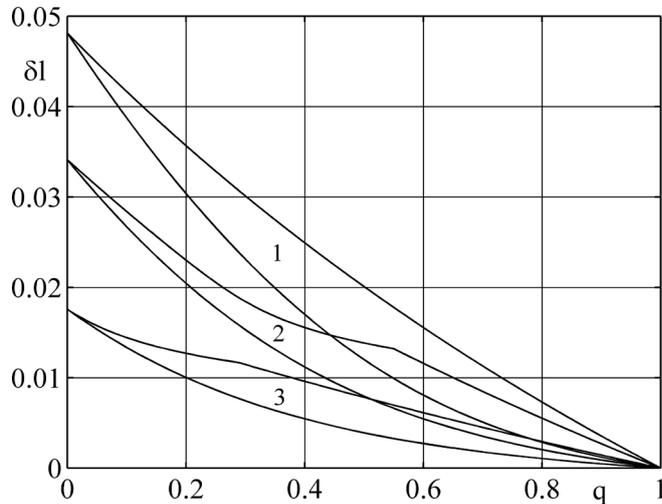


Рис.5.

На рис.5 изображены графики зависимости безразмерного смещения актуатора  $\delta l$  от параметра фазового состава  $q$  при нагреве (верхняя кривая из каждой пары) и охлаждении (нижняя кривая из каждой пары) для значений начальной деформации  $\varepsilon_0 = 0.06$  (петля 1),  $\varepsilon_0 = 0.04$  (петля 2) и  $\varepsilon_0 = 0.02$  (петля 3). Величины  $\theta$  для каждой из петель взяты из табл.1 с тем, чтобы обеспечить их замкнутость. На линиях, соответствующих нагреву петель 2 и 3 явно видны точки излома, соответствующие переходу от отсутствия к наличию структурного перехода. На петле 1 такая точка отсутствует, поскольку соответствующая этой петле величина  $\varepsilon_0 > \rho_{D2}$  и структурного перехода здесь не происходит.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В рамках модели нелинейного деформирования СПФ проведен анализ работы актуатора, состоящего из соединенных последовательно стержня из сплава с памятью формы и упругого стержня смещения.

2. Определен единственный комплексный параметр  $\theta$  – отношение упругих жесткостей стержня из СПФ и упругого стержня, значение которого для фиксированных характеристиках СПФ и заданной начальной деформации стержня из СПФ  $\varepsilon_0$  полностью определяет изменение безразмерных напряжения в стержне из СПФ и смещение актуатора с изменением безразмерного параметра температуры стержня из СПФ.

3. Установлено, что с ростом  $\varepsilon_0$  при прочих равных условиях напряжения в обоих стержнях и смещение актуатора возрастают. С ростом  $\theta$  при прочих равных условиях максимальное напряжение в стержнях падает, а максимальное смещение актуатора растет.

4. С ростом  $\varepsilon_0$  значение  $\theta$ , обеспечивающее возможность замкнутого двойного эффекта памяти формы уменьшается. Для актуаторов,

удовлетворяющих условию осуществления замкнутого двойного эффекта памяти формы при увеличении  $\varepsilon_0$  напряжение в стержнях возрастает, а величина максимального смещения может меняться немонотонно (сначала расти, потом, после достижения максимума, при дальнейшем росте  $\varepsilon_0$  уменьшаться).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Duerig T.W., Stockel D., Keeley A. *Actuator and work production devices* / In: Duerig T.W., Melton K.N., Stockel D., Wayman C.M. *Engineering aspects of shape memory alloys*. – Butterworth-Heinemann Ltd., 1990. – Pp.181-194.
2. Kheirikhah M., Rabiee S., Edalat M. *A review of shape memory alloy actuators in robotics* / Proc. of RoboCup, 2010. Berlin, 2011. – Pp.206-217.
3. Мовчан А.А., Ньюнт С., Семенов В.Н. *Проектирование силовозбудителя крутящего момента из сплава с памятью формы* // Труды ЦАГИ. – 2004. – Вып.2664. – С.220-230.
4. Jun Sheng, Dheeraj Gandhi, Rao Gullapalli, J. Marc Simard, Jaydev P. Desai. *Development of a Meso-Scale SMA-Based Torsion Actuator for Image-Guided Procedures* // IEEE Transactions on Robotics. – 2017. – Vol.33. – Pp.240-248.
5. Davidson F.M., Liang C., Lobitz D.W. *Investigation of torsional shape memory alloy actuators* / Proc. of the Intern. Conf. «Smart structures and materials 1996». – San Diego, 1996. – Pp.672-682.
6. Prahlad H., Chopra I. *Modeling and experimental characterization of SMA torsional actuator* // J. of Intelligent Material Systems and Structures. – 2007. – Vol.18. – No.29. – Pp.29-38.
7. Мовчан А.А., Мозафари А., Казарина С.А. *Анализ работы активатора с пружиной из сплава с памятью формы* // Известия Вузов. Авиационная техника. – 1999. – №4. – С.20-23.
8. Kim S.W., An S., Cho K.J., Lee J.G., Cho M. *A large-stroke shape memory alloy spring actuator using double-coil configuration* // Smart Materials and Structures. – 2015. – Vol.24. – No.9. – Pp.114-121.
9. An S.-M., Ryu J. *Engineering design framework for a shape memory alloy helical coil spring actuator using a static two-state model* // Smart Material and Structures. – 2012. – Vol.21. – No.5. – Pp.1-16.
10. Ma J., Huang H., Huang J. *Characteristics Analysis and Testing of SMA Spring Actuator* // Advances in Materials Science and Engineering. – 2013. – Vol.1. – Pp.1-7.
11. Ranjith P.R., Murali G., Gopal M. *Modeling and Simulation of a Shape Memory Alloy Spring Actuated Flexible Parallel Manipulator* // Procedia Computer Science. – 2018. – Vol.133. – Pp.895-904.
12. Viet N.V., Zaki W., Umer R. *Bending models for superelastic shape memory alloy laminated composite cantilever beams with elastic core layer* // Composites Part B: Engineering. – 2018. – Vol.147. – Pp.86-103.
13. Мовчан А.А., Мозафари А. *Поведение активатора, содержащего стержень из сплава с памятью формы и упругий элемент смещения* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1997. – Т.3. – №2. – С.87-100.
14. Fisher K., Exer A., Hornbogen E., Schmidt H. *The two way shape memory effect for mechanical hands* / Proc. of the 31<sup>th</sup> Structural, Structural Dynamics and Materials Conference. – 1990. – Part 1. – Pp.29-37.

15. Мовчан А.А., Казарина С.А. *Механика активных композитов, содержащих волокна или слои из сплавов с памятью формы* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1996. – Т.2. – №2. – С.29-48.
16. Мовчан А.А., Чернов М.И. *Нелинейный анализ термомеханического поведения однонаправленного композита с волокнами из сплава с памятью формы* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т.24. – №2. – С.221-241.
17. Мовчан А.А., Казарина С.А. *Конструктивный двухпутевой эффект памяти формы, основанный на явлении ориентированного превращения* // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1998. – №1. – С.55-60.
18. Malafeew Eric, Vick Brian, Liang C., Craig A. Rogers. *A disturbed electrothermomechanical analysis of shape memory alloy actuators* / Минский международный форум. Теплообмен – ММФ-92: 2. – Минск, 1992. – Т.6. – С.81-95.
19. Ghomshei M.M., Khajepour A., Tabandeh N., Behdinan K. *Finite Element Modeling of Shape Memory Alloy Composite Actuators: Theory and Experiment* // J. of Intelligent Material Systems and Structures. – 2001. – Vol.12. – No.11. – Pp.761-773.
20. Solomou A.G., Machairas T.T., Saravanos D.A. *A coupled Thermomechanical beam finite element for the simulation of shape memory alloy actuators* // J. of Intelligent Material Systems and Structures. – 2014. – Vol.25. – No.7. – Pp.890-907.
21. Andani M.T., Alipour A., Eshghinejad A., Elahinia M. *Modifying the torque-angle behavior of rotary shape memory alloy actuators through axial loading: A semi-analytical study of combined tension-torsion behavior* // J. of Intelligent Material Systems and Structures. – 2013. – Vol.24. – No.12. – Pp.1524-1535.
22. Kohl M., Guelting M., Pinneker V., Yin R., Wendler F., Krevet B. *Magnetic Shape Memory Microactuator* // Micromachines. – 2014. – Vol.5. – No.4. – Pp.1135-1160.
23. Kuzibayashy K. *A New Actuator of Joint Mechanism Using TiNi Alloy Wire* // Intern. J. of Robotics Research. – 1986. – Vol.4. – No.1. – Pp.47-58.
24. Tautzenberger P., Rau G. *Thermal actuators: A comparison of shape memory alloys with thermoelastic bimetals and wax actuators* / In: Engineering aspects of shape memory alloys. – Butterworth-Heinemann Ltd., 1990. – Pp.207-218.
25. Butera F., Coda A., Vergani G. *Shape memory actuators for automotive applications* / Proc. of the Intern. Conf. “Nanotec IT newsletter”. – Roma, 2007. – Pp.12-16.
26. Bellini A., Colli M., Dragoni E. *Mechatronic design of a shape memory alloy actuator for automotive tumble flaps: a case study* // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2009. – Vol.56. – No.7. – Pp.2644-2656.
27. Leary M., Huang S., Ataalla T., Baxter A., Subic A. *Design of shape memory alloy actuators for direct power by an automotive battery* // Materials & Design. – 2013. – Vol.43. – Pp.460-466.
28. Williams E.A., Shaw G., Elahinia M. *Control of an automotive shape memory alloy mirror actuator* // J. of Mechatronics. – 2010. – Vol.20. – Pp.527-534.
29. Вякхи И.Э., Гончарук П.Д., Иванькин М.А., Лаврухин Г.Н., Мовчан А.А., Семенов В.Н., Чевагин А.Ф. *Технические решения для адаптивных авиационных конструкций с использованием сплавов с памятью формы* // Ученые записки ЦАГИ. – 2007. – Т.XXXVIII. – №3-4. – С.158-168.

30. Hartl D.J., Lagoudas D.C. *Aerospace applications of shape memory alloys* // J. of Aerospace Engineering. – 2007. – Vol.221. – №4. – Pp.535-552.
31. Huettl B., Willey C. *Design and development of miniature mechanisms for small spacecraft* / Proc. of 14<sup>th</sup> AIAA/USU small satellite conference. – Logan, 2000. – Pp.1-14.
32. Ali M.S., Takahata K. *Frequency-controlled wireless shape-memory alloy microactuators integrated using an electroplating bonding process* // Sensors and Actuators A: Physical. – 2010. – Vol.163. – Pp.363-372.
33. Лихачев В.А., Кравченко Ю.Д., Разов А.И., Трусов С.Н., Чернявский А.Г. *Опыт применения сплавов с эффектом памяти формы при сооружении крупногабаритных конструкций в открытом космосе* // ЖТФ. – 1996. – Т.66. – №11. – С.153-161.
34. Prahlad H., Chopra I. *Design of a variable twist tilt-rotor blade using shape memory alloy (SMA) actuators* / Proc. of 8<sup>th</sup> Annual international symposium on smart structures and materials. – Newport Beach, 2001. – Pp.46-59.
35. Calkins F.T., Mabe J.H., Butler G.W. *Boeing's variable geometry chevron: morphing aerospace structures for jet noise reduction* / Proc. of the Intern. Conf. "Smart Structures and Materials 2006: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures". – San Diego, 2006. – Pp.1-19.
36. Bil C., Massey K., Abdullah E.J. *Wing morphing control with shape memory alloy actuators* // J. of Intelligent Material Systems and Structures. – 2013. – Vol.24. – No.7. – Pp.879-898.
37. Jaronie Mohd Jani. *Design Optimisation of Shape Memory Alloy Linear Actuator Applications*. A thesis of the degree of Doctor of Philosophy. RMIT University. School of Aerospace, Mechanical and Manufacturing Engineering College of Science, Engineering and Health. – 2016. – 312 p.
38. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. *Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2011. – №2. – С.44-56.
39. Мовчан А.А. *Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2020. – №4. – С.140-151.
40. Мовчан А.А. *Объединенная модель фазово-структурного деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2020. – №11. – С.2-10.
41. Мовчан А.А. *Модель неупругого деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2021. – №3. – С.8-17.
42. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях* // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – №12. – С.2-11.
43. Мовчан А.А., Сильченко А.Л., Казарина С.А. *Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование эффекта перекрестного упрочнения сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – №3. – С.20-27.
44. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Эффект перекрестного упрочнения сплава с памятью формы при сжатии* // Деформация и разрушение материалов. – 2019. – №4. – С.2-9.

## REFERENCES

1. Duerig T.W., Stockel D., Keeley A. *Actuator and work production devices*. In: Duerig T.W., Melton K.N., Stockel D., Wayman C.M. Engineering aspects of shape memory alloys. Butterworth-Heinemann Ltd., 1990, Pp.181-194.
2. Kheirikhah M., Rabiee S., Edalat M. *A review of shape memory alloy actuators in robotics*. Proc. of RoboCup 2010, Berlin, 2011, Pp.206-217.
3. Movchan A.A., N'yunt S., Semenov V.N. *Proektirovanie silovozbuditel'nykh krutyashhego momenta iz splava s pamyat'yu formy [Design of shape memory alloy's torsion moment actuator]*. Trudy TSAGI, 2004, Iss.2664, Pp.220-230.
4. Jun Sheng, Dheeraj Gandhi, Rao Gullapalli, J. Marc Simard, Jaydev P. Desai. *Development of a Meso-Scale SMA-Based Torsion Actuator for Image-Guided Procedures*. IEEE Transactions on Robotics, 2017, Vol.33, Pp.240-248.
5. Davidson F.M., Liang C., Lobitz D.W. *Investigation of torsional shape memory alloy actuators*. Proc. of the Intern. Conf. Smart structures and materials 1996. San Diego, 1996, Pp.672-682.
6. Prahlad H., Chopra I. *Modeling and experimental characterization of SMA torsional actuator*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2007, Vol.18, No.29, Pp.29-38.
7. Movchan A.A., Mosafary A., Kazarina S.A. *Examination of behavior of the actuator with a spring made of shape memory alloys*. Russian Aeronautics, 1999, No.4, Pp.20-23.
8. Kim S.W., An S., Cho K.J., Lee J.G., Cho M. *A large-stroke shape memory alloy spring actuator using double-coil configuration*. Smart Materials and Structures, 2015, Vol.24, No.9, Pp.114-121.
9. An S.-M., Ryu J. *Engineering design framework for a shape memory alloy helical coil spring actuator using a static two-state model*. Smart Material and Structures, 2012, Vol.21, No.5, Pp.1-16.
10. Ma J., Huang H., Huang J. *Characteristics Analysis and Testing of SMA Spring Actuator*. Advances in Materials Science and Engineering, 2013, Vol.1, Pp.1-7.
11. Ranjith P.R., Murali G., Gopal M. *Modeling and Simulation of a Shape Memory Alloy Spring Actuated Flexible Parallel Manipulator*. Procedia Computer Science, 2018, Vol.133, Pp.895-904.
12. Viet N.V., Zaki W., Umer R. *Bending models for superelastic shape memory alloy laminated composite cantilever beams with elastic core layer*. Composites Part B: Engineering, 2018, Vol.147, Pp.86-103.
13. Movchan A.A., Mozafary A. *Povedenie aktivatora, soderzhashhego sterzhen' iz splava s pamyat'yu formy i uprugij ehlement smeshheniy [Behavior of an activator containing a shape-memory alloy rod and an elastic bias element]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 1997, Vol.3, No.2, Pp.87-100.
14. Fisher K., Exer A., Hornbogen E., Schmidt H. *The two way shape memory effect for mechanical hands*. Proc. of the 31<sup>th</sup> Structural, Structural Dynamics and Materials Conference, 1990, Part 1, Pp.29-37.
15. Movchan A.A., Kazarina S.A. *Mekhanika aktivnykh kompozitov, soderzhashhikh volokna ili sloi iz splavov s pamyat'yu formy [Mechanics of active composites, containing fibres or layers from shape memory alloys]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 1996, Vol.2, No.2, Pp.29-48.
16. Movchan A.A., Chernov M.I. *Closed two-way shape memory effect in unidirectional composite with shape memory alloy fibers and elastic matrix*.

- Composites: Mechanics, Computations, Applications, 2019, Vol.10, Iss.2, Pp.135-156.
17. Movchan A.A., Kazarina S.A. *Structural two way shape memory effects due to oriented transformation phenomena*. J. of machinery manufacture and reliability, 1998, No.1, Pp.55-60.
  18. Malafeev Eric, Vick Brian, Liang C., Craig A. Rogers. *A disturbed electrothermomechanical analysis of shape memory alloy actuators*. Heat and Mass Transfer – MMF-92: 2 Minsk International Forum. Minsk, 1992, Vol.6, Pp.81-95.
  19. Ghomshei M.M., Khajepour A., Tabandeh N., Behdinin K. *Finite Element Modeling of Shape Memory Alloy Composite Actuators: Theory and Experiment*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2001, Vol.12, No.11, Pp.761-773.
  20. Solomou A.G., Machairas T.T., Saravanos D.A. *A coupled Thermomechanical beam finite element for the simulation of shape memory alloy actuators*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2014, Vol.25, No.7, Pp.890-907.
  21. Andani M.T., Alipour A., Eshghinejad A., Elahinia M. *Modifying the torque-angle behavior of rotary shape memory alloy actuators through axial loading: A semi-analytical study of combined tension-torsion behavior*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2013, Vol.24, No.12, Pp.1524-1535.
  22. Kohl M., Guelting M., Pinneker V., Yin R., Wendier F., Krevet B. *Magnetic Shape Memory Microactuator*. Micromachines, 2014, Vol.5, No.4, Pp.1135-1160.
  23. Kuzibayashy K. *A New Actuator of Joint Mechanism Using TiNi Alloy*. Intern. J. of Robotics Research, 1986, Vol.4, No.1, Pp.47-58.
  24. Tautzenberger P., Rau G. *Thermal actuators: A comparison of shape memory alloys with thermoelastic bimetals and wax actuators*. In: Duerig T.W., Melton K.N., Stockel D., Wayman C.M. Engineering aspects of shape memory alloys. Butterworth-Heinemann Ltd., 1990, Pp.207-218.
  25. Butera F., Coda A., Vergani G. *Shape memory actuators for automotive applications*. Proc. of the Intern. Conf. Nanotec IT newsletter. Roma, 2007, Pp.12-16.
  26. Bellini A., Colli M., Dragoni E. *Mechatronic design of a shape memory alloy actuator for automotive tumble flaps: a case study*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, Vol.56, No.7, Pp.2644-2656.
  27. Leary M., Huang S., Ataalla T., Baxter A., Subic A. *Design of shape memory alloy actuators for direct power by an automotive battery*. Materials & Design, 2013, Vol.43, Pp.460-466.
  28. Williams E.A., Shaw G., Elahinia M. *Control of an automotive shape memory alloy mirror actuator*. J. of Mechatronics, 2010, Vol.20, Pp.527-534.
  29. Vyakhki I.E., Goncharuk P.D., Ivan'kin M.A., Lavruhin G.N., Movchan A.A., Semenov V.N., Chevagin A.F. *Tekhnicheskie resheniya dlya adaptivnykh aviatsionnykh konstruktsij s ispol'zovaniem splavov s pamyat'yu formy [Technical solution for adaptive aerospace structure using shape memory alloys]*. Uchenye zapiski TSAGI, 2007, Vol.XXXVIII, No.3-4, Pp.158-168.
  30. Hartl D.J., Lagoudas D.C. *Aerospace applications of shape memory alloys*. J. of Aerospace Engineering, 2007, Vol.221, No.4, Pp.535-552.
  31. Huettl B., Willey C. *Design and development of miniature mechanisms for small spacecraft*. Proc. of 14th AIAA/USU small satellite conference, Logan, 2000, Pp.1-14.
  32. Ali M.S., Takahata K. *Frequency-controlled wireless shape-memory alloy microactuators integrated using an electroplating bonding process*. Sensors and Actuators A: Physical, 2010, Vol.163, Pp.363-372.

33. Lihachev V.A., Kravchenko Yu.D., Razov A.I., Trusov S.N., Chernyavskij A.G. *Opyt primeneniya splavov s ehffektom pamyati formy pri sooruzhenii krupnogabaritnykh konstruksij v otkrytom kosmose [Experience in the use of shape memory alloys in the construction of large-size structures in outer space]*. Zhurnal tekhnicheskoy fiziki, 1996, Vol.66, No.11, Pp.153-161.
34. Prahlad H., Chopra I. *Design of a variable twist tilt-rotor blade using shape memory alloy (SMA) actuators*. Proc. of 8<sup>th</sup> Annual international symposium on smart structures and materials. Newport Beach, 2001, Pp.46-59.
35. Calkins F.T., Mabe J.H., Butler G.W. *Boeing's variable geometry chevron: morphing aerospace structures for jet noise reduction*. Proc. of the Intern. Conf. Smart Structures and Materials 2006. San Diego, 2006, Pp.1-19.
36. Bil C., Massey K., Abdullah E.J. *Wing morphing control with shape memory alloy actuators* J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2013, Vol.24, No.7, Pp.879-898.
37. Jani J.M. *Design Optimisation of Shape Memory Alloy Linear Actuator Applications*. A thesis of the degree of Doctor of Philosophy. RMIT University. School of Aerospace, Mechanical and Manufacturing Engineering. College of Science, Engineering and Health, 2016, 312 p.
38. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Sil'chenko T.L. *Taking into account of the martensite inelasticity in reverse phase transformation in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
39. Movchan A.A. *Phenomenological Model of Changes in Phase-Structural Deformations in Shape Memory Alloys*. Mechanics of Solids, 2020, Vol.55, No.4, Pp.573-583.
40. Movchan A.A. *Joint Model for the Phase-Structural Deformation of Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2001, Vol.2021, No.4, Pp.333-340.
41. Movchan A.A. *Model' neuprugogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy [Inelastic deformation model for shape memory alloys]*. Deformaciya i razrushenie materialov. 2021, No.3, Pp.8-17.
42. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Experimental Identification of a Nonlinear Deformation Model for a Shape Memory Alloy during Phase and Structural Transformations*. Russian Metallurgy (Metally), 2019, Vol.2019, No.4, Pp.301-308.
43. Movchan A.A., Sil'chenko A.L., Kazarina S.A. *Experimental Study and Theoretical Simulation of the Cross Hardening Effect in Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2017, Vol.2017, No.10, Pp.779-784.
44. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Cross Hardening of a Shape Memory Alloy during Compression*. Russian Metallurgy (Metally), 2019, Vol.2019, No.10, Pp.967-973.

*Поступила в редакцию 15 марта 2021 года.*

---

Сведения об авторах:

Мовчан Андрей Александрович – д.ф.-м.н., проф., г.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: [movchan47@mail.ru](mailto:movchan47@mail.ru)

Экстер Никита Михайлович – студ., Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия; e-mail: [ekster2000@inbox.ru](mailto:ekster2000@inbox.ru)