

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УГЛОВ УКЛАДКИ МОНОСЛОЕВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КОМПОЗИТНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Железнов Л.П.

ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина», г. Новосибирск, Россия

АННОТАЦИЯ

В настоящее время в конструкциях современных летательных аппаратов нашли широкое применение полимерные композиционные материалы, что значительно облегчает вес конструкции при сохранении ее прочностных и жесткостных характеристик. Несмотря на то, что имеется достаточно большое число работ по исследованию прочности таких конструкций, тем не менее остаются нерешенными вопросы прочности и устойчивости их в условиях нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния. Последнее особенно необходимо для конструкций фюзеляжей самолетов, в которых потеря устойчивости композитной обшивки недопустима. Методы расчета на прочность и устойчивость композитных конструкций с учетом нелинейности исходного напряженно-деформированного состояния в настоящий момент недостаточно развиты. Поэтому разработка надежных и эффективных методов расчета оболочек из композиционных материалов является несомненно актуальной задачей. Наиболее подходящим методом в этом случае является метод конечных элементов. Преимущества его в универсальности, физичности и неограниченной возможности применения к сложным конструкциям при произвольном нагружении. Применение метода конечных элементов к расчету оболочек связано со значительными трудностями, обусловленными толщиной и кривизной оболочки. Построение эффективных конечных элементов оболочек является также актуальной задачей и по настоящее время. Большинство разработанных конечных элементов являются элементами круговых цилиндрических, конических или сферических оболочек. В настоящей работе задача прочности и устойчивости цилиндрических композитных оболочек при произвольном нагружении решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона-Канторовича. Используются разработанные авторами на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы некруговых цилиндрических композитных оболочек и элементов подкреплений естественной кривизны, в аппроксимации перемещений, которых в явном виде выделены их жесткие перемещения (перемещения конечных элементов как твердого тела). Критические нагрузки определяются в процессе решения геометрически нелинейной задачи с использованием метода триангуляции матриц и критерия Сильвестра. Вычисляются также формы деформированных в докритическом состоянии оболочек и их формы при потере устойчивости. Исследована устойчивость круговой цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала, при различных видах нагружения: крутящим и изгибающим моментами, краевой сжимающей и поперечной силах и внешнем давлении. Выяснено влияние углов укладки монослоев, нелинейности деформирования на критические нагрузки потери устойчивости оболочки.

Ключевые слова: цилиндрические оболочки; полимерные композиционные материалы; нелинейное деформирование; устойчивость; метод конечных элементов

STUDY OF THE EFFECT OF THE MONOLAYERS LAY-UP ANGLES ON THE COMPOSITE CYLINDRICAL SHELL STABILITY

Zheleznov L.P.

*Siberian Aeronautical Research Institute Named After S.A. Chaplygin,
Novosibirsk, Russia*

ABSTRACT

Currently, polymer composite materials are widely used in the designs of advanced aircrafts, which significantly lightens the construction weight while maintaining its strength and stiffness characteristics. Despite the fact that there is a fairly large number of works on the study of such structures strength, the issues of their strength and stability under conditions of the initial nonlinear stress-strain state remain unsolved. The latter is especially necessary for aircraft fuselage structures, in which the composite skin stability loss is unacceptable. Methods of calculation for strength and stability of composite structures taking into account the nonlinearity of the initial stress-strain state are currently underdeveloped. Therefore, the development of reliable and efficient methods for analysis of shells made of composite materials is undoubtedly an urgent task. The most suitable method in this case is the finite element method. Its advantages are its versatility, physicality and unlimited applicability to complex structures under arbitrary loading. The application of the finite element method to the analysis of shells is associated with significant difficulties due to the thickness and curvature of the shell. The building of effective finite elements of shells is also an urgent problem to this day. Most of the developed finite elements are elements of circular cylindrical, conical or spherical shells. In the present work, the problem of strength and stability of cylindrical composite shells under arbitrary loading is solved by finite element methods and Newton-Kantorovich linearization. Finite elements of non-circular cylindrical composite shells and reinforcement elements of natural curvature, developed by the authors on the basis of the Timoshenko hypothesis, are used, in the approximation of displacements of which their rigid displacements (displacements of finite elements as a rigid body) are explicitly identified. Critical loads are determined in the process of a geometrically nonlinear problem solving using the matrix triangulation method and Sylvester's criterion. The shapes of the shells in the prebuckling state and their buckling shapes are also calculated. The stability of a circular cylindrical shell made of a polymer composite material has been investigated under various types of loading: torsional and bending moments, edge compressive and transverse forces, and external pressure. The effect of the monolayers lay-up angles, deformation non-linearity on the critical loads of the shell instability has been determined.

Keywords: cylindrical shells; polymer composite materials; nonlinear deformation; stability; finite element method

В настоящее время в конструкциях современных летательных аппаратов нашли широкое применение полимерные композиционные материалы (ПКМ), что значительно облегчает вес конструкции при сохранении ее прочностных и жесткостных характеристик. Основы теории анизотропных пластин и оболочек можно найти в работах [1,2]. Основополагающий вклад в разработку методов расчета конструкций из композиционных материалов внесла школа В.В. Васильева [3,4], этим же вопросам посвящены монографии [5-7]. Обширное исследование проблем прочности и устойчивости оболочек приводится в монографии Р.Б.Рикардса и Г.А.Тетерса [8]. Текущее положение дел в данной области показано в обзорных работах [9,10]. Однако, в большинстве исследований напряженно-

деформированное состояние оболочек анализируется на модели, не учитывающей поперечные сдвиги. Несмотря на то, что имеется достаточно большое число работ по исследованию прочности таких конструкций, тем не менее остаются нерешенными вопросы прочности и устойчивости их в условиях нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния. Последнее особенно необходимо для конструкций фюзеляжей самолетов, в которых потеря устойчивости композитной обшивки недопустима. Большинство опубликованных работ рассматривают, как правило, оболочки при безмоментном или линейном исходных напряженно деформированных состояниях [11-14]. Тем не менее, остаются нерешенными достаточно много вопросов, связанных с прочностью и устойчивостью конструкций из композиционных материалов при нелинейном их деформировании, в частности, влияние углов укладки однонаправленных монослоев на устойчивость цилиндрических оболочек из ПКМ при различных видах нагружения.

В настоящей работе задача прочности и устойчивости цилиндрических оболочек из ПКМ при произвольном нагружении решена методами конечных элементов и линеаризации Ньютона-Канторовича. Используются разработанные автором на основе гипотезы Тимошенко конечные элементы цилиндрических оболочек естественной кривизны, в аппроксимации перемещений которых в явном виде выделены их жесткие перемещения (перемещения конечных элементов как твердого тела). Это существенно улучшает условия сходимости решения по числу конечных элементов. Проведено исследование влияния углов укладки монослоев и нелинейности деформирования на устойчивость круговой цилиндрической оболочки из ПКМ при различных видах нагружения: крутящим и изгибающим моментами, краевой сжимающей и поперечной силах и внешнем давлении.

Рассмотрим подкреплённую продольным (стрингерами) и поперечным (шпангоутами) наборами в общем случае некруговую цилиндрическую композитную оболочку, находящуюся под действием неоднородной краевой нагрузки в виде продольной силы N , изгибающего M , крутящего M_k моментов, поперечной силы Q и внутреннего(внешнего) давления q (рис. 1).

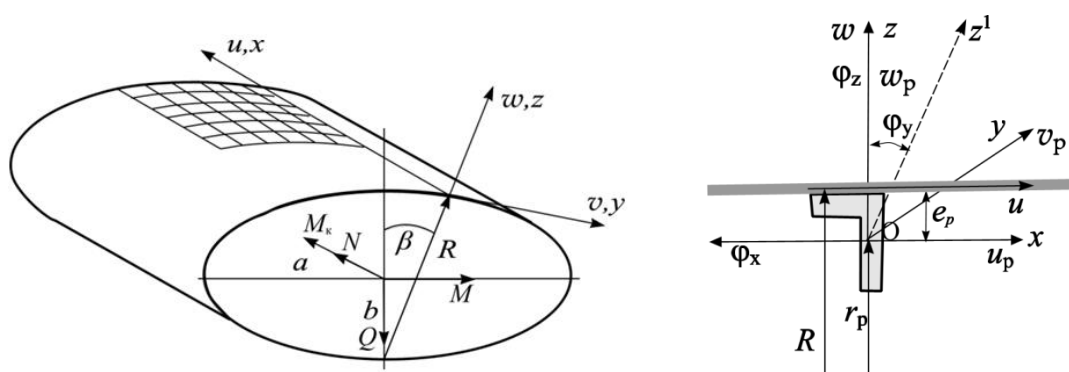


Рис.1. Расчётная схема.

Кратко изложим основные соотношения для конечного элемента некруговой цилиндрической оболочки, выполненной из полимерного композиционного материала. Обшивку оболочки будем рассматривать как ортотропную. При выводе основных соотношений воспользуемся разработанным ранее автором алгоритмом [15-17].

Разобьём оболочку линиями главных кривизн по образующей на m , а по направляющей на n частей. Таким образом, оболочку представим набором $m \times n$ криволинейных прямоугольных конечных элементов естественной кривизны.

Основные соотношения для конечного элемента оболочки из ПКМ представлены в работе [17].

Выражение для потенциальной энергии конечного элемента оболочки имеет вид [17]

$$\begin{aligned} \Pi &= W - V, \\ W &= \frac{1}{2} \iint_s \mathbf{T}^T \mathbf{e} ds = \frac{1}{2} \iint_s (\mathbf{T}^T \mathbf{e}_l + \mathbf{T}^T \mathbf{e}_n) ds = \frac{1}{2} \iint_s (\mathbf{e}_l^T \mathbf{D} \mathbf{e}_l + \mathbf{e}_l^T \mathbf{D} \mathbf{e}_n + \mathbf{e}_n^T \mathbf{D} \mathbf{e}_l + \mathbf{e}_n^T \mathbf{D} \mathbf{e}_n) ds, \\ V &= \iint_s \mathbf{q}^T \mathbf{u} ds + \int_{l_k} \mathbf{R}_k^T \mathbf{u}_k dl_k + \mathbf{R}_l^T \bar{\mathbf{u}}_l, \quad \mathbf{u}_k = \{u, v, w, \vartheta_1, \vartheta_2, w_{xy}\}^T, \\ \mathbf{D} &= \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & K_{11} & K_{12} & K_{13} & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & K_{21} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & K_{31} & K_{32} & K_{33} & 0 & 0 \\ K_{11} & K_{21} & K_{31} & D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 \\ K_{12} & K_{22} & K_{32} & D_{21} & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} & D_{31} & D_{32} & D_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{22} \end{bmatrix}, \\ C_{11} &= C_{22} = 5/6 Gh, \end{aligned}$$

где W – энергия деформации конечного элемента, V – работа внешних сил, действующих на конечный элемент оболочки, \mathbf{T} – вектор внутренних усилий, \mathbf{e} – вектор деформаций, \mathbf{D} – матрица упругих жесткостей, индексы l, n при \mathbf{e} означают линейные и нелинейные составляющие вектора деформаций, $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3\}^T$ – вектор неоднородной поверхностной нагрузки, $\mathbf{R}_k = \{P_{1k}, P_{2k}, P_{3k}, M_{1k}, M_{2k}, M_{3k}\}^T$ – вектор контурных сил и $\mathbf{R}_l = \{P_{1l}, P_{2l}, P_{3l}, M_{1l}, M_{2l}, M_{3l}\}^T$ – вектор локальных сил и моментов. Индексы 1, 2, 3 соответствуют направлениям осей x, y, z .

Рассмотрим конечный элемент для подкреплений (рис.1). Подкрепления выполнены из того же композиционного многослойного материала. В этом случае, как и для оболочки, для элемента подкрепления можно применить гипотезу Тимошенко, учитывая его малые размеры по сравнению с радиусом оболочки. Считаем угол сдвига поперечного сечения элемента подкрепления совпадающим с углом сдвига оболочки.

В этом случае запишем выражения перемещений произвольной точки поперечного сечения элемента подкрепления

$$U = u_p + z\varphi_y, \quad V = v_p + z\varphi_x + x\varphi_z, \quad W = w_p - x\varphi_y,$$

где u_p, v_p, w_p – перемещения точек центра тяжести поперечного сечения элемента подкрепления в направлении осей x, y, z ; $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ – углы поворотов поперечного сечения вокруг осей x, y, z .

Используя [17], запишем выражение для деформаций в произвольной точке поперечного сечения подкрепления

$$\bar{\varepsilon}_p = \varepsilon_p + x\chi_{px} + z\chi_{pz},$$

где

для элемента стрингера

$$\varepsilon_p = (v_p)_x + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_z^2), \quad \chi_{px} = (\varphi_z)_x, \quad \chi_{pz} = (\varphi_x)_x,$$

$$\chi_p = (\varphi_y)_x, \quad \varphi_x = \mathcal{G}_x, \quad \varphi_z = -(u_p)_x, \quad \varphi_y = \mathcal{G}_y,$$

для элемента шпангоута

$$\varepsilon_p = k_2(w_p + (v_p)_\beta) + \frac{1}{2}(\varphi_x^2 + \varphi_z^2), \quad \chi_{px} = k_2((\varphi_z)_\beta - \varphi_y), \quad \chi_{pz} = k_2(\varphi_x)_\beta,$$

$$\varphi_z = -k_2(u_p)_\beta, \quad \varphi_x = k_2(v_p - (w_p)_\beta), \quad \varphi_y = \mathcal{G}_x,$$

Индексы x, β за скобкой означают дифференцирование.

Выразим перемещения точек центра тяжести элемента подкрепления через перемещения точек срединной поверхности оболочки. Учитывая, что для элемента шпангоута $\varphi_y = \mathcal{G}_x$, а для элемента стрингера $\varphi_y = \mathcal{G}_y$, получаем согласно рис.1 выражения для перемещений центров тяжести

– шпангоута

$$u_p = u + e_p \mathcal{G}_x, \quad v_p = v + e_p \mathcal{G}_y, \quad w_p = w,$$

– стрингера

$$u_p = v + e_p \mathcal{G}_y, \quad v_p = u + e_p \mathcal{G}_x, \quad w_p = w,$$

где e_p – эксцентриситет подкрепления (расстояние от срединной поверхности оболочки до центра тяжести подкрепления).

Нормальные и касательные напряжения связаны с осевой и сдвиговой деформациями зависимостями

$$\sigma_p = E\varepsilon_p, \quad \tau_p = G\gamma_p.$$

Запишем выражения для усилий, моментов и поперечной силы подкрепления

$$T_p = \iint_s \sigma_p ds, \quad M_{px} = \iint_s \sigma_p x ds, \quad M_{pz} = \iint_s \sigma_p z ds, \quad Q_p = \iint_s \tau_p ds, \quad M_{py} = \iint_s \tau_p \rho ds,$$

где ρ – расстояние от центра тяжести поперечного сечения до произвольной точки поперечного сечения подкрепления.

Интегрируя, получаем усилия, моменты и поперечную силу

$$T_p = C\varepsilon_p, \quad M_{px} = C_x \chi_{px} + C_{xz} \chi_{pz}, \quad M_{pz} = C_z \chi_{pz} + C_{xz} \chi_{px}, \quad Q_p = GF\psi_p, \quad M_{py} = C_k \chi_p.$$

Для элемента шпангоута $\psi_p = \psi_y$, а для элемента стрингера $\psi_p = \psi_x$.

Здесь согласно [17]

$$C = EF, \quad C_x = EJ_x, \quad C_z = EJ_z, \quad C_{xz} = EJ_{xz}, \quad C_k = GJ_k,$$

$$F = \iint_s ds, \quad J_x = \iint_s x^2 ds, \quad J_z = \iint_s z^2 ds, \quad J_{xz} = \iint_s xz ds, \quad J_k = \iint_s \rho_1 \rho ds.$$

Запишем (20) в матричной форме

$$\mathbf{T}_p = \mathbf{D}_p \mathbf{e}_p,$$

где

$$\mathbf{T}_p = \{T_p, M_{px}, M_{pz}, M_{py}, Q_p\}^T, \quad \mathbf{e}_p = \{\varepsilon_p, \chi_{px}, \chi_{pz}, \chi_p, \psi_p\}^T,$$

$$\mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_x & C_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & C_{xz} & C_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & GF \end{bmatrix}.$$

Энергия деформации конечного элемента подкрепления имеет вид

$$W_p = \frac{1}{2} \int_{l_p} \mathbf{T}_p^T \mathbf{e}_p dl_p.$$

Запишем вариационное уравнение Лагранжа для конечного элемента подкрепленной оболочки

$$\delta \Pi = \delta W + \delta W_p - \delta V = 0,$$

где δ – знак вариации.

Варьируя по узловым перемещениям конечного элемента, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений конечного элемента. С учетом условия совместности узловых перемещений элементов и граничных условий получаем систему нелинейных алгебраических уравнений относительно узловых перемещений всех конечных элементов оболочки

$$\mathbf{K}\mathbf{u}' - \mathbf{Q} = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{K} – матрица жесткости оболочки получается суммированием матриц жесткости отдельных конечных элементов с использованием матрицы индексов [18]; \mathbf{Q} – вектор обобщенных узловых сил оболочки.

Для решения системы (1) воспользуемся методом Ньютона-Канторовича [19], уравнение которого имеет вид

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}'_n) \Delta = \mathbf{Q} - \mathbf{G}, \quad \mathbf{u}'_{n+1} = \mathbf{u}'_n + \Delta, \quad (2)$$

где \mathbf{H} – гессиан системы, элементами которого являются элементы второй вариации потенциальной энергии деформации подкрепленной оболочки, \mathbf{G} – градиент потенциальной энергии деформации.

Решение системы (2) получаем следующим образом. Задаем небольшое значение параметра нагрузки. За нулевое приближение принимается решение линейной задачи. Выполняется итерационный процесс, обеспечивающий сходимость решения с заданной точностью. Далее нагрузка увеличивается. За нулевое приближение берется решение с предыдущего шага по нагрузке. Выполняется итерационный процесс и т.д. На каждой итерации решение системы линейных алгебраических уравнений отыскиваем методом Краута [20] с использованием L^TDL разложения матрицы \mathbf{H} на диагональную \mathbf{D} и две треугольные матрицы \mathbf{L} .

Определив компоненты вектора узловых перемещений \mathbf{u}' , найдем все компоненты напряженно-деформированного состояния оболочки. Критическая нагрузка определяется или как предельная по расходимости итерационного процесса при резком возрастании перемещений в отдельных узлах конечно-элементной сетки, или как бифуркационная с использованием энергетического критерия устойчивости, согласно которому равновесное состояние устойчиво если $\delta^2 \Pi > 0$. Это условие требует положительной определенности гессиана \mathbf{H} или

положительности всех диагональных элементов матрицы D в L^TDL разложении матрицы H . Определив критическую нагрузку, отыскиваем форму потери устойчивости оболочки из решения системы $H\delta = 0$, где δ – вектор бифуркационных узловых перемещений. В случае предельной точки форма потери устойчивости оболочки отыскивается из нелинейного исходного напряженно-деформированного состояния для нагрузки, близкой к предельной.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УГЛОВ УКЛАДКИ МОНОСЛОЕВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Рассмотрим консольно-закрепленную ($u = v = w = w_x = 0$) круговую цилиндрическую оболочку, выполненную из ПКМ, и находящуюся под действием краевой нагрузки в виде продольной сжимающей силы N , изгибающего M , крутящего M_k моментов, поперечной силы Q , приложенных к свободному краю оболочки, и внешнего давления q . Нагруженный край оболочки подкреплен жестким в своей плоскости шпангоутом. Действие изгибающего момента заменим действием неоднородных по направляющей оболочки осевых усилий $T_1 = Mz_1/J$ (z_1 – расстояние от точек контура оболочки до горизонтальной оси AA , J – момент инерции площади поперечного сечения относительно оси AA). Действие крутящего момента M_k заменим действием однородных по окружности оболочки касательных усилий $T_3 = M_k/2\omega$, где ω – площадь в свету поперечного сечения оболочки. Действие поперечной силы заменим статически эквивалентными ей касательными усилиями $T_3 = QS/J$, где S – статический момент отсеченной части поперечного сечения. Оболочка имеет длину $L = 2000$ мм, толщину $h = 3,456$ мм, $R = 2000$ мм.

Оболочка выполнена из 18-ти слойного композиционного материала ПКМ *Torayca T700*, механические характеристики монослоя которого приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Механические характеристики монослоя *Torayca T700*.

E_1^+ МПа	E_1^- , МПа	E_2^+ , МПа	E_2^- , МПа	G_{12} , МПа	σ_{1B}^+ , МПа	σ_{1B}^- , МПа	σ_{2B}^+ , МПа	σ_{2B}^- , МПа	τ_{12B} , МПа	μ_{12}	δ , мм
125510	114380	8780	8670	4740	2340	1240	51,7	211,2	71,4	0,34	0,192

где $E_1^+, E_1^-, E_2^+, E_2^-, G_{12}$ – модули упругости в продольном и поперечном направлениях монослоя на растяжение и сжатие и модуль сдвига соответственно, $\sigma_{1B}^+, \sigma_{1B}^-, \sigma_{2B}^+, \sigma_{2B}^-, \tau_{12B}$ – разрушающие продольные и поперечные напряжения монослоя на сжатие (–) и растяжение (+), а также касательные напряжения, μ_{12} – коэффициент Пуассона монослоя, δ – толщина монослоя. В этом случае оболочка рассматривается как ортотропная. Приведенные жесткостные характеристики материала обшивки получены с использованием формул [21].

В силу симметрии нагрузки рассматривалась 1/2 часть оболочки, получаемая продольным разрезом оболочки. Для расчета по линии разреза для нагрузки N, M, Q, q ставились условия симметрии ($v = 0, w_\varphi = 0$), а для M_k – условия косо

симметрии ($w = 0, w_x = 0$). Оболочка разбивалась конечно-элементной сеткой $m \times n = 15 \times 90$, что обеспечивало сходимость решения по числу конечных элементов, где m – число конечных элементов по образующей оболочки, n – число конечных элементов по направляющей.

Приняты следующие обозначения: $k_c = N^*/N_b$, $k_m = M^*/M_0$, $k_p = M_k^*/M_{k0}$, $k_\tau = Q^*/Q_0$, $k_q = q^*/q_0$, где N^* , M^* , M_k^* , Q^* , q^* – критические значения продольной силы, изгибающего и крутящего моментов, поперечной краевой силы и внешнего давления, $N_b = 2\pi Eh^2/\sqrt{3(1-\nu^2)}$, $M_0 = \pi ER_0 h^2/\sqrt{3(1-\nu^2)}$, $M_{k0} = 2\pi CR_0^2 S_b$, $Q_0 = \pi R_0 C S_b$, $q_0 = 0.92E \frac{R}{L} (h/R)^2 \sqrt{\frac{h}{R}}$ – верхнее критические значения продольной сжимающей силы, изгибающего и крутящего моментов, краевой поперечной силы и внешнего давления для круговой цилиндрической изотропной оболочки [22], $C = 0,953$, $S_b = 0,74 \frac{Eh}{(1-\nu^2)^{5/8}} \left(\frac{h}{R_0}\right)^{5/4} \left(\frac{R_0}{L}\right)^{1/2}$.

Для исследования влияния углов укладки монослоев в пакете оболочки предварительно определим наиболее оптимальные порядки укладки монослоев в пакете на критические нагрузки потери устойчивости оболочки.

Рассмотрим несколько вариантов укладки монослоев по толщине оболочки, приведённых в таблице 2.

Таблица 2.

Варианты укладки монослоев обшивки.

Вариант	Укладка
v1	0,0,±45,90,0,±45,90,0,±45,90,0,±45,90,0
v2	0,0,±45,90,0,±45,90,90,±45,0,90,±45,0,0
v3	±45,±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45, ±45
v4	±45,±45,±45,0,90,0,0,90,0,±45,±45,±45
v5	±45,±45,±45,0,90,0,0,90,0,-45,45,-45,45,-45,45
v6	0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90,0,90
v7	0,0,0,90,0,±45,±45,±45,±45,0,90,0,0,0

В таблице 3 представлены результаты расчетов параметров критических нагрузок k_c , k_m , k_p , k_τ , k_q для различных вариантов укладки монослоев в пакете оболочки, в том числе и для металлической оболочки из алюминиевого сплава, для случаев линейного и нелинейного исходных напряженно-деформированных состояний.

Анализируя данные таблицы, выбираем для исследования варианты укладки монослоев с наибольшими критическими нагрузками v1 и v5, при этом угол 45 градусов (см. табл.2) заменим параметром φ .

Таблица 3.

Значения параметров критических сил и моментов для различных вариантов укладки монослоев по толщине обшивки.

Вариант	k_c		k_m		k_p		k_τ		k_q	
	Линейное	Нелинейное	Линейное	Нелинейное	Линейное	Нелинейное	Линейное	Нелинейное	Линейное	Нелинейное
V1	0,687	0,584	0,595	0,554	0,625	0,554	0,687	0,677	0,718	0,707
V2	0,625	0,584	0,543	0,502	0,595	0,554	0,625	0,615	0,595	0,584
V3	0,482	0,338	0,564	0,513	0,492	0,308	0,718	0,718	0,666	0,656
V4	0,564	0,359	0,625	0,584	0,513	0,359	0,800	0,779	0,771	0,769
V5	0,564	0,379	0,656	0,646	0,513	0,379	0,882	0,820	0,781	0,779
V6	0,400	0,395	0,502	0,492	0,379	0,369	0,568	0,564	0,779	0,769
V7	0,543	0,543	0,513	0,490	0,543	0,513	0,359	0,349	0,547	0,543
металл	0,882	0,625	0,882	0,871	0,789	0,625	1,148	1,128	1,297	1,292

Таблица 4.

Варианты укладки монослоев обшивки для исследования.

Вариант	Укладка
v1	0,0, $\pm\varphi$, 90,0, $\pm\varphi$, φ , 90,0, $\pm\varphi$, 90,0, $\pm\varphi$, 90,0
v5	$\pm\varphi$, $\pm\varphi$, $\pm\varphi$, 0,90,0,0,90,0, $\mp\varphi$, $\mp\varphi$, $\mp\varphi$

На рис.2 приведены зависимости параметра критической нагрузки k (параметр k соответствует параметру k_c при действии продольной сжимающей силы, k_m – изгибающему моменту, k_p – крутящему моменту, k_τ – краевой поперечной силе, k_q – внешнему давлению) для различных углов φ укладки монослоев в пакете оболочки для случаев варианта укладки v1 (рис.2а) и варианта укладки v5 (рис.2б). Пунктирные кривые, здесь и далее, соответствуют нелинейному, а сплошные кривые линейному моментному исходным напряженно деформированных состояний.

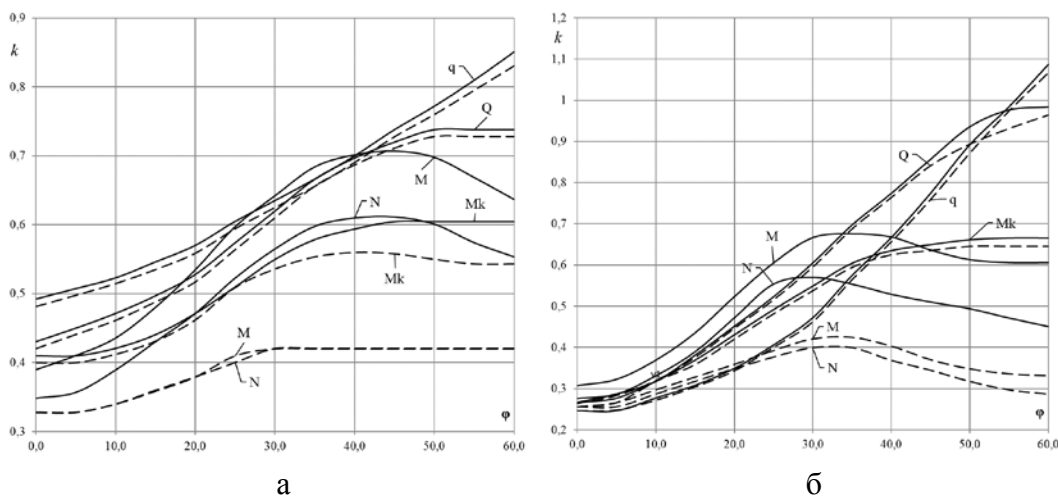


Рис.2. Зависимость параметра критической нагрузки k от вида нагружения и угла φ укладки монослоев.

Анализ рисунков показывает, что нелинейность, как правило, снижает критические значения нагрузок и в большинстве случаев влияние ее незначительно (3-5%) за исключением случаев нагружения оболочки продольной сжимающей силой и изгибом моментом. Влияние нелинейности в этом случае может достигать 70%. С увеличением угла укладки монослоев в случае действия поперечной силы и внешнего давления для вариантов укладки v1 и v5 значения параметра k увеличиваются, в то время как при действии продольной силы, изгибающего и крутящего момента рост параметра k от угла φ происходит только для $\varphi \leq 45^\circ$. Причем, если для варианта v1 при дальнейшем увеличении угла φ параметр k практически не зависит от угла φ , то для варианта v5 в случае действия продольной силы и изгибающего момента параметр k снижается. Оптимальной укладкой в этом случае являются углы $\varphi = 45^\circ$. Кроме того, из рисунков следует, что вариант укладки монослоев v1 выгоднее варианта v5.

На рис.3 показана весовая эффективность, параметр \underline{k} , подсчитываемый по формуле $\underline{k} = (k/k_{ml}) / (G/G_s)$, где G – вес рассчитанной оболочки, G_s – вес эталонной металлической оболочки, k_{ml} – критическая нагрузка металлической оболочки для соответствующего вида нагрузки, в зависимости от угла φ укладки монослоев в пакете оболочки для случаев варианта укладки v1 (рис.3а) и варианта укладки v5 (рис.3б).

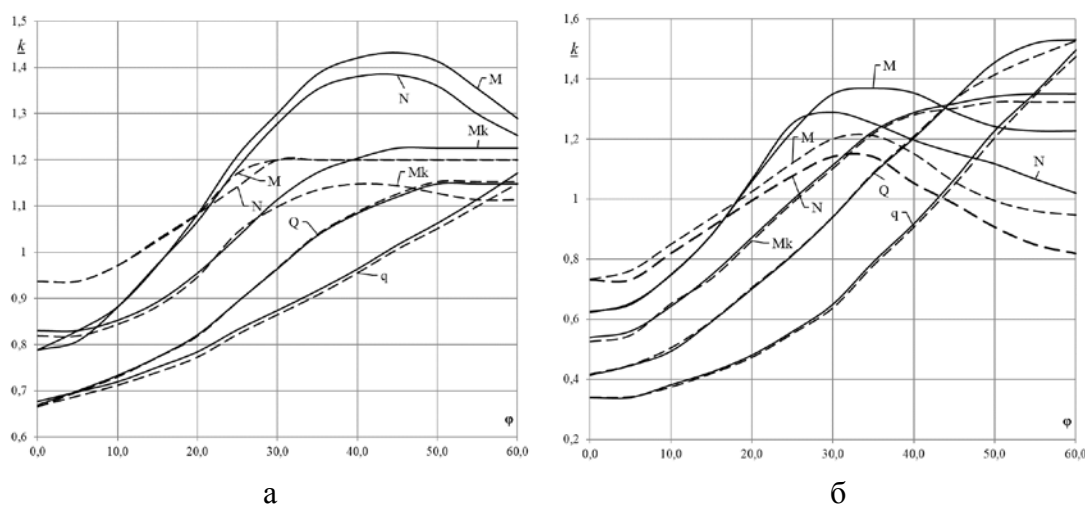


Рис.3. Зависимость параметра критической нагрузки \underline{k} от вида нагружения и угла φ укладки монослоев.

Анализ рисунков следует, что с увеличением угла φ весовая эффективность композитных оболочек увеличивается. Причем, для варианта v1 весовая эффективность композитных оболочек превышает весовую эффективность металлических оболочек при действии продольной сжимающей силы и изгибающего момента для углов $\varphi > 15^\circ$, при действии крутящего момента $\varphi > 23^\circ$, при действии поперечной силы $\varphi > 33^\circ$, при действии внешнего давления $\varphi > 45^\circ$. Для углов $\varphi > 50^\circ$ при действии продольной силы и изгибающего момента весовая эффективность композитных оболочек снижается. Для варианта v5 такое снижение для этих видов нагрузки наблюдается для угла $\varphi > 30^\circ$. Нелинейность

в большинстве случаев понижает весовую эффективность за исключением случаев действия продольной силы и изгибающего момента и углов $\varphi < 20^\circ$.

На рис.4 приведены формы потери устойчивости композитной оболочки для варианта v1 и углов $\varphi = 45^\circ$ для различных случаев нагружения. Формы потери устойчивости приведены на половине оболочки. Оболочки, как правило, теряют устойчивость либо от действия максимальных сжимающих усилий, как в случае действия изгибающего момента и продольной сжимающей силы, либо от действия максимальных касательных сил при действии крутящего момента и поперечной силы.

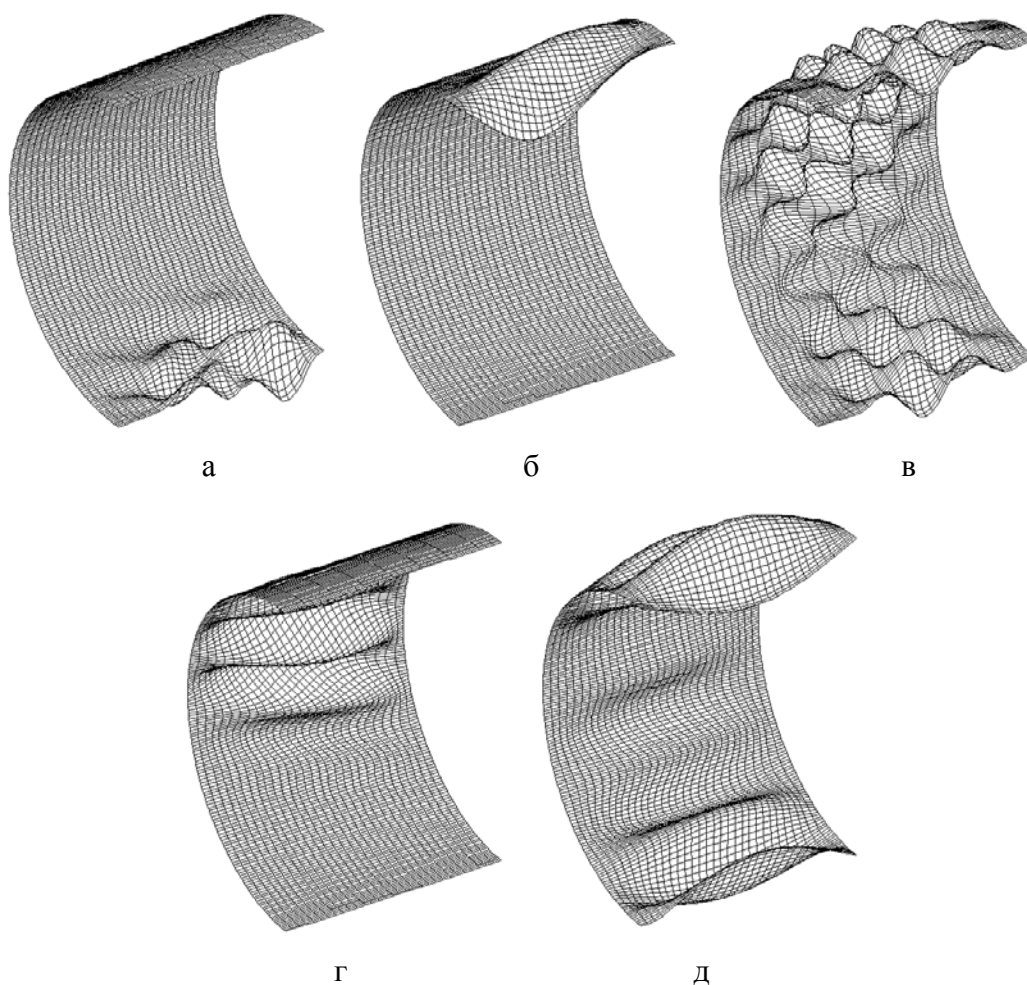


Рис.4. Формы потери устойчивости для различных случаев нагружения: а – изгибающим моментом, б – крутящим моментом, в – продольной силой, г – поперечной силой, д – внешнем давлением.

ВЫВОДЫ

- Нелинейность снижает критические нагрузки потери устойчивости оболочки незначительно при действии поперечной силы и внешнего давления (3-5%). В случае действия продольной силы, изгибающего и крутящего моментов влияние нелинейности существенно (до 70%).

- Для малых углов укладки монослоев ($\varphi < 18^\circ$) весовая эффективность металлической оболочки выше весовой эффективности композитных оболочек.
- С увеличением угла φ весовая эффективность композитных оболочек увеличивается практически на всем диапазоне изменения угла φ , за исключением нагружения оболочки продольной силой и изгибающим моментом. В этом случае для углов $\varphi > 30^\circ$ для варианта $v1$ и $\varphi > 45^\circ$ для варианта $v5$ весовая эффективность композитных оболочек по отношению к металлическим оболочкам снижается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лехницкий С.Г. *Анизотропные пластинки*. – М.: Физматлит, 1957. – 463 с.
2. Амбарцумян С.А. *Теория анизотропных пластин*. М.: Наука, 1987. – 360 с.
3. Васильев В.В. *Механика конструкций из композитных материалов*. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
4. Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures*. – Amsterdam: Elsevier, 2018. – 900 p.
5. Попов Б.Г. *Расчет многослойных конструкций вариационно-матричными методами*. – М.: МГТУ, 1993. – 294 с.
6. Вильдеман В. Э., Соколкин Ю. В., Ташкинов А. А. *Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов*. – М.: Наука. Физматлит, 1997. – 288 с.
7. Горшков А.Г., Старовойтов Э.И., Яровая А.В. *Механика слоистых вязкоупругопластических элементов конструкций*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 576 с.
8. Рикардс Р.Б., Тетерс Г.А. *Устойчивость оболочек из композитных материалов*. – Рига: Зинатне, 1974. – 310 с.
9. Qatu M.S., Sullivan R.W., Wang W. *Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000-2009* // Composite Structures. – 2010. – No.93. – Pp.14-31.
10. Maksimyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. *Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review)* // Intern. Applied Mechanics. – 2012. – Vol.48. – Iss.6. – Pp.613-687.
11. Ванин Г.А., Семенюк Н.П., Емельянов Р.Ф. *Устойчивость оболочек из армированных материалов*. – Киев.: Наукова Думка, 1978. – 211 с.
12. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1984. – 446 с.
13. Бакулин В.Н., Гусев Е.Л., Марков В.Г. *Оптимальное проектирование конструкций из композиционных и традиционных материалов*. – М.: Физматлит, 2008. – 256 с.
14. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мясенков В.И., Фролов А.Н. *Статика и динамика оболочечных конструкций*. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.
15. Кабанов В.В., Железнов Л.П. *К расчету цилиндрической оболочки методом конечных элементов* // Прикладная механика. – 1985. – Т.21. – №9. – С.35-38.

16. Железнов Л.П., Кабанов В.В. *Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении* // СО РАН, ПМТФ. – 2002. – Т.43. – №4. – С.155-160.
17. Бойко Д.В., Железнов Л.П., Кабанов В.В. *Нелинейное деформирование и устойчивость дискретно-подкрепленных овальных цилиндрических композитных оболочек при поперечном изгибе и внутреннем давлении* // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2014. – №6. – С.23-30.
18. Постнов В.А., Хархурим И.Я. *Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций*. – Л.: Судостроение, 1974. – 341 с.
19. Канторович Л.В., Акилов Г.П. *Функциональный анализ в нормированных пространствах*. – М.: Физматгиз, 1959. – 684 с.
20. Уилкинсон Д., Райнш К. *Справочник алгоритмов на языке Алгол. Линейная алгебра*. – М.: Машиностроение, 1976. – 390 с.
21. Олегин И.П., Максименко В.Н. *Теоретические основы методов расчета прочности элементов конструкций из композитов*. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2006. – 240 с.
22. Кабанов В.В. *Устойчивость неоднородных цилиндрических оболочек*. – М.: Машиностроение, 1982. – 256 с.

REFERENCES

1. Lekhnickij S.G. *Anizotropnye plastinki [Anisotropic plates]*. Moskva, Fizmatlit, 1957, 463 p.
2. Ambarcumyan S.A. *Teoriya anizotropnykh plastin [Theory of anisotropic plates]*. Moskva, Nauka, 1987, 360 p.
3. Vasiliev V.V. *Mekhanika konstruksij iz kompozitnykh materialov [Mechanics of composite structures]*. Moskva, Mashinostroenie, 1988, 272 p.
4. Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced Mechanics of Composite Materials and Structures*. Amsterdam, Elsevier, 2018, 900 p.
5. Popov B.G. *Raschet mnogoslojnykh konstruksij variatsionno-matrichnymi metodami [Calculation of multilayer structures by variational-matrix methods]*. Moskva, MGTU, 1993, 294 p.
6. Vil'deman V. E., Sokolkin Yu. V., Tashkinov A. A. *Mekhanika neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya kompozitsionnykh materialov [Mechanics of inelastic deformation and destruction of composite materials]*. Moskva, Nauka, Fizmatlit, 1997, 288 p.
7. Gorshkov A.G., Starovojtov E.I., Yarovaya A.V. *Mekhanika sloistykh vyazkoupругoplasticheskikh ehlementov konstruksij [Mechanics of layered viscoelastic structural elements]*. Moskva, FIZMATLIT, 2005, 576 p.
8. Rikards R.B., Teters G.A. *Ustojchivost' obolochek iz kompozitnykh materialov [Stability of shells made of composite materials]*. Riga, Zinatne, 1974, 310 p.
9. Qatu M.S., Sullivan R.W., Wang W. *Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000-2009*. Composite Structures, 2010, No.93. Pp.14-31.
10. Maksimyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. *Variational finite-difference methods in linear and nonlinear problems of the deformation of metallic and composite shells (review)*. Intern. Applied Mechanics, 2012, Vol.48, Iss.6, Pp.613-687.

11. Vanin G.A., Semeniuk N.P., Yemelyanov R.F. *Ustojchivos' obolochek iz armirovannykh materialov [Stability of shells made of reinforced materials]*. Kiev, Naukova Dumka, 1978, 211 p.
12. Alfutov N.A., Zinoviev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogoslojnykh plastin i obolochek iz kompozitsionnykh materialov [Analysis of multilayer plates and shells from composite materials]*. Moskva, Mashinostroenie, 1984, 446 p.
13. Bakulin V.N., Gusev E.L, Markov V.G. *Optimal'noe proektirovanie konstruksij iz kompozitsionnykh i traditsionnykh materialov [Optimal design of structures from composite and traditional materials]*. Moskva, Fizmatlit, 2008, 256 p.
14. Karmishin A.V., Lyaskovets V.A., Myachenkov V.I., Frolov A.N. *Statika i dinamika obolocheknykh konstruksij [The statics and dynamics of shell structures]*. Moskva, Mashinostroenie, 1975, 376 p.
15. Kabanov V.V., Zheleznov L.P. *K raschetu tsilindricheskoy obolochki metodom konechnykh ehlementov [On the analysis of a cylindrical shell by the finite element method]*. Prikladnaya mekhanika, 1985, Vol.21, No.9, Pp.35-38.
16. Zheleznov L.P., Kabanov V.V. *Issledovanie nelinejnogo deformirovaniya i ustojchivosti nekrugovykh tsilindricheskikh obolochek pri osevom szhatii i vnutrennem davlenii [Investigation of nonlinear deformation and stability of noncircular cylindrical shells under axial compression and internal pressure]*. SO RAN, PMTF, 2002, Vol.43, No.4, Pp.155-160.
17. Boiko D.V., Zheleznov L.P., Kabanov V.V. *Nelinejnoe deformirovanie i ustojchivost' diskretno-podkreplennykh oval'nykh tsilindricheskikh kompozitnykh obolochek pri poperechnom izgibe i vnutrennem davlenii [Nonlinear deformation and stability of discrete-reinforced oval cylindrical composite shells under transverse bending and internal pressure]*. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin, 2014, No.6, Pp.23-30.
18. Postnov V.A., Kharkhurim I.Ya. *Metod konechnykh ehlementov v raschetakh sudovykh konstruksij [Finite element method in the analysis of ship structures]*. Leningrad, Sudostroenie, 1974, 341 p.
19. Kantorovich L.V., Akilov G.P. *Funktsional'nyj analiz v normirovannykh prostranstvakh [Functional analysis in normed spaces]*. Moskva, Fizmatgiz, 1959, 684 p.
20. Wilkinson D., Reinsch K. *Spravochnik algoritmov na yazyke Algol. Linejnaya algebra [Algorithms reference book in the Algol language]*. Moskva, Mashinostroenie, 1976, 390 p.
21. Olegin I.P., Maksimenko V.N. *Teoreticheskie osnovy metodov rascheta prochnosti ehlementov konstruksij iz kompozitov [Theoretical basis of strength calculation methods for structural elements made of composites]*. Novosibirsk, Izdatel'stvo NGTU, 2006, 240 p.
22. Kabanov V.V. *Ustojchivost' neodnorodnykh tsilindricheskikh obolochek [Stability of inhomogeneous cylindrical shells]*. Moskva, Mashinostroenie, 1982, 256 p.

Поступила в редакцию 9 июля 2021 года.

Сведения об авторе:

Железнов Лев Петрович – д.т.н., с.н.с., нач. аспирантуры, ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина», г. Новосибирск, Россия; e-mail: Zzeleznov@sibnia.ru, Zheleznovlp@yandex.ru