

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ПОЛИЭФИРНЫХ НИТЕЙ, И ИХ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ВЯЗКОУПРУГОПЛАСТИЧНОСТИ ТИПА МАКСВЕЛЛА *

Хохлов А.В.^{1,2}, Столяров О.Н.³, Некрасов В.В.¹, Шапорев А.В.^{1,2}

¹МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия

²СВФУ им. М.К. Аммосова, лаб. «Полимерные композиты для Севера», г. Якутск, Россия

³ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», г. Санкт-Петербург, Россия

АННОТАЦИЯ

Приведены данные испытаний комплексной полиэфирной нити на ползучесть и восстановление при растяжении по двух- и четырехступенчатым программам нагружения, полученные авторами, проведен их анализ с целью исследования вязкоупругопластических свойств полиэфирной нити. Осуществлена проверка применимости к описанию деформирования полиэфирной нити физически нелинейного определяющего соотношения вязкоупругопластичности типа Максвелла с двумя материальными функциями, детально изученного ранее в цикле статей, установлено, что базовые индикаторы применимости этого определяющего соотношения выполняются с хорошей точностью. Обнаружено что экспериментальные зависимости скорости установившейся ползучести и пластической деформации от уровня напряжения хорошо приближаются степенными функциями, проверено выполнение специфических индикаторов применимости модели со степенными материальными функциями.

Проведены определение двух материальных функций для комплексной полиэфирной нити в классе степенных функций (найжены параметры, задающие степенные материальные функции) и отработка двух методик идентификации определяющего соотношения по кривым ползучести и восстановления, указан способ улучшения исходной методики идентификации путем предварительного приведения (посредством аппроксимации) экспериментальных кривых к качественному виду теоретических кривых, порождаемых определяющим соотношением. Выполнена верификация калиброванной модели с найденными степенными материальными функциями по результатам серии испытаний комплексной полиэфирной нити на растяжение по четырем четырехступенчатым программам нагружения, продемонстрировано, что это определяющее соотношение вполне удовлетворительно описывает данные испытаний полиэфирной нити по сложной программе, намечены пути совершенствования методик идентификации.

Ключевые слова: вязкоупругопластичность; физическая нелинейность; ползучесть; восстановление; кривые ползучести и восстановления; пластическая деформация; индикаторы применимости; полиэфир; синтетические нити; геоткани; георешетки

* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, грант №FSRG-2021-0016.

CREEP AND RECOVERY OF MULTIFILAMENT POLYESTER YARNS AND THEIR MODELLING USING THE NONLINEAR MAXWELL-TYPE ELASTO-VISCOPLASTIC MODEL

Khokhlov A.V.^{1,2}, Stolyarov O.N.³, Nekrasov V.V.¹, Shaporev A.V.^{1,2}

¹*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

²*North-Eastern Federal University, Laboratory "Polymer composites for the North",
Yakutsk, Russia*

³*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia*

ABSTRACT

The data of tensile creep and recovery tests for a complex polyester yarn under two-step and four-step loading programs obtained by the authors are presented. Their analysis was carried out in order to study viscoelastic and viscoplastic properties of polyester yarns. The applicability of the physically nonlinear Maxwell type viscoelastoplastic constitutive equation governed by two material functions (which have been studied in detail in a series of articles) to the description of the polyester yarn behavior was examined. It was found that the basic applicability indicators of the constitutive equation found earlier are fulfilled with sufficiently small errors. It has been established that the measured values of the steady-state creep rates and plastic strain magnitudes in creep and recovery tests under different prescribed stress levels (tensile load levels) depended on stress as power functions, i.e. their dependences on stress are well approximated by linear functions in log-scale. Thus, the performance of specific applicability indicators for the model with power-law material functions was verified.

The material functions for polyester yarn were determined in the class of power functions, i.e. four parameters specifying a pair of power-law material functions were found, using the family of five creep and recovery curves under different load levels. Two identification techniques were developed for the constitutive equation under consideration, realized and compared. The second technique improves the first one by the preliminary reduction (via approximation) of test creep and recovery curves to the qualitative form of theoretical creep and recovery curves generated by the constitutive relation. Verification of the calibrated model with the found power-law material functions was implemented based on the data of tensile tests of polyester yarn under four different four-steps loading test programs lasting for eight hours. It was shown that the calibrated model fits the test data for polyester yarn under rather complex loading programs sufficiently well.

Keywords: viscoplasticity; viscoelasticity; physical non-linearity; creep; creep and recovery curves; plastic strain; applicability indicators; identification; polyester (PET); synthetic yarns and textile; geotextile; geogrids

ВВЕДЕНИЕ

Основные задачи данной статьи – исследование вязкоупругопластических свойств комплексных полиэфирных нитей (ПН) посредством их испытаний на ползучесть и восстановление при растяжении, проверка применимости к описанию деформирования нитей физически нелинейного определяющего соотношения (ОС) вязкоупругопластичности типа Максвелла

$$\varepsilon(t) = E^{-1}F(\sigma(t)) + \eta^{-1} \int_0^t V(\sigma(\tau)) d\tau$$

или

(1)

$$\dot{\varepsilon} = E^{-1}F'(\sigma)\dot{\sigma} + \eta^{-1}V(\sigma), \quad t > 0,$$

детально изученного в цикле статей [1-8], определение материальных функций (МФ) $F(x)$ и $V(x)$ для ПН и отработка нескольких методик идентификации ОС (1) по кривым ползучести и восстановления. Это ОС сочетает относительную простоту и широту области применимости: оно обобщает ряд классических моделей (за счет произвольности МФ $F(x)$ и $V(x)$) и описывает весьма широкий круг реологических эффектов, типичных для многих реономных материалов, проявляющих вязкоупругие и пластические свойства [1-8].

ОС (1) связывает деформацию $\varepsilon(t)$ с историей изменения напряжения $\sigma(\tau)$, $\tau \in [0; t]$ (в одномерном случае), основано на разложении полной деформации

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_v, \quad \varepsilon_e = F(\sigma)/E, \quad \dot{\varepsilon}_v = V(\sigma)/\eta,$$

в сумму упругой и вязкопластической компонент и нацелено на описание комплекса основных реологических эффектов, типичных для нестареющих материалов, обладающих наследственностью и пластичностью, высокой скоростной чувствительностью и, возможно, разносопротивляемостью. В ОС (1) входят две (возрастающие) МФ $F(x)$, $V(x)$, $x \in (\omega_-, \omega_+)$, и две постоянные: $E, \eta > 0$. «Модуль упругости» E и «коэффициент вязкости» η явно выделены из МФ для учёта влияния температуры в форме $E = E(T)$, $\eta = \eta(T)$ [3]. Если ω_+ и ω_- конечны, они могут трактоваться как пределы прочности при растяжении и сжатии (как материальные параметры ОС).

Область применения полиэфирных волокон (получаемых из расплава полиэтилентерефталата, ПЭТФ), нитей и тканей очень широка: от изготовления шнуров, лент, сеток, одежды до швартовых канатов, геотехнических сеток, полотен и решеток, армирования транспортных лент, шлангов высокого давления, шинных кордов и бетонных конструкций [9-11]. Их преимущества: стойкость к различным воздействиям и высокие прочностные характеристики, в частности, самые высокие сопротивление ползучести и длительная прочность среди всех синтетических нитей массового производства. Это обеспечивает их растущую востребованность в приложениях, связанных с длительным действием постоянных и циклических нагрузок, в частности, в строительстве. Вместе с тем возникают задачи обеспечения надежного прогнозирования эволюции механических характеристик нитей в течение длительного срока эксплуатации, прогнозирования их деформации, длительной прочности и остаточной несущей способности на весь срок службы. Поскольку изделия на основе ПН демонстрируют зависимое от времени механическое поведение (которое проявляется в процессах ползучести и восстановления, релаксации и др.) теория упругости не подходит для описания их поведения, открытым остается вопрос выбора и описания теоретической модели поведения материала обладающей достаточной точностью и при этом не слишком сложной для применения.

Но системный анализ и удовлетворительное описание всего комплекса термомеханических эффектов, присущих ПН, пока отсутствуют и остаются актуальной задачей. Поэтому цель настоящей статьи – анализ данных испытаний ПН на ползучесть и восстановление при растяжении, проверка индикаторов применимости нелинейного ОС (1) (со степенными материальными функциями) для описания поведения ПН, и разработка способов идентификации ОС (1)

по кривым ползучести и восстановления (КПВ), т.е. откликам на прямоугольный импульс нагрузки $\bar{\sigma}$ длительности t_*

$$\sigma(t, \bar{\sigma}, t_*) = \bar{\sigma} [h(t) - h(t - t_*)], \quad t_* > 0, \quad \bar{\sigma} \geq 0, \quad t > 0, \quad (2)$$

где $h(t)$ – функция Хевисайда, $\bar{\sigma}$ – заданный уровень напряжения.

1. ОПИСАНИЕ ПРОВЕДЕННЫХ ИСПЫТАНИЙ ПОЛИЭФИРНЫХ НИТЕЙ

В лаборатории сопротивления материалов Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого О.Н. Столяровым и А.В. Хохловым были проведены испытания образцов из комплексных ПН на растяжение с постоянной скоростью деформирования или нагружения, на ползучесть при растяжении постоянной нагрузкой и восстановление (после быстрой разгрузки до технического нуля в 2 Н). Отрезки ПН с двух сторон были вклеены в картон, зажимная длина образцов составляла 100 мм, испытания проводились на универсальном измерительном комплексе Instron 5965.

Предварительно были измерены базовые характеристики ПН: линейная плотность ПН $\theta = 220$ текс., удельная плотность материала нити $\gamma = 1360$ кг/м³, модуль упругости $15,3 \pm 1,1$ ГПа, усилие разрыва $N_* = 150 \pm 5$ Н (предел прочности при растяжении $\sigma_* = 960 \pm 35$ МПа, относительная прочность нити равна 0,7 Н/текс), относительное удлинение при разрыве – $11 \pm 0,75\%$ (по результатам десяти испытаний до разрыва со скоростью движения траверсы 50 мм/мин). Напряжение (в МПа) вычислялось как отношение растягивающей силы N к площади поперечного сечения материала нити по формуле $\sigma = N\gamma/\theta$.

На рис.1 и 2 представлены результаты испытаний ПН на ползучесть при постоянной нагрузке и восстановление по двум программам нагружения.

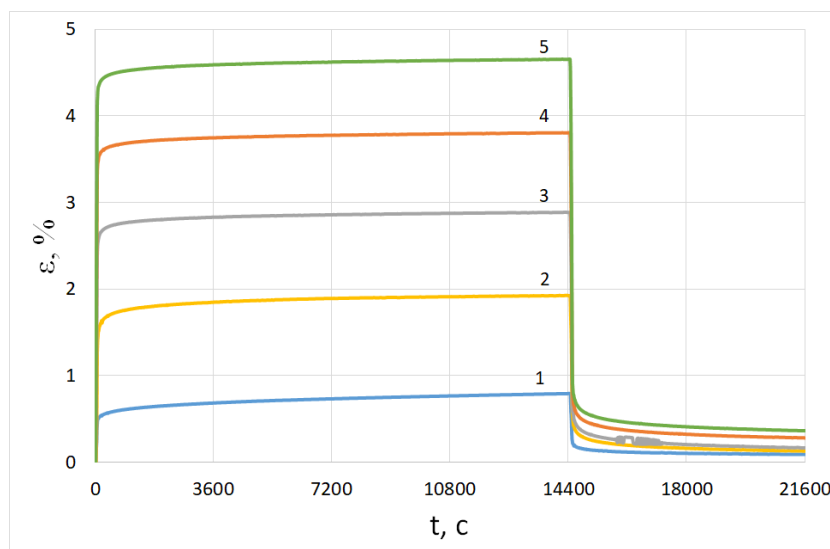


Рис.1. Кривые ползучести и восстановления ПН при разных уровнях нагрузки: кривая i соответствует напряжению $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_i = i\sigma_*/10$ (от 10% до 50% от предела прочности).

1) «Мгновенное» нагружение образца до заданного уровня напряжения $\bar{\sigma}$ (точнее, очень быстрое: в течение 1-3 с, со скоростью 1500 Н/мин), выдержка

в течении времени $t_* = 4\tilde{t}$, $\tilde{t} = 3600$ с (1 час), «мгновенная» разгрузка и последующая выдержка при (почти) нулевой нагрузке (2 Н) в течение времени $2\tilde{t}$ для анализа процесса восстановления (обратной ползучести), т.е. практическая реализация идеальной программы (2) с пятью разными уровнями напряжения в 10-50% от предела прочности: $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_i = i\sigma_*/10$. Графики измеренного относительного удлинения образцов в зависимости от времени (т.е. КПВ) приведены на рис.1 (удлинение регистрировалось с частотой 10 раз в секунду).

2) Четырёхступенчатая программа нагружения

$$\sigma(t; \sigma_1, \sigma_3, t_1, t_2, t_3) = \sigma_1 [h(t) - h(t - t_1)] + \sigma_3 [h(t - t_2) - h(t - t_3)], \quad (3)$$

$0 < t \leq t_4$, из двух прямоугольных импульсов (с полной разгрузкой и отдыхом после каждого из них), зависящая от шести параметров: двух уровней напряжений $\sigma_1, \sigma_3 > 0$ и длительностей ступеней $T_i = t_i - t_{i-1}$, $i = 1, \dots, 4$, $t_0 = 0$. Более сложная программа испытаний (3) не является стандартной (скорее – перспективным нововведением), она более информативна (и полезна для идентификации и верификации ОС) по сравнению с по обычным КПВ [12]. Отклики (образцов и ОС) на программу (3) будем называть двойными КПВ.

На рис.2 приведены восемь двойных КПВ для четырех нагружений вида (3) (испытаны по два образца при каждом нагружении): 1) кривые 1 и 1' – для нагружения со ступенями $T_i = \tilde{t}$ (1 час), $i = 1, \dots, 4$, $\sigma_1 = 0.2\sigma_*$, $\sigma_3 = 0.4\sigma_*$; 2) кривые 2 и 2' – для нагружения с $T_i = \tilde{t}$, $\sigma_1 = 0.4\sigma_*$, $\sigma_3 = 0.2\sigma_*$; 3) кривые 3 и 3' – для нагружения с $T_1 = 1.5\tilde{t}$ с, $T_2 = T_3 = \tilde{t}$, $T_4 = 2\tilde{t}$, $\sigma_1 = 0.2\sigma_*$, $\sigma_3 = 0.3\sigma_*$; 4) кривые 4 и 4' – для нагружения с $T_1 = 1.5\tilde{t}$ с, $T_2 = T_3 = \tilde{t}$, $T_4 = 2\tilde{t}$, $\sigma_1 = 0.3\sigma_*$, $\sigma_3 = 0.2\sigma_*$. Хорошая воспроизводимость результатов при повторных нагружениях позволила ограничиться двумя испытаниями по каждой программе (в уточнении и более длительном наблюдении нуждаются только стадии восстановления при нулевой нагрузке).

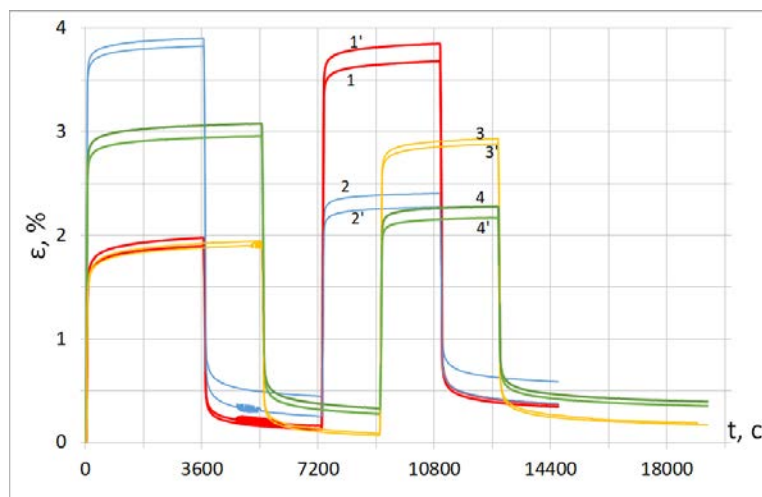


Рис.2. Экспериментальные двойные КПВ при разных программах нагружения.

Эти и другие проведенные испытания показывают, что ПН проявляют свойства, характерные для вязко-упруго-пластичных материалов: ползучесть, восстановление, наличие остаточной деформации, зависящей от предыстории нагружения, зависимость диаграммы нагружения от скорости нагружения

(скоростную чувствительность), причем зависимость кривых ползучести от уровня нагрузки нелинейна. Поэтому для моделирования поведения нитей не достаточно ОС линейной вязкоупругости и необходимо использовать физически нелинейные ОС, в частности, целесообразно опробовать перспективное нелинейное ОС вязкоупругопластичности типа Максвелла (1), подвергнутое системному анализу в цикле работ [1-8].

2. НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ МАКСВЕЛЛА, ОБЛАСТИ ПРИМЕНИМОСТИ

ОС (1) описывает изотермические процессы деформирования нестареющих реономных материалов и обобщает (включает) классические степенные модели вязкого течения и ползучести (обзор и библиографию по этим темам см. в работах [2-4,7]), реологические модели Гершеля-Балкли и Шведова-Бингама и частные случаи модели Соколовского-Малверна. В случае $F(x) \equiv 0$, $V(x) = x|x|^{n-1}$, $n > 1$, ОС (1) даёт степенной закон течения (*Norton-Bailey model*), самый популярный (в силу простоты) в теории ползучести, вязкопластичности, реологии полимеров и гидродинамике неньютоновских жидкостей [13-39]. Он используется для моделирования зависимости скорости установившейся ползучести от напряжения, течения степенных жидкостей и сверхпластического течения материалов [30-36]. Задав $F(x) = x$ и $V(x) = x|x|^{n-1}$, получим модель с линейной упругостью и степенной вязкостью, которая применялась в ряде работ для описания экспериментальных кривых ползучести, моделирования сверхпластичности и решения конкретных задач [7,8,16,32,35-39]. Модель с произвольными МФ $F(x)$ и $V(x)$ системному исследованию и аттестации не подвергалась.

МФ F определяет в (1) упругую деформацию $\varepsilon_e(\sigma)$. Минимальные первичные ограничения на неё: $F(x)$, $x \in (\omega_-, \omega_+)$, – непрерывная (строго) возрастающая функция с кусочно-непрерывной производной, такая, что $F(0) = 0$. Эти условия обеспечивают совпадение знаков напряжения и упругой деформации $\varepsilon_e(\sigma)$ и соблюдение условия $\varepsilon_e(0) = 0$. Из строгого возрастания $F(x)$ следует возрастание $\varepsilon_e(|\sigma|)$ и энергии упругой деформации с ростом $|\sigma|$ и существование обратной к F функции f . Функция вязкости $V(x)/\eta$ в ОС (1) управляет вязкопластическими свойствами: она регулирует память материала, вязкость, скорость диссипации, релаксации, ползучести и накопления пластической деформации, чувствительность напряжения (в частности, мгновенного модуля и предела текучести) к скорости деформации, длительную прочность [1-8]. Минимальные первичные ограничения на нее: $V(x)$ – непрерывная (нестрого) возрастающая функция на интервале (ω_-, ω_+) , такая, что $V(0) = 0$. Эти ограничения на МФ обеспечивают, в частности, возрастание диаграмм деформирования и кривых ползучести, убывание кривых релаксации и длительной прочности и термодинамическую согласованность модели, т.е. положительность работы напряжения $\sigma(\tau)$ в произвольном процессе деформирования и неотрицательность и возрастание диссипации $W[t, \sigma(\tau)]$

в любой момент времени: $\dot{W}(t) = \sigma(t)V(\sigma(t))/\eta > 0$. Математические свойства оператора (1), обзоры литературы и родственных (1) моделей, применяемых в теории ползучести, сверхпластичности и механике полимеров, учет влияния температуры и обобщение ОС (1) на трехосное напряжённое состояние приведены в [1-8].

Анализ свойств основных теоретических кривых, порождаемых ОС (1), обнаружил, что следует различать два основных случая, в которых ОС (1) (моделируемый материал) ведёт себя по-разному: 1) $|V(x)| > 0$ при $x \neq 0$, 2) $V(x) \equiv 0$ на некотором отрезке $Z := [\sigma_-, \sigma_+] \subset (\omega_-, \omega_+)$, $\sigma_- \leq 0$, $\sigma_+ \geq 0$, $\sigma_+ \neq \sigma_-$ (по определению σ_- и σ_+ – нижняя и верхняя грани множества нулей МФ $V(x)$). Во втором случае, пока $\sigma(t) \in Z$, ОС (1) моделирует (нелинейно) упругое поведение материала: диссипации и гистерезиса нет, релаксация и ползучесть отсутствуют, кривая деформирования не зависит от скорости нагружения (или деформации) при $\varepsilon \in [\varepsilon_-, \varepsilon_+]$, где $\varepsilon_{\pm} := F(\sigma_{\pm})/E$; σ_- , σ_+ играют роль пределов упругости (и порогов ползучести) материала при сжатии и растяжении, а при $\sigma > \sigma_+$ (или $\sigma < \sigma_-$) начинают проявляться диссипативные и вязкопластические свойства.

3. ИНДИКАТОРЫ (НЕ)ПРИМЕНИМОСТИ ОС (1) И МЕТОДИКИ ЕГО ИДЕНТИФИКАЦИИ ПО КРИВЫМ ПОЛЗУЧЕСТИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ

При постоянной нагрузке $\sigma(t) = \bar{\sigma}h(t)$ ОС (1) порождает семейство кривых ползучести

$$\varepsilon(t, \bar{\sigma}) = r(\bar{\sigma})t + cF(\bar{\sigma}) = E^{-1} [V(\bar{\sigma})\tau_r^{-1}t + F(\bar{\sigma})], \quad t > 0, \quad (4)$$

где $r(\bar{\sigma}) := \gamma V(\bar{\sigma})$, $\gamma := 1/\eta$, $c := 1/E$, $\tau_r := \eta/E = c/\gamma$ – время релаксации линейной модели Максвелла (с $V(x) = F(x) = x$); τ_r удобно использовать для обезразмеривания времени.

Если $V(x) \equiv 0$ на некотором отрезке $[\sigma_-, \sigma_+]$, $\sigma_- < 0$, $\sigma_+ > 0$, то при $\sigma \in [\sigma_-, \sigma_+]$ ОС (1) моделирует нелинейно упругое поведение материала и ползучесть отсутствует.

Если $V(\bar{\sigma}) \neq 0$, то все кривые ползучести линейны по времени при $t > 0$ и возрастают (так как $V(\bar{\sigma}) > 0$ при $\bar{\sigma} > \sigma_+ \geq 0$), т.е. ОС (1) моделирует только ползучесть с постоянной скоростью $r(\bar{\sigma})$ и не способно описывать стадии замедленной и ускоренной ползучести. Выраженная стадия установившейся ползучести характерна для асфальтобетонов, фторопластов и композитов на их основе, полимеров в вязкотекучем состоянии, углерод-углеродных композитов при температурах выше 1500°C, многих пластичных металлов и сплавов и материалов в состоянии сверхпластичности [30-33].

Отклик ОС (1) на импульс нагрузки (2) длительностью t_* , т.е. КПВ, имеет вид

$$\varepsilon(t, \bar{\sigma}, t_*) = r(\bar{\sigma})t + cF(\bar{\sigma}) \quad \text{при } t < t_*, \quad (5)$$

$$\varepsilon(t, \bar{\sigma}, t_*) = p(\bar{\sigma}, t_*) \quad \text{при } t > t_*,$$

$$r(\bar{\sigma}) = \gamma V(\bar{\sigma}), \quad p(\bar{\sigma}, t_*) := \gamma V(\bar{\sigma})t_* = cV(\bar{\sigma})t_*\tau_r^{-1}. \quad (6)$$

Скачок деформации в точке $t = t_*$ равен $-cF(\bar{\sigma})$, при $t > t_*$ деформация не меняется и равна накопленной за время t_* деформации ползучести $p(\bar{\sigma}, t_*)$. При полной разгрузке исчезает лишь упругая деформация $\varepsilon(+0) = cF(\bar{\sigma})$, а вся деформация ползучести оказывается необратимой, пластической. Именно такое поведение демонстрируют многие металлы и сплавы (например, стали) и другие материалы при достаточно высоких температурах. Таким образом, ОС (1) не описывает восстановление (обратную ползучесть).

Из обнаруженных общих свойств КПВ (6), порождаемых ОС (1) с произвольными МФ, вытекают необходимые признаки применимости ОС (1), которые удобно проверять при анализе экспериментальных КПВ материалов и использовать как индикаторы (не)применимости ОС (1) для моделирования этих материалов. Постоянство скорости ползучести $\dot{\varepsilon}(t) = r(\bar{\sigma}) = \gamma V(\bar{\sigma})$ при $t \in (0; t_*)$ (мы полагаем, что в (2) $\bar{\sigma} > \sigma_+ \geq 0$ и потому $V(\bar{\sigma}) > 0$) и постоянство деформации $\varepsilon(t; \bar{\sigma}, t_*) = p(\bar{\sigma}, t_*)$ при $t \geq t_*$ (отсутствие восстановления) – два важнейших атрибутивных свойства ОС (1) и, следовательно, два необходимых признака применимости ОС (1) для моделирования поведения некоторого материала, легко проверяемых в испытаниях (с некоторым допуском, конечно). Третий индикатор применимости ОС (1) – пропорциональность остаточной деформации (7) длительности t_* импульса нагружения (2): ОС (1) с любыми МФ следует, что в двух испытаниях с одинаковым уровнем напряжения будет $p''/p' = t''/t'_*$.

Характерная точка на КПВ (6) – точка $t = t_*$ с максимальной деформацией

$$\varepsilon_* := \varepsilon(t_* - 0; \bar{\sigma}, t_*) = cF(\bar{\sigma}) + \gamma V(\bar{\sigma})t_* = cF(\bar{\sigma}) + p(\bar{\sigma}, t_*). \quad (7)$$

Из (8) следует, что для любых $\bar{\sigma}, t_*$ разность деформаций

$$\varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*'') - p(\bar{\sigma}, t_*') = cF(\bar{\sigma}) \quad (8)$$

не зависит от t_* и МФ V . Первое свойство – ещё один качественный индикатор применимости ОС (1). Его можно записать в формах

$$\varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*'') - \varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*') = p(\bar{\sigma}, t_*'') - p(\bar{\sigma}, t_*'), \quad \frac{\varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*'') - p(\bar{\sigma}, t_*'')}{\varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*') - p(\bar{\sigma}, t_*')} \equiv 1 \quad (9)$$

(и проверять по испытаниям (2) с фиксированным $\bar{\sigma}$ и разными t_*). Формулы (10) связывают только измеряемые характерные величины деформации и не зависят от МФ. Отсутствие МФ V в формуле (9) позволяет напрямую определить МФ F отдельно от V по испытаниям с разными $\bar{\sigma}$. Кроме того, из (9) следует, что

$$\varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*'') - \varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*') = \gamma V(\bar{\sigma})(t_*'' - t_*'). \quad (10)$$

Следовательно, значение МФ $\gamma V(\bar{\sigma})$ можно определить как по измеренным величинам остаточной деформации (7), так и по разности максимальных деформаций (8) в испытаниях с одинаковым $\bar{\sigma}$ и разными t_* .

Таким образом, прежде, чем применять ОС (1) для моделирования поведения некоторого материала, следует провести несколько испытаний

на нагружение вида (2) с разными величинами t_* и $\bar{\sigma}$ и проверить наличие у КПВ материала таких же качественных свойств (*индикаторов применимости ОС* (1)), что и у теоретических КПВ (6) для любых $\bar{\sigma}, t_* > 0$:

1. Постоянство скорости ползучести $r(\bar{\sigma}) = [\varepsilon(t''; \bar{\sigma}, t_*) - \varepsilon(t'; \bar{\sigma}, t_*)] / (t'' - t')$ для всех $t', t'' < t_*$.

2. Постоянство деформации $\varepsilon(t; \bar{\sigma}, t_*) = p(\bar{\sigma}, t_*)$ при $t \geq t_*$.

3. Пропорциональность остаточной деформации длительности нагружения t_* : $p(\bar{\sigma}, t_*)/t_*$ не зависит от t_* , или $p''/p' = t''/t'_*$ в любых двух испытаниях с $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_2$ и разными $t'_*, t''_* > 0$.

4. Справедливость равенств (10) при любых $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}, t'_*, t''_* > 0$.

5. Пропорциональность разности максимальных деформаций (11) в испытаниях с заданным $\bar{\sigma}$ и разными t_* разности длительностей нагружения $t''_* - t'_*$, т.е. соблюдение пропорций $(\varepsilon''_* - \varepsilon'_*) / (\varepsilon''_* - \varepsilon'_*) = (t''_* - t'_*) / (t''_* - t'_*)$ при всех $\bar{\sigma}_i = \bar{\sigma}, t'_*, t''_*, t'''_* > 0$.

Естественно, когда речь идет о проверке постоянства функции измеряемых величин (её независимости от аргумента), имеется в виду приближенное равенство в пределах допустимой погрешности. Если какой-то из пяти указанных признаков явно отсутствует у КПВ материала, то применять ОС (1) для его моделирования нельзя. Если все проверки дают положительный результат, можно переходить к идентификации.

Основные способы идентификации ОС (1) по данным испытаний вида (2) и (3) предложены в статьях [6,12]. Возможны несколько способов прямого определения значений двух МФ $\gamma V(x)$ и $cF(x)$ в любом заданном наборе точек $s_k > \sigma_+ \geq 0$ из рабочего диапазона напряжений (например, $s_k = \sigma_+ + kh$) по серии КПВ материала при растяжении и сжатии (при фиксированной температуре).

По формуле (9) можно найти массив значений функции $cF(s_k)$, измерив величины максимальной деформации $\varepsilon_*(s_k, t_*)$ и остаточной деформации $p_k = p(s_k, t_*)$ в серии экспериментов с разными уровнями напряжений $\bar{\sigma} = s_k$

$$cF(\bar{\sigma}) = \varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*) - p(\bar{\sigma}, t_*). \quad (11)$$

Найти $\gamma V(s_k)$ можно тремя способами. По измеренной остаточной деформации из (7)

$$\gamma V(\bar{\sigma}) = p(\bar{\sigma}, t_*) / t_*, \quad \bar{\sigma} = s_k. \quad (12)$$

Из формулы для скорости ползучести

$$\gamma V(\bar{\sigma}) = [\varepsilon(t''; \bar{\sigma}, t_*) - \varepsilon(t'; \bar{\sigma}, t_*)] / (t'' - t'), \quad t', t'' \leq t_*, \quad (13)$$

где величины деформации в любые выбранные моменты времени $t', t'' \leq t_*$ измеряются по кривым ползучести материала для заданного уровня напряжения $\bar{\sigma}$. Третий способ следует из формулы (11)

$$\gamma V(\bar{\sigma}) = [\varepsilon_*(\bar{\sigma}, t''_*) - \varepsilon_*(\bar{\sigma}, t'_*)] / (t''_* - t'_*), \quad (14)$$

где величины максимальной деформации в моменты времени t'_*, t''_* измеряются по двум КПВ материала для заданного уровня напряжения $\bar{\sigma}$ и двух разных t_* .

Таким образом, для полного определения значений МФ в K узловых точках s_k , по формулам (12), (13) необходимо провести K испытаний материала вида (2) с разными $\bar{\sigma} = s_k$ и t_{*k} , измеряя в каждом из них всего два характерных значения деформации $p_k = p(s_k, t_{*k})$ и $\varepsilon_{*k} = \varepsilon_*(s_k, t_{*k})$. Так как левые части (12), (13) не зависят от t_* , то можно проводить испытания как при одинаковых t_{*k} , так и при разных. Если вместо (13) использовать формулу (14), то в указанных K испытаниях с $\bar{\sigma} = s_k$ надо измерить только два значения деформации $\varepsilon(t'; s_k, t_{*k})$ и $\varepsilon(t''; s_k, t_{*k})$, $t', t'' \leq t_{*k}$, на участке установившей ползучести. Если же использовать формулу (15), то количество испытаний увеличивается в два раза, но появится возможность тщательно проверить соблюдение признаков применимости 3-5.

Казалось бы, большое количество испытаний ограничивает эффективность методики, но следует учесть, что каждый эксперимент с прямоугольным импульсом нагрузки может иметь небольшую длительность. Существенно, что значения МФ определяются по отдельности, последовательно, и из той же серии испытаний (хотя более длинной), по которой проверяются индикаторы применимости ОС (1), а не из испытаний другого типа.

Описанную методику идентификации можно усовершенствовать, сделав ее более интегративной и менее «жесткой», учитывающей не только два характерных значения деформации $p_k = p(s_k, t_{*k})$ и $\varepsilon_{*k} = \varepsilon_*(s_k, t_{*k})$ с каждой КПВ. Можно сначала аппроксимировать каждую экспериментальную КПВ двумя отрезками прямых (например, методом наименьших квадратов с весами), второй из которых горизонтален, и так, чтобы скачок напряжения вверх в точке $t = 0$ был равен по модулю скачку вниз в момент разгрузки t_* , т.е. сначала привести экспериментальные КПВ к качественному виду КПВ (6), которые порождает ОС (1), а затем снять с них необходимые для вычислений по формулам (12), (13) (скорректированные) величины p_k , ε_{*k} и по ним найти значения (12), (13) обеих МФ в K узловых точках s_k . При этом, варьируя технические параметры способа аппроксимации, можно добиться лучшего совпадения с конкретной серией данных испытаний, а затем проверить качество калибровки модели на данных других серий испытаний по другим программам (верификация). Эта модифицированная методика идентификации также будет реализована ниже и сопоставлена с исходной по результатам.

4. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОС (1) СО СТЕПЕННЫМИ МФ И ИНДИКАТОРЫ ЕЕ ПРИМЕНИМОСТИ

Выбор определенных семейств функций для приближения МФ существенно снижает количество необходимых базовых испытаний, так как тогда требуется найти лишь несколько параметров, индивидуализирующих функцию в семействе, а не ее значения в узлах сетки в рассматриваемом интервале напряжений.

Укажем способ определения параметров степенных МФ

$$F = x^m, \quad V = x^n, \quad m \geq 1, \quad n > m - 1 \quad (15)$$

(условие $n > m - 1$ следует из критерия выпуклости вниз $|V'(x)/V(x)| > |F''(x)/F'(x)|$ кривых релаксации ОС (1) [4]). Тогда каждая МФ

$F(x)/E$, $V(x)/\eta$ определяется парой параметров η, n и m, E , а КПВ задаётся уравнением (6), где формулы (7) и (9) для скорости ползучести, остаточной деформации и максимальной деформации ε_* принимают вид

$$r(\bar{\sigma}) = \bar{\sigma}^n / \eta, \quad p(\bar{\sigma}, t_*) = \eta^{-1} \bar{\sigma}^n t_*, \quad \varepsilon_*(\bar{\sigma}, t_*) - p(\bar{\sigma}, t_*) = E^{-1} \bar{\sigma}^m. \quad (16)$$

Систему четырёх уравнений для параметров η, n, m и E можно получить по двум КПВ (результатам двух нагружений образца прямоугольным импульсом (2)) с двумя разными $\bar{\sigma}$, измерив деформации $p_1, p_2, \varepsilon_{*1}, \varepsilon_{*2}$ и приравняв их к теоретическим величинам (17)

$$p_1 = \bar{\sigma}_1^n t_{*1} / \eta, \quad p_2 = \bar{\sigma}_2^n t_{*2} / \eta, \quad \varepsilon_{*1} - p_1 = \bar{\sigma}_1^m / E, \quad \varepsilon_{*2} - p_2 = \bar{\sigma}_2^m / E.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} p_2 t_{*1} (p_1 t_{*2})^{-1} &= \bar{\sigma}_2^n / \bar{\sigma}_1^n, \quad (\varepsilon_{*2} - p_2) / (\varepsilon_{*1} - p_1) = \bar{\sigma}_2^m / \bar{\sigma}_1^m, \\ n &= \frac{\ln(p_2 p_1^{-1} t_{*1} t_{*2}^{-1})}{\ln(\bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_1)} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{\ln(\bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_1)}, \quad \eta = \frac{\bar{\sigma}_1^n t_{*1}}{p_1}, \\ m &= \frac{\ln((\varepsilon_{*2} - p_2) / (\varepsilon_{*1} - p_1))}{\ln(\bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_1)}, \quad E = \frac{\bar{\sigma}_1^m}{\varepsilon_{*1} - p_1}. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, чтобы найти все четыре параметра степенных МФ (16), достаточно всего двух испытаний на ползучесть и восстановление с разными $\bar{\sigma}$. Используются только параметры двух программ нагружения (2) $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, t_{*1}, t_{*2}$ и четыре измеренные деформации $p_1, p_2, \varepsilon_{*1}, \varepsilon_{*2}$. Величины $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2$ лучше выбирать так, чтобы отношение $\bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_1$ больше отклонялось от единицы (а знаменатель $\ln(\bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_1)$ – от нуля).

Для уменьшения погрешности (и оценки разброса) можно найти η, n, m, E как средние величины по результатам $N > 2$ испытаний с разными $\bar{\sigma}_k \in (0; \omega_+)$, т.е. найти параметры, минимизирующие среднеквадратичное отклонение от последовательностей вычисленных по формулам (18) значений n_i, η_i, m_i, E_i , $i = 1, \dots, N - 1$, для разных пар КПВ. Для этого требуются дополнительные испытания, но они нужны и для проверки выполнения указанных необходимых условий применимости степенной модели (1), (16).

Применять ОС (1) со степенными МФ (16) и искать их параметры следует только после проверки выполнения специфических индикаторов применимости ОС со степенными МФ (16), помимо общих индикаторов применимости ОС (1), указанных выше. Из формул (17) следует, что для степенных МФ зависимости всех трёх характерных величин (17) от $\bar{\sigma}$ степенные, т.е. $\ln r, \ln p$ и $\ln(\varepsilon_* - p)$ связаны с $\ln \bar{\sigma}$ линейными зависимостями, причем угловые коэффициенты прямых $\ln r = n \ln \bar{\sigma} - \ln \eta$ и $\ln p = n \ln \bar{\sigma} - \ln \eta + \ln t_*$ одинаковы (равны n). Линейность связи логарифмов и параллельность прямых $\ln r$ и $\ln p$ легко проверяются по данным испытаний с разными $\bar{\sigma}$. Эти свойства – специфические индикаторы применимости ОС (1) со степенными МФ. Если они отсутствуют у данных испытаний, то ОС (1) со степенными МФ не может быть использовано для описания поведения материала. Если они выполняются, то противопоказаний нет и можно переходить к идентификации ОС и моделированию.

5. ПРОВЕРКА ИНДИКАТОРОВ ПРИМЕНИМОСТИ ОС (1) СО СТЕПЕННЫМИ МФ ПО ДАННЫМ ИСПЫТАНИЙ НИТЕЙ

Для проверки возможности применения ОС для описания поведения ПН необходимо убедиться в наличии у данных испытаний ПН характерных признаков: описанных выше индикаторов применимости ОС (1).

Во-первых, следует проверить индикаторы применимости ОС (1) с произвольными МФ, перечисленные в п.3 [6,12]. Т.к. производились только испытания с одним и тем же временем нагружения t_* , то проверить индикаторы 3-5 по этим данным нельзя. Но основные индикаторы 1 и 2 можно считать выполненными: 1) скорость ползучести при каждом уровне нагрузки $r(\bar{\sigma}) = [\varepsilon(t''; \bar{\sigma}, t_*) - \varepsilon(t'; \bar{\sigma}, t_*)] / (t'' - t')$ достаточно быстро устанавливается (за время $t_0 = 800$ с, что составляет 5% от времени нагружения) и после момента t_0 сохраняет примерно постоянное значение для всех $t', t'' \in (t_0, t_*)$; 2) деформация после разгрузки за короткое время (порядка t_0) почти перестает меняться (с определенным допуском, конечно), ее график мало отличается от отрезка горизонтальной прямой (рис.1).

Во-вторых, специальные индикаторы применимости ОС со степенными МФ, указанные в предыдущем параграфе статьи (линейность зависимостей $\ln r$, $\ln p$ и $\ln(\varepsilon_* - p)$ от $\ln \bar{\sigma}$) также выполняются. На рис.3а приведены экспериментальные зависимости r , $\varepsilon_* - p$ и p от $\bar{\sigma}$ (серии точек 1-3, проведено обезразмеривание $\bar{\sigma}$ делением на 1/10 предела прочности и r – умножением на характерное время $\tilde{t} = 3600$ с). Отметим, что при нагрузках до $0.5\sigma_*$ пластическая деформация мала: p меняется от 0.0009 до 0.0023 с возрастанием $\bar{\sigma}$ и в 10-20 раз меньше упругой составляющей $\varepsilon_* - p$. На рис.3б приведены зависимости $\ln p$, $\ln(\varepsilon_* - p)$ и $\ln r$ от $\ln \bar{\sigma}$ и их аппроксимации прямыми линиями (1-3) методом наименьших квадратов: экспериментальные точки приближаются прямыми с хорошей точностью (рис.3б) и угловые коэффициенты прямых 1 и 3 примерно равны.

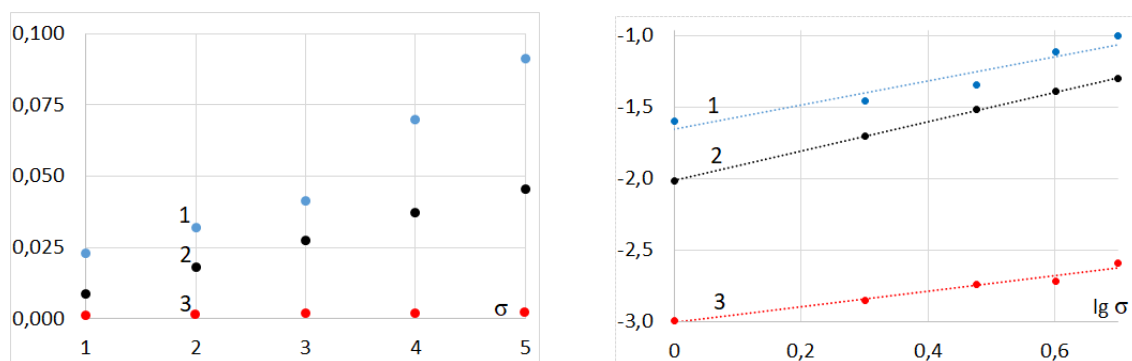


Рис.3. а) экспериментальные зависимости r , $\varepsilon_* - p$ и p (серии точек 1-3) от $\bar{\sigma}$; б) те же зависимости в логарифмических координатах и их аппроксимации прямыми линиями (1-3).

Таким образом, индикаторы применимости ОС (1) со степенными МФ выполняются с приемлемым допуском, поэтому противопоказаний к применению

ОС нет и можно переходить к идентификации и верификации ОС (по сути проверка индикаторов применимости – предварительный этап экспресс-верификации).

6. ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОС ДЛЯ НИТЕЙ

Согласно методике п.3, для вычисления четвёрки параметров, задающих степенные МФ, достаточно провести два испытания вида (2) с разной нагрузкой $\bar{\sigma}$. При этом, используя только параметры двух программ нагружения $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, t_{*1}, t_{*2}$ (у нас $t_{*1} = t_{*2} = t_*$) и четыре измеренные деформации $\varepsilon_{*1}, \varepsilon_{*2}; p_1, p_2$ (т.е. деформации в моменты $t = t_*$ и $t = 1.5t_*$ – см. рис.1), можно найти значения n, m, η, E по формуле (18).

Поскольку проводились испытания при пяти разных уровнях нагрузки (рис.1), то существует 10 неупорядоченных пар КПВ. Для каждой пары по (18) были вычислены $n_i, m_i, \eta_i, E_i, i = 1, \dots, 10$, и найдены средние значения каждого из четырех параметров: $m = 0.98, n = 0.52, E = 11.3, \eta = 4.8 \cdot 10^6$.

На рис.4а приведены экспериментальные КПВ (те же, что на рис.1) и модельные КПВ (б), порожденные ОС (1) с найденными степенными МФ (штриховые прямые).

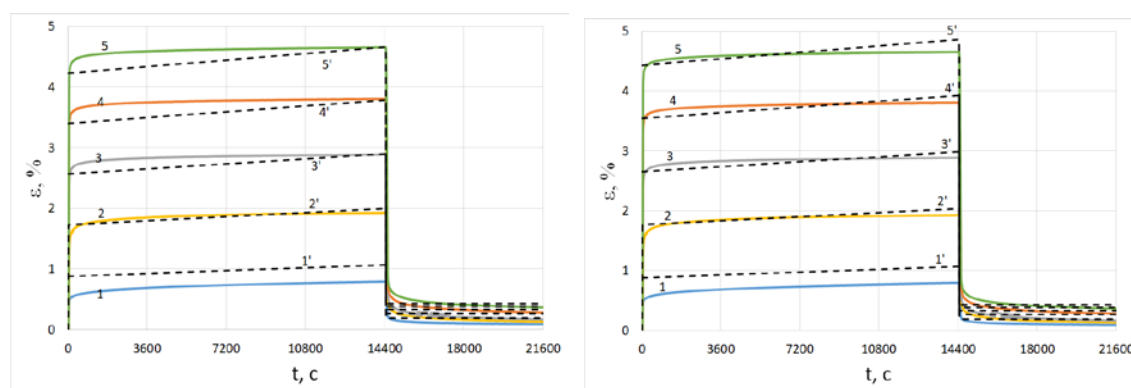


Рис.4. Экспериментальные КПВ (сплошные кривые 1-5) и модельные КПВ (штриховые линии 1'-5'), порожденные ОС (1) со степенными МФ, определенными двумя способами: а) без использования предварительной аппроксимации данных, б) аппроксимации на этапе ползучести.

Аппроксимация семейства КПВ вполне может считаться удовлетворительной, но ее можно улучшить, модифицировав методику идентификации (способом, описанным в п.3), сделав ее более интегративной и менее «жесткой», учитывающей не только величины $p_1, p_2, \varepsilon_{*1}, \varepsilon_{*2}$. Можно сначала приблизить (например, методом наименьших квадратов с весами) каждую экспериментальную КПВ двумя отрезками прямых, второй из которых горизонтален, и так, чтобы скачок напряжения вверх в точке $t = 0$ был равен по модулю скачку вниз в момент разгрузки t_* , т.е. сначала привести экспериментальные КПВ к форме КПВ (б), которые порождает ОС (1), а затем снять с них необходимые для вычислений по формулам (18) (скорректированные) величины $p_1, p_2, \varepsilon_{*1}, \varepsilon_{*2}$ и по ним вычислить все параметры (18) (для каждой пары КПВ и найти среднее арифметическое по всем парам). Условие равенства

модулей скачков для аппроксимирующего отрезка прямой $y(t) = at + b$, $t \in [0; t_*]$, имеет вид $y(0) = y(t_*) - p$, т.е. $at_* = p$. Этим способом были найдены значения

$$m = 1.00, n = 0.52, E = 10.8, \eta = 4.9 \cdot 10^6.$$

Они мало отличаются от найденных первым способом.

Соответствующие модельные КПВ представлены на рис.4б (штриховые линии 1'-5'). Визуально они чуть лучше описывают совокупность данных испытаний, чем модельные КПВ, полученные первым способом (рис.4а). Для оценки качества результатов идентификации и выбора лучшего варианта методики рассчитывалось среднее квадратичное отклонение E каждой из пяти модельных кривых от соответствующей экспериментальной

$$E^2 = N^{-1} \sum_{k=1}^N (\varepsilon_k - \varepsilon'_k)^2,$$

где $\varepsilon_k, \varepsilon'_k$ – экспериментальные и модельные значения деформаций, N – количество измерений за время испытаний (с частотой 10 раз в секунду). Итоговые величины отклонения E_i для каждой из пяти кривых равны $2.2 \cdot 10^{-3}$, $1.2 \cdot 10^{-3}$, $2.0 \cdot 10^{-3}$, $2.5 \cdot 10^{-3}$, $2.8 \cdot 10^{-3}$, суммарное отклонение семейства кривых $E = \sum E_i = 10.7 \cdot 10^{-3}$. При втором способе идентификации величины отклонения E_i равны $2.1 \cdot 10^{-3}$, $1.3 \cdot 10^{-3}$, $1.8 \cdot 10^{-3}$, $2.1 \cdot 10^{-3}$, $2.6 \cdot 10^{-3}$, а суммарное отклонение семейства кривых $E = \sum E_i = 9.9 \cdot 10^{-3}$ (на 8% меньше).

Таким образом, модельные КПВ, полученные вторым способом идентификации (рис.4б), лучше описывают совокупность данных испытаний, чем модельные КПВ, полученные первым способом (рис.4а). Поэтому при идентификации ОС со степенными МФ рекомендуется использовать предварительную аппроксимацию экспериментальных КПВ (конечно, этот вывод требует дополнительных проверок по данным других испытаний). Варьируя технические параметры способа аппроксимации экспериментальных КПВ (вводя веса в минимизируемый функционал и т.п.), можно добиться и лучшего совпадения с конкретной серией данных испытаний (и уточнить описание в заданном диапазоне уровней нагрузки), а затем проверить качество калибровки модели на данных других серий испытаний по другим программам (верификация).

7. ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ПО ДВОЙНЫМ КРИВЫМ ПОЛЗУЧЕСТИ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ НИТЕЙ

Для верификации ОС с найденными МФ используем результаты серии восьми испытаний ПН на растяжение по четырем четырехступенчатым программам нагружения вида (3) (см. рис.2, параметры нагружений описаны в п.1). На каждом из рис.5а,б приведены по четыре экспериментальные кривые $1, 1', 2, 2'$ и $3, 3', 4, 4'$, соответствующие двум нагружениям вида (3), и по две кривые, порожденные ОС (1) с найденными степенными МФ при этих нагружениях (штриховые прямые).

Сравнение кривых на рис.5 свидетельствует об удовлетворительном описании данных испытаний ПН по сложным программам (3) моделью (1) с найденными МФ, хотя на стадиях восстановления наблюдается слишком большое отклонение модельных кривых от экспериментальных. Поэтому методики идентификации ОС (1) нуждаются в дальнейшем развитии с учетом данных испытаний при нагружениях с постоянными скоростями и по другим

более сложным программам (нагрузка-разгрузка-отдых, нагружения вида (3), циклические нагружения) [2,7,40]. Эти методики уже разработаны [6-8,12], и их приложения к данным испытаний ПН будут опубликованы в последующих статьях.

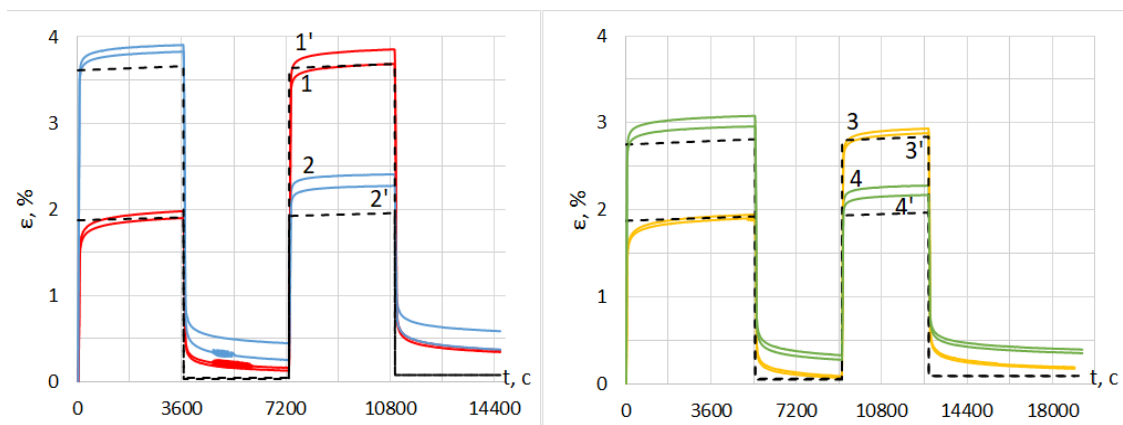


Рис.5. Экспериментальные двойные КПВ (с рис.2) для четырех четырехступенчатых нагружений вида (3), и соответствующие модельные КПВ, порожденные ОС (1) с найденными степенными МФ (штриховые прямые) при тех же нагружениях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье приведены данные испытаний комплексной полиэфирной нити (ПН) на ползучесть и восстановление при растяжении по двум ступенчатым программам нагружения (2) и (3), полученные авторами (рис.1 и рис.2), проведен их анализ с целью исследования вязкоупругопластических свойств ПН. Осуществлена проверка применимости к описанию деформирования ПН физически нелинейного определяющего соотношения (ОС) вязкоупругопластичности типа Максвелла (1) с двумя материальными функциями (МФ), детально изученного ранее в цикле статей [1-8], установлено, что базовые индикаторы применимости этого ОС выполняются с хорошей точностью. Обнаружено, что экспериментальные зависимости скорости установившейся ползучести и пластической деформации ПН от напряжения хорошо приближаются степенными функциями (проверено выполнение специфических индикаторов применимости модели (1) со степенными МФ).

Проведены определение МФ $F(x)$ и $V(x)$ для ПН в классе степенных функций (по формуле (18) найдены четыре параметра, задающие степенные МФ) и обработка двух методик идентификации ОС (1) по кривым ползучести и восстановления, указан способ улучшения исходной методики идентификации путем предварительного приведения (посредством аппроксимации) экспериментальных кривых к качественному виду теоретических кривых ползучести и восстановления (6), порождаемых ОС (1). Выполнена верификация найденной модели со степенными материальными функциями по результатам серии испытаний ПН на растяжение по четырем четырехступенчатым программам нагружения вида (3), продемонстрировано, что это ОС (1) вполне удовлетворительно описывает данные испытаний ПН по сложной программе, намечены пути дальнейшего совершенствования методик идентификации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Khokhlov A.V. *Properties of a Nonlinear Viscoelastoplastic Model of Maxwell Type with Two Material Functions* // Moscow Univ. Mech. Bull. – 2016. – Vol.71. – No.6. – Pp.132-136. DOI: 10.3103/S0027133016060029
2. Хохлов А.В. *Кривые длительной прочности нелинейной модели вязкоупругопластичности типа Максвелла и правило суммирования поврежденности при ступенчатых нагрузениях* // Вестник Самарского гос. технического университета. Сер. Физ.-мат. науки. – 2016. – Т.20. – №3. – С.524-543. DOI: 10.14498/vsgtu1512
3. Хохлов А.В. *Нелинейная модель вязкоупругопластичности типа Максвелла: моделирование влияния температуры на кривые деформирования, релаксации и ползучести* // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2017. – Т.21. – №1. – С.160-179. DOI: 10.14498/vsgtu1524
4. Хохлов А.В. *Нелинейная модель вязкоупругопластичности типа Максвелла: свойства семейства кривых релаксации и ограничения на материальные функции* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2017. – №6. – С.31-55. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-6-31-55
5. Khokhlov A.V. *A Nonlinear Maxwell-Type Model for Rheonomic Materials: Stability under Symmetric Cyclic Loadings* // Moscow Univ. Mech. Bull. – 2018. – Vol.73. – No.2. – Pp.39-42. DOI: 10.3103/S0027133018020036
6. Хохлов А.В. *Индикаторы применимости и методики идентификации нелинейной модели типа Максвелла для реономных материалов по кривым ползучести при ступенчатых нагрузениях* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2018. – №6. – С.92-112. DOI: 10.18698/1812-3368-2018-6-92-112
7. Khokhlov A.V. *Applicability indicators and identification techniques for a nonlinear Maxwell-type elastoviscoplastic model using loading-unloading curves* // Mechanics of Composite Materials. – 2019. – Vol.55. – No.2. – Pp.195-210. DOI: 10.1007/s11029-019-09809-w
8. Khokhlov A.V. *Possibility to Describe the Alternating and Non-monotonic Time Dependence of Poisson's Ratio during Creep Using a Nonlinear Maxwell-Type Viscoelastoplasticity Model* // Russian Metallurgy (Metally). – Vol.2019. – No.10. – Pp.956-963. DOI: 10.1134/S0036029519100136
9. East A.J. *Polyester fibres* / In: Synthetic Fibres: nylon, polyester, acrylic, polyolefin. Edited by J.E. McIntyre. – Cambridge: Woodhead Publishing Ltd, 2004. – Pp.95-166.
10. Chattopadhyay R. *Introduction: types of technical textile yarn* / In: Technical Textile Yarns. Edited by R. Alagirusamy and A. Das. – Cambridge: Woodhead Publishing Ltd, 2010. – Pp.3-55.
11. Figueiro R., Pereira C.G., De Araujo M. *Applications of polyesters and polyamides in civil engineering* / In: Polyesters and Polyamides. Edited by R. Figueiro. – Cambridge: Woodhead Publishing Ltd, 2008. – Pp.542-592.
12. Хохлов А.В. *Индикаторы применимости и методики идентификации нелинейной модели упруговязкопластичности типа Максвелла по двойным кривым обратной ползучести* // Проблемы прочности и пластичности. – 2021. – Т.83. – №4. – С.443-450. DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-433-450
13. Kennedy A.J. *Processes of Creep and Fatigue in Metals*. – Edinburgh, London, Olyver and Boyd, 1962.
14. Работнов Ю.Н. *Ползучесть элементов конструкций*. – М.: Наука, 1966. – 752 с.

15. Бугаков И.И. *Ползучесть полимерных материалов*. – М.: Наука, 1973. – 287 с.
16. Малинин Н.Н. *Расчёты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций*. – М.: Машиностроение, 1981. – 221 с.
17. Гохфельд Д.А., Садаков О.С. *Пластичность и ползучесть элементов конструкций при повторных нагружениях*. – М.: Машиностроение, 1984. – 256 с.
18. Никитенко А.Ф. *Ползучесть и длительная прочность металлических материалов*. – Новосибирск: НГАСУ, 1997. – 278 с.
19. Betten J. *Creep Mechanics*. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2008. – 367 p.
20. Lakes R.S. *Viscoelastic Materials*. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2009. – 461 p.
21. Радченко В.П., Кичаев П.Е. *Энергетическая концепция ползучести и виброползучести металлов*. – Самара: Самарский гос. тех. ун-т. 2011. – 157 с.
22. Bergstrom J.S. *Mechanics of Solid Polymers. Theory and Computational Modeling*. – Elsevier, William Andrew, 2015. – 520 p.
23. Локощенко А.М. *Ползучесть и длительная прочность металлов*. – М.: Физматлит, 2016. – 504 с.
24. Fatemi A., Yang L. *Cumulative fatigue damage and life prediction theories: A survey of the state of the art for homogeneous materials // Int. J. Fatigue*. – 1998. – Vol.20. – No.1. – Pp.9-34.
25. Launay A., Maitournam M.H., Marco Y., Raoult I., Szymtka F. *Cyclic behaviour of short glass fibre reinforced polyamide: Experimental study and constitutive equations // Int. J. Plasticity*. – 2011. – Vol.27. – Pp.1267-1293.
26. Darabi M.K., Al-Rub R.K.A., Masad E.A., Huang C.-W., Little D.N. *A modified viscoplastic model to predict the permanent deformation of asphaltic materials under cyclic-compression loading at high temperatures // Int. J. Plasticity*. – 2012. – Vol.35. – Pp.100-134.
27. Быков Д.Л., Казаков А.В., Коновалов Д.Н. и др. *О законе накопления поврежденности и критерии разрушения в высоконаполненных полимерных материалах // Изв. РАН. МТТ*. – 2014. – №5. – С.76-97.
28. Takagi H., Dao M., Fujiwara M. *Prediction of the Constitutive Equation for Uniaxial Creep of a Power-Law Material through Instrumented Microindentation Testing and Modeling // Materials Transactions*. – 2014. – Vol.55. – No.2. – Pp.275-284.
29. Петухов Д.С., Келлер И.Э. *Двойственные задачи плоских ползущих течений степенной несжимаемой среды // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат.науки*. – 2016. – Т.20. – №3. – С.496-507.
30. Кайбышев О.А. *Сверхпластичность промышленных сплавов*. – М.: Металлургия, 1984. – 264 с.
31. Nieh T.G., Wadsworth J., Sherby O.D. *Superplasticity in metals and ceramics*. – Cambridge Univ. Press, 1997. – 287 p.
32. Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U. *Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics*. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. – 363 p.
33. Segal V.M., Beyerlein I.J., Tome C.N., Chuvil'deev V.N., Kopylov V.I. *Fundamentals and Engineering of Severe Plastic Deformation*. – New York: Nova Science Pub. Inc., 2010. – 542 p.
34. Cao Y. *Determination of the creep exponent of a power-law creep solid using indentation tests // Mech. Time-Depend. Mater*. – 2007. – Vol.11. – Pp.159-172.

35. Megahed M., Ponter A.R.S., Morrison C.J. *An experimental and theoretical investigation into the creep properties of a simple structure of 316 stainless steel* // Int. J. Mech. Sci. – 1984. – Vol.26. – No.3. – Pp.149-164.
36. Еникеев Ф.У. *Экспериментальная оценка скоростной чувствительности сверхпластичного материала с сильно неоднородным напряженно-деформированным состоянием* // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2007. – Т.73. – №10. – С.44-50.
37. Радченко В.П., Шапиевский Д.В. *Математическая модель ползучести микронеоднородного нелинейно-упругого материала* // ПМТФ. – 2008. – Т.49. – №3. – С.157-163.
38. Naumenko K., Altenbach H., Gorash Y. *Creep Analysis with a Stress Range Dependent Constitutive Model* // Arch. Appl. Mech. – 2009. – Vol.79. – Pp.619-630.
39. Lu L.Y., Lin G.L., Shih M.H. *An experimental study on a generalized Maxwell model for nonlinear viscoelastic dampers used in seismic isolation* // Engineering Structures. – 2012. – Vol.34. – No.1. – Pp.111-123.
40. Хохлов А.В. *Анализ общих свойств кривых ползучести при циклических ступенчатых нагрузениях, порождаемых линейной теорией наследственности* // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2017. – Т.21. – №2. – С.326-361. DOI: 10.14498/vsgtu1533

REFERENCES

1. Khokhlov A.V. *Properties of a Nonlinear Viscoelastoplastic Model of Maxwell Type with Two Material Functions*. Moscow University Mechanics Bulletin, 2016, Vol.71, No.6, Pp.132-136. DOI: 10.3103/S0027133016060029
2. Khokhlov A.V. *Krivye dlitel'noj prochnosti nelinejnoj modeli vyazkouprugoplastichnosti tipa Maksvella i pravilo summirovaniya povrezhdennosti pri stupenchatykh nagruzheniyakh [Long-term strength curves generated by the nonlinear Maxwell-type model for viscoelastoplastic materials and the linear damage rule under step loading]*. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya Fiz.-mat. nauki, 2016, No.3, Pp.524-543. DOI: 10.14498/vsgtu1512
3. Khokhlov A.V. *Nelinejnaya model' vyazkouprugoplastichnosti tipa Maksvella: modelirovanie vliyaniya temperatury na krivye deformirovaniya, relaksatsii i polzuchesti [The nonlinear Maxwell-type model for viscoelastoplastic materials: Simulation of temperature influence on creep, relaxation and strain-stress curves]*. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya Fiz.-mat. nauki, 2017, Vol.21, No.1, Pp.160-179. DOI: 10.14498/vsgtu1524
4. Khokhlov A.V. *Nelinejnaya model' vyazkouprugoplastichnosti tipa Maksvella: svoystva semejstva krivykh relaksatsii i ogranicheniya na material'nye funktsii [The nonlinear Maxwell-type elastoviscoplastic model: general properties of stress relaxation curves and restrictions on the material functions]*. Vestnik MGTU im. N.Eh. Baumana. Seriya Estestvennye nauki, 2017, No.6, Pp.31-55. DOI: 10.18698/1812-3368-2017-6-31-55
5. Khokhlov A.V. *A Nonlinear Maxwell-Type Model for Rheonomic Materials: Stability under Symmetric Cyclic Loadings*. Moscow Univ. Mech. Bull., 2018, Vol.73, No.2, Pp.39-42. DOI: 10.3103/S0027133018020036
6. Khokhlov A.V. *Indikatory primenimosti i metodiki identifikatsii nelinejnoj modeli tipa Maksvella dlya reonomnykh materialov po krivym polzuchesti pri*

- stupenchatykh nagruzheniyakh [Applicability Indicators and Identification Techniques for a Nonlinear Maxwell-Type Elasto-Viscoplastic Model using Multi-Step Creep Curves]*. Vestnik MGTU im. N.Eh. Baumana. Seriya Estestvennyye nauki, 2018, No.6, Pp.92-112. DOI: 10.18698/1812-3368-2018-6-92-112
7. Khokhlov A.V. *Applicability indicators and identification techniques for a nonlinear Maxwell-type elastoviscoplastic model using loading-unloading curves*. Mechanics of Composite Materials, 2019, Vol.55, No.2. Pp.195-210. DOI: 10.1007/s11029-019-09809-w
 8. Khokhlov A.V. *Possibility to Describe the Alternating and Non-monotonic Time Dependence of Poisson's Ratio during Creep Using a Nonlinear Maxwell-Type Viscoelastoplasticity Model*. Russian Metallurgy (Metally), Vol.2019, No.10, Pp.956-963. DOI: 10.1134/S0036029519100136
 9. East A.J. *Polyester fibres*. In: Synthetic Fibres: nylon, polyester, acrylic, polyolefin. Edited by J.E. McIntyre. Cambridge, Woodhead Publishing Ltd, 2004, Pp.95-166.
 10. Chattopadhyay R. *Introduction: types of technical textile yarn*. In: Technical Textile Yarns. Edited by R. Alagirusamy and A. Das. Cambridge, Woodhead Publishing Ltd, 2010, Pp.3-55.
 11. Fangueiro R., Pereira C.G., De Araujo M. *Applications of polyesters and polyamides in civil engineering*. In: Polyesters and Polyamides. Edited by R. Fangueiro. Cambridge, Woodhead Publishing Ltd, 2008, Pp.542-592.
 12. Khokhlov A.V. *Indikatoriy primenimosti i metodiki identifikatsii nelinejnoj modeli uprugovyazkoplastichnosti tipa Maksvella po dvojnym krivym obratnoj polzuchesti [Applicability indicators and identification technique for a nonlinear Maxwell-type elasto-viscoplastic model using repeated creep recovery tests]*. Problemy prochnosti i plastichnosti, 2021, Vol.83, No.4, Pp.443-450. DOI: 10.32326/1814-9146-2021-83-4-433-450
 13. Kennedy A.J. *Processes of Creep and Fatigue in Metals*. Edinburgh, London, Olyver and Boyd, 1962.
 14. Rabotnov Yu.N. *Polzuchest' ehlementov konstruksij [Creep Problems in Structural Members]*. Moskva, Nauka, 1966, 752 p.
 15. Bugakov I.I. *Polzuchest' polimernykh materialov [Creep of polymer materials]*. Moskva, Nauka, 1973, 287 p.
 16. Malinin N.N. *Raschyoty na polzuchest' ehlementov mashinostroitel'nykh konstruksij [Creep design of engineering structures]*. Moskva, Mashinostroenie, 1981, 221 p.
 17. Gokhfel'd D.A., Sadakov O.S. *Plastichnost' i polzuchest' ehlementov konstruksij pri povtornykh nagruzheniyakh [Plasticity and creep in structural elements under repeated loading]*. Moskva, Mashinostroenie, 1984, 256 p.
 18. Nikitenko A.F. *Polzuchest' i dlitel'naya prochnost' metallicheskih materialov [Creep and long-term strength of metallic materials]*. Novosibirsk, NGASU, 1997, 278 p.
 19. Betten J. *Creep Mechanics*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2008, 367 p.
 20. Lakes R.S. *Viscoelastic Materials*. Cambridge, Cambridge Univ. Press, 2009, 461 p.
 21. Radchenko V.P., Kichaev P.Ye. *Ehnergeticheskaya kontseptsiya polzuchesti i vibropolzuchesti metallov [Energy concept of creep and vibrocreep]*. Samara, Samarskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet, 2011, 157 p.
 22. Bergstrom J.S. *Mechanics of Solid Polymers. Theory and Computational Modeling*. Elsevier, William Andrew, 2015, 520 p.

23. Lokoshchenko A.M. *Polzuchest' i dlitel'naya prochnost' metallov [Creep and long-term strength of metals]*. Moskva, Fizmatlit, 2016, 504 p.
24. Fatemi A., Yang L. *Cumulative fatigue damage and life prediction theories: A survey of the state of the art for homogeneous materials*. Int. J. Fatigue, 1998, Vol.20, No.1, Pp.9-34
25. Launay A., Maitournam M.H., Marco Y., Raoult I., Szmytka F. *Cyclic behaviour of short glass fibre reinforced polyamide: Experimental study and constitutive equations*. Int. J. Plasticity, 2011, Vol.27, Pp.1267-1293.
26. Darabi M.K., Al-Rub R.K.A., Masad E.A., Huang C.-W., Little D.N. *A modified viscoplastic model to predict the permanent deformation of asphaltic materials under cyclic-compression loading at high temperatures*. Int. J. Plasticity, 2012, Vol.35, Pp.100-134.
27. Bykov D.L., Kazakov A.V., Konovalov D.N. et al. *Law of damage accumulation and fracture criteria in highly filled polymer materials*. Mech. Solids, 2014, Vol.49, No.5, Pp.543-560. DOI: 10.3103/S0025654414050069
28. Takagi H., Dao M., Fujiwara M. *Prediction of the Constitutive Equation for Uniaxial Creep of a Power-Law Material through Instrumented Microindentation Testing and Modeling*. Materials Transactions, 2014, Vol.55, No.2, Pp.275-284.
29. Petukhov D.S., Keller I.E. *Dvoystvennye zadachi ploskikh polzushhikh techenij stepennoj neszhimaemoj sredy [Dual plane problems for creeping flows of power-law incompressible medium]*. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya Fiz.-mat. nauki, 2016, Vol.20, No.3, Pp.496-507.
30. Kaibishev O.A. *Sverkhplastichnost' promyshlennykh splavov [Superplasticity of industrial alloys]*. Moskva, Metallurgiya, 1984, 264 p.
31. Nieh T.G., Wadsworth J., Sherby O.D. *Superplasticity in metals and ceramics*. Cambridge Univ. Press, 1997, 287 p.
32. Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U. *Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2001, 363 p.
33. Segal V.M., Beyerlein I.J., Tome C.N., Chuvil'deev V.N., Kopylov V.I. *Fundamentals and Engineering of Severe Plastic Deformation*. New York, Nova Science Pub. Inc., 2010, 542 p
34. Cao Y. *Determination of the creep exponent of a power-law creep solid using indentation tests*. Mech. Time-Depend. Mater., 2007, Vol.11, Pp.159-172.
35. Megahed M, Ponter A.R.S., Morrison C.J. *An experimental and theoretical investigation into the creep properties of a simple structure of 316 stainless steel*. Int. J. Mech. Sci., 1984, Vol.26, No.3, Pp.149-164.
36. Enikeev F.U. *Ehksperimental'naya otsenka skorostnoj chuvstvitel'nosti sverkhplastichnogo materiala s sil'no neodnorodnym napryazhenno-deformirovannym sostoyaniem [Experimental evaluation of speed sensitivity of superplastic material in strongly nonuniform deflected mode]*. Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov, 2007, Vol.73, No.10, Pp.44-50.
37. Radchenko V.P., Shapievskii D.V. *Matematicheskaya model' polzuchesti mikroneodnorodnogo nelinejno-uprugogo materiala [Mathematical creep model for micro-nonhomogeneous non-linear elastic material]*. Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika, 2008, Vol.49, No.3, Pp.157-163.
38. Naumenko K., Altenbach H., Gorash Y. *Creep Analysis with a Stress Range Dependent Constitutive Model*. Arch. Appl. Mech., 2009, Vol.79, Pp.619-630.

39. Lu L.Y., Lin G.L., Shih M.H. *An experimental study on a generalized Maxwell model for nonlinear viscoelastic dampers used in seismic isolation*. Engineering Structures, 2012, Vol.34, No.1, Pp.111-123.
40. Khokhlov A.V. *Analiz obshhikh svoystv krivykh polzuchesti pri tsiklicheskih stupenchatykh nagruzheniyakh, porozhdaemykh linejnoy teoriej nasledstvennosti [Analysis of creep curves produced by the linear viscoelasticity theory under cyclic stepwise loadings]*. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya Fiz.-mat. nauki, 2017, Vol.21, No.2, Pp.326-361. DOI: 10.14498/vsgtu1533.

Поступила в редакцию 19 января 2022 года.

Сведения об авторах:

Хохлов Андрей Владимирович – к.т.н., в.н.с., Лаборатория упругости и пластичности НИИ механики МГУ, доцент Кафедры Механики композитов Механико-математического факультета МГУ, МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия; e-mail: andrey-khokhlov@ya.ru

Столяров Олег Николаевич – к.т.н., доц., Инженерно-строительный институт ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: oleg.stolyarov@rambler.ru

Некрасов Всеволод Валерьевич – студ., Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия; e-mail: vsevolod.nekrasov@math.msu.ru

Шапоров Артемий Валерьевич – асп., Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия; e-mail: shaporevart@gmail.com