

УДК 539.4  
EDN АТУННН (<https://elibrary.ru/atyhnh>)



## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ДОРНИРОВАНИЯ СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ МУФТЫ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ НА ПОВЕДЕНИЕ МАТЕРИАЛА ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ\*

Шарунов. А.В.

*ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный  
исследовательский университет)», г. Москва, Россия*

### АННОТАЦИЯ

Работа посвящена численному анализу процесса дорнирования цилиндрической муфты из сплава с памятью формы (СПФ) в режиме мартенситной неупругости (МН). Рассмотрение задачи ведется в рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях. Полученное решение учитывает, как упругие деформации, так и свойство разносопротивляемости материала. Под разносопротивляемостью понимается зависимость материальных констант этих сплавов от параметра вида напряженного состояния. В качестве параметра вида напряженного состояния используется параметр, связанный с третьим инвариантом девиатора напряжений.

Численное моделирование выполнено в программном комплексе Simulia Abaqus с применением технологии пользовательского материала. Моделирование процесса дорнирования толстостенной цилиндрической муфты реализуется с помощью итерационного метода, в котором на каждом шаге, соответствующему передвижению муфты на заданное расстояние в осевом направлении, сохраняется напряженно-деформированное состояние предыдущего шага. Задача решается в трехмерной постановке с учетом осевой симметрии муфты.

В рамках работы получены эпюры напряжений по сечению муфты для каждого шага соответствующему положению дорна в определенный момент времени. Установлено, что в процессе нагружения, напряжения по сечению меняются немонотонно, а само распределение напряжений имеет нелинейную зависимость от радиуса. Параметр вида напряженного состояния также имеет неоднородное распределение по сечению оболочки. Замечено, что при продвижении дорна вглубь муфты, эпюра осевых напряжений и параметра вида напряженного состояния изменяются по сечению муфты.

Результаты, полученные в ходе выполнения работы, могут быть успешно использованы при проектировании термомеханических соединительных муфт из СПФ.

**Ключевые слова:** сплавы с памятью формы; мартенситная неупругость; разносопротивляемость; дорнирование; муфта

## NUMERICAL ANALYSIS OF THE DORNING PROCESS OF A CONNECTING CYLINDRICAL COUPLING MADE OF AN ALLOY WITH SHAPE MEMORY, TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF THE TYPE OF STRESS STATE ON THE BEHAVIOR OF THE MATERIAL

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект №20-01-00240.

Sharunov A.V.

*Moscow aviation institute (national research university), Moscow, Russia*

### ABSTRACT

The work is devoted to the numerical analysis of the dorning process of a cylindrical coupling made of shape memory alloy (SMA) in the mode of martensitic inelasticity (MI). The problem is considered within the framework of the model of nonlinear deformation of the SMA during phase and structural transformations. The resulting solution takes into account both elastic deformations and the property of the material's resistivity. The resistance of the materials is understood as the dependence of the material constants of these alloys on the parameter of the type of stress state. The parameter associated with the third invariant of the stress deviator is used as a parameter of the type of stress state.

Numerical simulation was performed in the Simulia Abaqus software package using the technology of user-generated material. Modeling of the dorning process of a thick-walled cylindrical coupling is implemented using an iterative method in which the stress-strain state of the previous step is preserved at each step corresponding to the movement of the coupling for a given distance in the axial direction. The problem is solved in a three-dimensional formulation taking into account the axial symmetry of the coupling.

As part of the work, stress diagrams were obtained along the coupling cross-section for each step corresponding to the position of the mandrel at a certain time. It is established that in the process of loading, the cross-section stresses change nonmonotonically, and the stress distribution itself has a nonlinear dependence on the radius. The parameter of the type of stress state also has an inhomogeneous distribution over the cross section of the shell. It is noticed that as the mandrel moves deeper into the coupling, the plot of axial stresses and the parameter of the type of stress state change along the section of the coupling.

The results obtained in the course of the work can be successfully used in the design of thermomechanical coupling couplings from SMA.

**Keywords:** shape memory alloys; martensitic transformation; tension-compression asymmetry; dorning, coupling

### ВВЕДЕНИЕ

Для проектирования и активного применения устройств, принцип работы которых основан на использовании уникальных термомеханических свойств СПФ [1], требуется наличие достоверных решений краевых задач механики этих сплавов [2]. Однако, получение подобных аналитических решений затруднено объективной сложностью определяющих соотношений, описывающих термомеханические процессы, протекающие в СПФ.

Помимо этого, расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций, содержащих СПФ, осложняется тем фактом, что эти сплавы являются разносопротивляющимися растяжению-сжатию и их соответствующие диаграммы деформирования имеют качественные различия. Данное явление характерно для режимов мартенситной неупругости [3-5], сверхупругости [6-8] и для процесса прямого термоупругого мартенситного превращения [9-13].

Для корректного описания поведения СПФ с учетом их разносопротивляемости требуется определение зависимости материальных констант и функций сплава от параметра вида напряженного состояния, что требует проведения большого объема экспериментальных работ [4-5].

Узкий круг работ посвящен решению задач о термомеханическом поведении элементов конструкций из СПФ с учетом свойства разносопротивляемости.

В работе [14] получены решения задач о НДС тонкостенных конструкций, таких как сфера и цилиндр, из СПФ как в режиме мартенситной неупругости, так и в процессе прямого мартенситного термоупругого превращения на основе моделей [15-18]. Работы [19-22] посвящены задачам о потере устойчивости элементов из СПФ, вызванной обратными термоупругими фазовыми превращениями, при решении которых требуется учет влияния вида напряженного состояния на процесс деформирования СПФ.

В трудах [23,24] получены решения задач о поведении толстостенной цилиндрической оболочки и сферы из СПФ, материал которых претерпевает прямое термоупругое фазовое превращение под действием постоянного внутреннего давления [23] или постоянных внутреннего или внешнего давления и осевой силы [24]. Однако в этих работах нагружение в режиме мартенситной неупругости не рассматривается, эффект разноспротивляемости СПФ не учитывается.

Одним из способов решения данных краевых задач является использование коммерческих пакетов конечно-элементного моделирования. Так, работы [25,26] посвящены конечно-элементному анализу актуаторов из СПФ. Моделирование выполнено в рамках моделей [27] и [28,29] соответственно.

В работах [30-32] рассматривается численное моделирование процесса деформирования толстостенных сферы и цилиндра из СПФ в низкотемпературном мартенситном фазовом состоянии с учетом разноспротивляемости этих сплавов. В работе [30] проведена верификация программного модуля, использованного в работах [31,32].

Данная работа посвящена численному моделированию процесса раздачи толстостенной цилиндрической муфты из сплава с памятью формы (СПФ) в режиме мартенситной неупругости (МН). Процесс раздачи происходит путем дорнирования. Приведенное в работе решение учитывает зависимость НДС оболочки от вида напряженного состояния. Используемые при решении определяющие соотношения для СПФ соответствуют распространению на случай учета влияния вида напряженного состояния объединенной модели фазового и структурного деформирования СПФ [33-36], точнее варианта этой модели, учитывающей только изотропное упрочнение для структурного деформирования [33].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрение задачи дорнирования толстостенной цилиндрической муфты из СПФ ведется в трехмерной по пространству постановке с учетом осевой симметрии тела, в цилиндрической системе координат  $r - \theta - z$ . Моделирование данного процесса реализуется с помощью итерационного метода, в котором на каждом шаге, соответствующему передвижению муфты на заданное расстояние, равное 0.5 мм в осевом направлении, сохраняется напряженно-деформированное состояние предыдущего шага. Считается, что в процессе раздачи вся боковая поверхность дорна, вошедшая в муфту, является областью взаимодействия, а коэффициент трения между дорном и муфтой равен нулю. Взаимодействие дорна и муфты моделируется полем перемещений, изменяемым на каждом шаге.

В процессе моделирования использовались кинематические граничные условия учитывающие осевую симметрию тела:

1. Запрет перемещений в окружном направлении по плоским граням параллельным оси муфты.
2. Запрет перемещений в осевом направлении по торцам муфты. Для устранения влияния граничных условий на полученные результаты, закрепление осуществляется по торцу, находящемуся на максимальном отдалении от дорна.

Геометрические характеристики толстостенной цилиндрической муфты взяты на основании данных представленных в [37]:

1. Внешний радиус  $r_1 = 4.38$  мм;
2. Внутренний радиус  $r_2 = 3.11$  мм;
3. Длина муфты  $h = 18$  мм.

Параметры дорна:

1. Цилиндрическая часть: длина  $l_1 = 15$  мм, радиус  $r_3 = 3.17$  мм;
2. Коническая часть: длина  $l_2 = 4$  мм, радиус  $r_4 = 3.11$  мм.

На рис.1.1. приведена конечно-элементная модель (КЭМ) муфты с отмеченными сечениями на которых производились замеры напряжений и перемещений. Муфта смоделирована 3-х мерным типом КЭ С3D8Н. Дорн в свою очередь представляет из себя абсолютно твердое тело.

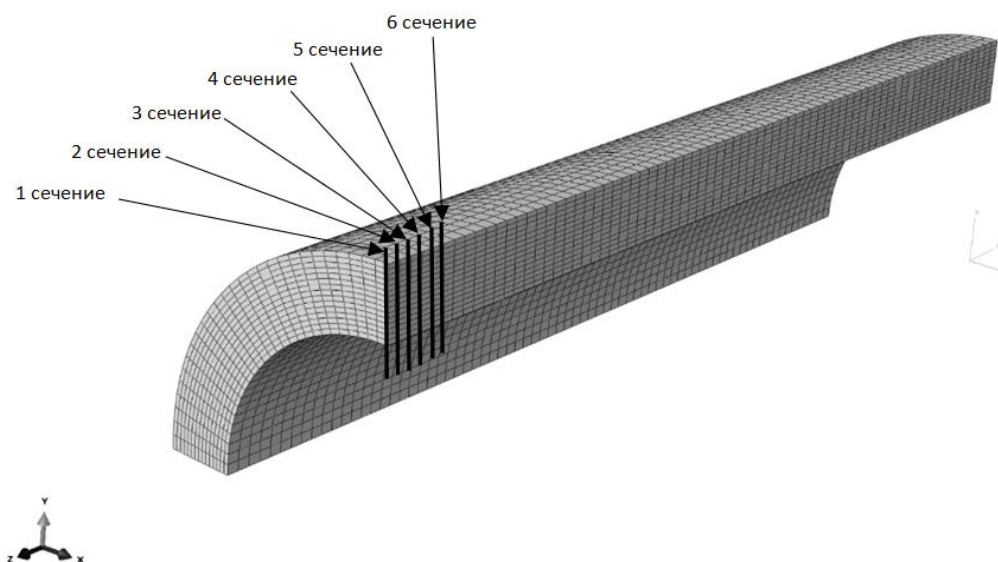


Рис.1.1. КЭМ толстостенной цилиндрической муфты.

В рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [15-18] реализованного в программном модуле, предполагается аддитивное представление тензора приращений полных деформаций, при их малости. Для случая изотермического нагружения образца из СПФ в низкотемпературном мартенситном фазовом состоянии полные деформации определяются следующим образом

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^{st},$$

где  $d\varepsilon_{ij}$ ,  $d\varepsilon_{ij}^e$ ,  $d\varepsilon_{ij}^{st}$  – приращения полной, упругой, и структурной деформации соответственно.

Упругие деформации определяются по формуле, приведенной ниже

$$\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij}^{e'} + \frac{1}{3} \delta_{ij} \varepsilon_{kk}^e, \quad \varepsilon_{ij}^{e'} = \frac{\sigma_{ij}'}{2G_M}, \quad \varepsilon_{kk}^e = \frac{\sigma_{kk}}{K_M}.$$

Здесь  $\varepsilon_{ij}^{e'}$ ,  $\varepsilon_{kk}^e \delta_{ij}$  – девиатор и шаровая часть тензора упругих деформаций,  $\sigma_{ij}'$ ,  $\sigma_{kk}$  – девиатор и первый инвариант тензора напряжений,  $\delta_{ij}$  – дельта Кронекера,  $G_M$ ,  $K_M$  – модуль сдвига и утроенный объемный модуль СПФ в мартенситном фазовом состоянии соответственно.

Приращение структурных деформаций

$$d\varepsilon_{ij}^{st} = \frac{3}{2} \rho_D(\mu_\sigma) \frac{\sigma_{ij}'}{\sigma_i} q F'(\sigma_i) d\sigma_i \quad \text{при} \quad \begin{cases} \sigma_i = \sigma_{i\max} \\ d\sigma_i > 0 \end{cases} \quad \text{иначе} \quad d\varepsilon_{ij}^{st} = 0.$$

Здесь  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений,  $\rho_D(\mu_\sigma)$  – предельное значения интенсивности структурной деформации, зависящие от параметра вида напряженного состояния  $\mu_\sigma$ ;  $F'(\sigma_i)$  – плотность распределения интенсивности микронапряжений в представительном объеме образца из СПФ в мартенситном фазовом состоянии.  $F(\sigma_i)$  – интегральная функция распределения интенсивности микронапряжений в представительном объеме поликристаллического СПФ [15].

На основе экспериментальных данных в [3] установлено, что для аппроксимации диаграммы мартенситной неупругости с учетом разносопротивляемости материала, наилучшим образом подходит  $\gamma$  – гамма распределение, такое, что функция  $F(\sigma_i)$  запишутся следующим образом

$$\begin{aligned} F(\sigma_i) &= \varphi\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0(\mu_\sigma)}, \alpha(\mu_\sigma)\right) = \gamma\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0(\mu_\sigma)}, \alpha(\mu_\sigma)\right) = \\ &= \frac{1}{\Gamma(\alpha(\mu_\sigma))} \int_0^{\frac{\sigma_i}{\sigma_0(\mu_\sigma)}} t^{\alpha(\mu_\sigma)-1} \exp(-t) dt, \\ F'(\sigma_i) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha(\mu_\sigma))} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0(\mu_\sigma)}\right)^{\alpha(\mu_\sigma)-1} \exp\left(-\frac{\sigma_i}{\sigma_0(\mu_\sigma)}\right) \frac{1}{\sigma_0(\mu_\sigma)}. \end{aligned}$$

где  $\alpha(\mu_\sigma)$ ,  $\sigma_0(\mu_\sigma)$  – параметры материала,  $\Gamma$  – гамма функция.

Связь между компонентами приращений девиаторов напряжений и деформаций устанавливается следующим соотношением

$$\begin{aligned} d\sigma_{ij}' &= 2G d\varepsilon_{ij}' - \lambda \sigma_{ij}' \sigma_{kl}' d\varepsilon_{kl}', \\ \lambda &= 9\rho_D(\mu_\sigma) \frac{G_M^2}{\sigma_i^2} \frac{F'(\sigma_i)}{(1 + 3G_M \rho_D(\mu_\sigma) F'(\sigma_i))}. \end{aligned}$$

Здесь  $d\sigma_{ij}'$ ,  $d\varepsilon_{ij}'$  – девиатор приращений напряжений и деформаций.

Шаровая часть тензора приращений напряжений определяется по формуле, приведенной ниже

$$d\sigma_{kk} = K_M d\varepsilon_{kk}.$$

Здесь  $d\varepsilon_{kk}$  – первый инвариант тензора приращений деформаций.

Приращение компонент тензора напряжений вычисляется следующим образом

$$d\sigma_{ij} = \frac{1}{3}d\sigma_{kk}\delta_{ij} + d\sigma'_{ij}.$$

В работе полагается, что параметры материала  $\alpha(\mu_\sigma)$ ,  $\sigma_0(\mu_\sigma)$ ,  $\rho_D(\mu_\sigma)$  линейно зависят от параметра вида напряженного состояния.

В [10] в качестве параметра вида напряженного состояния  $\mu_\sigma$  используется параметр, связанный со 2-м и 3-м инвариантом девиатора напряжений

$$\mu_\sigma = \frac{27 J_3}{2 \sigma_i^3} = \frac{27 \det(\sigma'_{ij})}{2 \sigma_i^3}.$$

Здесь  $J_3$  – третий инвариант девиатора напряжений. Параметр  $\mu_\sigma$  может принимать значение от 1 (одноосное растяжение) до -1 (одноосное сжатие). Случай, когда  $\mu_\sigma = 0$  соответствует чистому сдвигу.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При численном моделировании использованы следующие значения материальных констант, для случая  $\mu_\sigma = 1$  (одноосного растяжения):  $\rho'_D(\mu_\sigma) = 0.0608$ ,  $\sigma'_0(\mu_\sigma) = 27.4$  МПа,  $\alpha'(\mu_\sigma) = 6.45$ ; для случая  $\mu_\sigma = -1$  (одноосного сжатия):  $\rho^c_D(\mu_\sigma) = 0.02$ ,  $\sigma^c_0(\mu_\sigma) = 18$  МПа,  $\alpha^c(\mu_\sigma) = 16.08$  [3].

Ниже представлены эпюры радиальных  $\sigma_r$  (рис.2.1а,б) и кольцевых  $\sigma_\theta$  (рис.2.2а,б) напряжений по сечению цилиндрической толстостенной муфты, построенные для различных положений дорна внутри муфты: 1 шаг соответствует прохождению конусной части дорна на 1 см, 4 шаг – 4 см. Нумерация кривых на рис.2.1-2.3 соответствует сечениям, представленным на рис.1.1.  $\xi = r/b$  – безразмерный радиус оболочки.

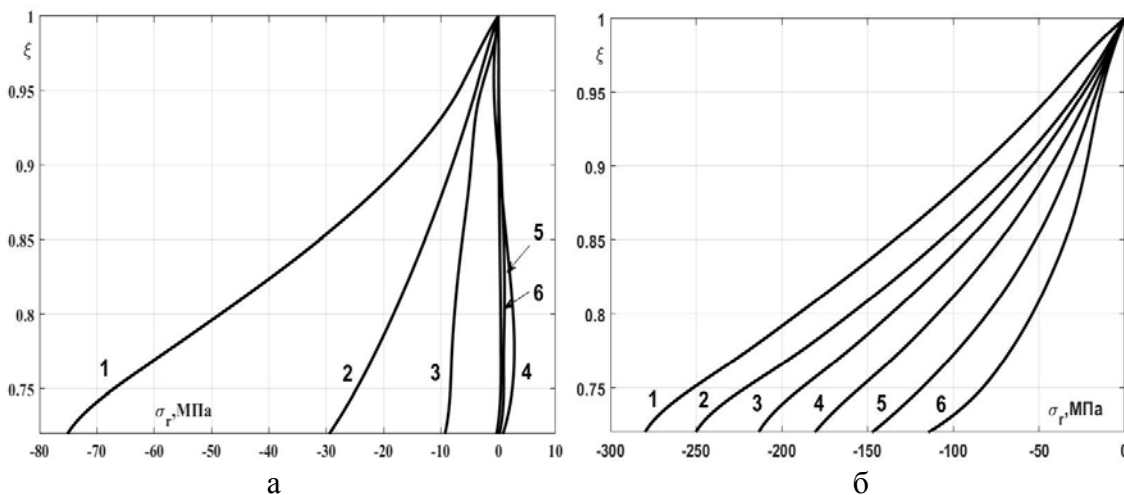


Рис.2.1. а) эпюры  $\sigma_r - \xi$ . 1 шаг; б) эпюры  $\sigma_r - \xi$ . 4 шаг.

На основании рис.2.1а,б можно сделать вывод, что распределение радиальных напряжений  $\sigma_r$  имеет нелинейный характер по сечению муфты и немонотонно изменяется в процессе прохождения дорна вглубь муфты. Следует

заметить, что, при переходе с конусной части дорна на цилиндрическую, рост  $\sigma_r$  прекращается и остается неизменным до окончания процесса.

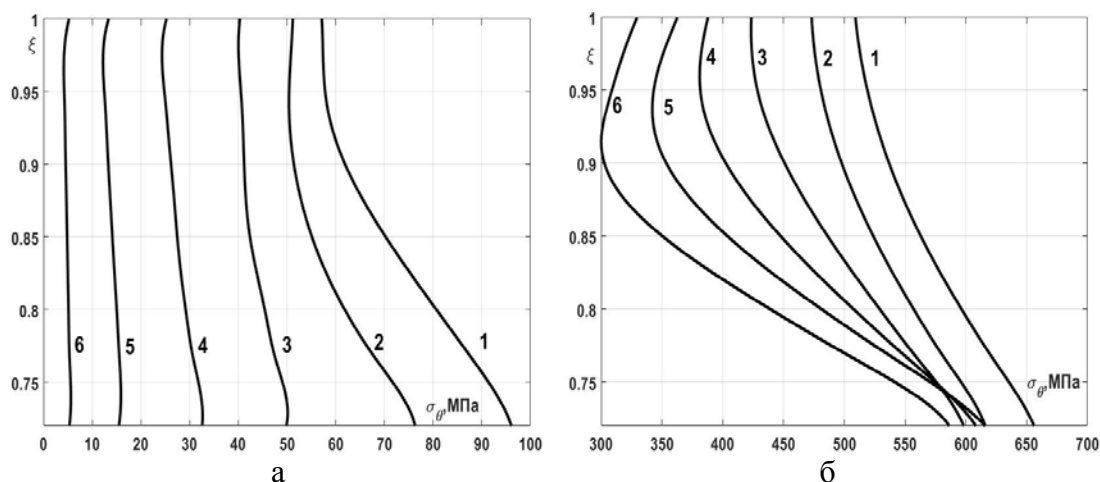


Рис.2.2. а) эпюры  $\sigma_\theta - \xi$  . 1 шаг; б) эпюры  $\sigma_\theta - \xi$  . 4 шаг.

Исходя из приведенных данных, можно заключить, что распределение окружных напряжений  $\sigma_\theta$  по сечению муфты имеет нелинейный характер и немонотонно изменяется в процессе нагружения. Отметим, что при прохождении конусной части дорна вглубь муфты, наблюдается резкий рост  $|\sigma_\theta|$  вблизи внутренней поверхности оболочки, а распределение  $\sigma_\theta$  становится все более нелинейным и неравномерным по сечению муфты (кривые 5-6).

На рис.2.3а,б приведены распределения  $\varepsilon_r$  по сечению цилиндрической толстостенной муфты.

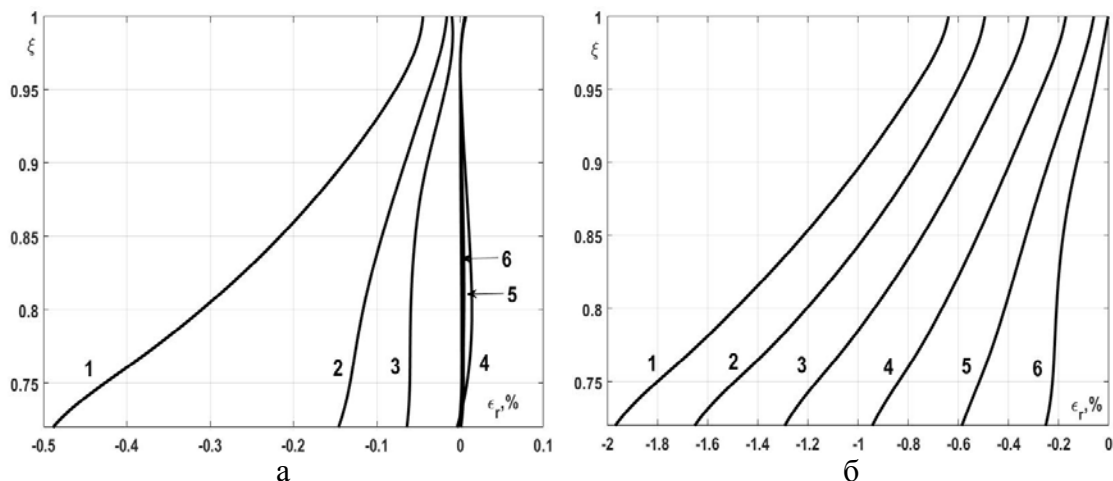


Рис.2.3. а) зависимости  $\varepsilon_r - \xi$  . 1 шаг; б) зависимости  $\varepsilon_r - \xi$  . 4 шаг.

Из рис.2.3а,б видно, что величина максимальной раздачи муфты составляет 2% на внутреннем радиусе и менее 1% на внешнем. Следует отметить, что распределение радиальных деформаций по сечению муфты нелинейно и немонотонно изменяется в процессе раздачи.

На рис.2.4 приведено распределение  $\sigma_z$  по сечению цилиндрической толстостенной муфты. Сплошные линии соответствуют 1 шагу, штриховые – 4 шагу. Кривые 1,2 построены для 2 сечения, 3,4 для 6 сечения.

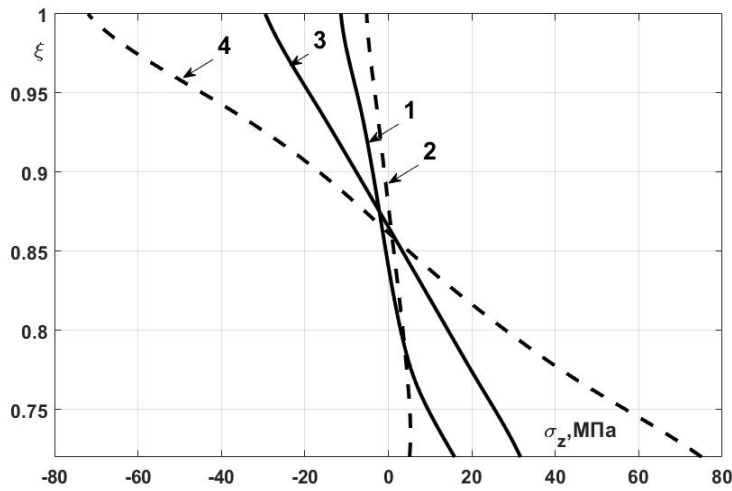


Рис.2.4. Эпюры  $\sigma_z - \xi$ .

Распределение осевых напряжений  $\sigma_z$  имеет нелинейный характер по сечению муфты. Отмечено, что при продвижении дорна вглубь муфты характер распределения напряжений  $\sigma_z$  по радиальной координате стремится к линейному, что характерно для состояния изгиба части муфты типа балки, вырезанной близко расположенными плоскостями  $\theta = const$  с осью, параллельной оси  $z$ .

Ниже, на рис.2.5, приведено распределение параметра вида напряженного состояния  $\mu_\sigma$  по 1 сечению муфты. Кривая 1 соответствует 1 шагу, 2 – 4 шагу.

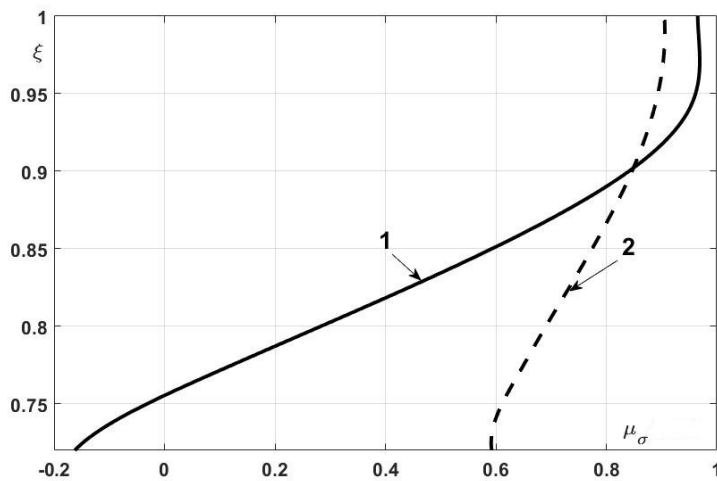


Рис.2.5. Зависимость  $\mu_\sigma - \xi$ .

В ходе работы было установлено, что параметр вида напряженного состояния меняется в процессе нагружения немонотонно, а также имеет нелинейное распределение по сечению оболочки. Как видно из приведенного рисунка, распределение  $\mu_\sigma$  по сечению зависит от положения конусной части дорна внутри муфты. В случае прохождения дорна вглубь муфты на 1 мм,



параметр вида напряженного состояния имеет знакопеременный и нелинейных характер по сечению муфты. При прохождении всей конусной части дорна, параметр вида напряженного состояния перестает быть знакопеременным, но остается нелинейным. Изменения величины  $\mu_\sigma$  в процессе раздачи муфты из СПФ свидетельствуют о том, что нагружение в данном случае является непропорциональным, и к решению данной задачи с учетом разнсопротивляемости этих материалов не может быть применено положение об активных процессах пропорционального нагружения.

## ВЫВОДЫ

В рамках работы выполнено численное моделирование процесса дорнирования толстостенной цилиндрической муфты из СПФ в режиме мартенситной неупругости. Решение получено с учетом разнсопротивляемости этих сплавов растяжению-сжатию.

Установлено, что в процессе раздачи муфты путем дорнирования эпюры напряжений и параметра вида напряженного состояния имеют нелинейный вид. Отмечено, что параметр вида напряженного состояния в процессе раздачи муфты из СПФ перераспределяется и перестает иметь знакопеременный характер. Осевые напряжения по сечению муфты немонотонно возрастают при прохождении дорна. Отмечено, что при продвижении дорна вглубь муфты характер распределения напряжений  $\sigma_z$  по радиальной координате стремиться к линейному, что характерно для состояния изгиба части муфты типа балки, вырезанной близко расположенными плоскостями  $\theta = const$  с осью, параллельной оси  $z$ . Вследствие этого к решению данной задачи нельзя применять положение об активных процессах пропорционального нагружения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. *Эффект памяти формы*. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 216 с.
2. Мовчан А.А., Казарина С.А., Машихин А.Е., Мишустин И.В., Саганов Е.Б., Сафронов П.А. *Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы // Ученые записки Казанского университета*. – 2015. – Т.157. – С.97-110.
3. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Деформация и разрушение материалов*. – 2018. – №12. – С.2-11.
4. Yong Liu, Z. Xie, J. Van Humbeeck, L. Delaey *Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys // Acta mater.* – 1998. – Vol.46. – No.12. – Pp.4325-4338.
5. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Диаграммы мартенситной неупругости никелида титана при растяжении, сжатии и сжатии после растяжения // Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2015. – Т.21. – №1. – С.83-93.
6. Sehitoglu H., Zhang X.Y., Chumlyakov Y.I., Karaman I., Gall K., Maier H.J. *Observations on stress-induced transformations in NiTi alloys / IUTAM Symposium on mechanics of martensitic phase transformation in solids*. – 2002. – Pp.103-109.

7. Thamburaja P., Anand L. *Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture* // J. Mech. Phys. Solids. – 2001. – Vol.49. – Pp.709-737.
8. Elibol C., Wagner V.F.-X. *Strain rate effects on the localization of the stress-induced martensitic transformation in pseudoelastic NiTi under uniaxial tension, compression and compression-shear* // Materials Science and Engineering. – 2015. – Vol.643. – Pp.194-202.
9. Ken Gall, Sehitoglu Huseyin, Anderson Rob, Karaman Ibrahim, Chumlyakov Yu.I., Kireeva I.V. *On the mechanical behavior of single crystal NiTi shape memory alloys and related polycrystalline phenomenon* // Materials Science and Engineering. – 2001. – Vol.317. – Pp.85-92.
10. Lexcellent Ch., Boubakar M.L., Bouvet Ch., Calloch S. *About modelling the shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions* // Intern. J. of Solids and Structures. – 2006. – Vol.43 – Pp.613-626.
11. Sittner P., Novak V., *Anisotropy of Cu-based shape memory alloys in tension/compression thermomechanical loads* // Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol. – 1999. – Vol.121. – No.1. – Pp.48-55.
12. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Выбор аппроксимаций диаграммы прямого превращения никелида титана при растяжении и сжатии* // Вестник Тамбовского университета. Сер.: Естественные и технические науки. – 2018. – Т.23. – №123-1. – С.459-463.
13. Javier P.-B., Jose L.B. *Ni-Ti SMA bars behavior under compression* // Construction and Building Materials. – 2017. – Vol.155 – Pp.348-362.
14. Шарунов А.В. *Решение задачи о нагружении тонкостенных сферы и цилиндра из сплава с памятью формы, с учетом разносопротивляемости материала в режиме мартенситной неупругости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т.26. – №2. – С.174-189.
15. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. *Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2010. – №3. – С.118-130.
16. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. *Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2011. – №2. – С.44-56.
17. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2014. – №1. – С.37-53.
18. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2015. – №2. – С.78-95.
19. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Аналитическое решение связанной задачи об устойчивости пластины из сплава с памятью формы при обратном мартенситном превращении* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2004. – №5. – С.164-178.
20. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Потеря устойчивости круглой пластины из сплава с памятью формы, вызванная обратным термоупругим*

- мартенситным превращением* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2008. – №1. – С.117-130.
21. Думанский С.А., Мовчан А.А. *Дважды связанная постановка задачи о потере устойчивости, вызванной обратным термоупругим фазовым превращением в сплаве с памятью формы* // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2017. – №5. – С.37-48.
  22. Думанский С.А., Мовчан А.А. *Потеря устойчивости стержня из сплава с памятью формы, вызванная обратным мартенситным превращением* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2019. – №4. – С.94-108.
  23. Машихин А.Е., Мовчан А.А. *Краевые задачи термомеханики для цилиндра и сферы из сплава с памятью формы* // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2017. – №3. – С.113-128.
  24. Машихин А.Б., Мовчан А.А. *Задача о прямом мартенситном превращении в толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2016. – №3. – С.100-114.
  25. Drahos P., Kutis V., Lenicky R. *SMA actuator with active clamp* // Procedia Engineering – 2012 – Vol.48 – Pp. 90-95.
  26. Merzouki T., Duval A., Zineb T. *Finite element analysis of a shape memory alloy actuator for a micropump* // Simulation Modeling Practice and Theory. – 2012. – Vol.27. – Pp.112-126.
  27. Boyd J.G., Lagoudas D.C. *Thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy* // Intern. J. of Plasticity. – 1996. – Vol.12(6). – Pp.805-842.
  28. Chemisky Y., Duval A., Patoor E., Ben-Zineb T. *Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation* // Mechanics of Materials. – 2011. – Vol.43(7). – Pp.361-376.
  29. Duval A., Haboussi M., Ben-Zineb T. *Modelling of localization and propagation of phase transformation in superelastic sma by a gradient nonlocal approach* // Intern. J. of Solids and Structures. – 2011. – Vol.48(13). – Pp.1879-1893.
  30. Саганов Е.Б., Шарунов А.В. *Решение задачи о сфере из сплава с памятью формы, находящейся под действием постоянного давления, с учетом разнсопротивляемости материала* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т.26. – №1. – С.108-121.
  31. Саганов Е.Б. *Численное моделирование явления мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы с учетом их разнсопротивляемости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.25. – №2. – С.281-294.
  32. Саганов Е.Б. *Решение задачи о толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы, находящемся под давлением, с учетом разнсопротивляемости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.25. – №4. – С.563-573.
  33. Мовчан А.А. *Модель влияния фазового механизма деформирования на структурный в сплавах с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2019. – №7. – С.14-23.
  34. Мовчан А.А. *Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы* // Известия российской академии наук. Механика твердого тела. – 2020. – №4. – С.140-151.

35. Мовчан А.А. *Объединенная модель фазово-структурного деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2020. – №11. – С.2-10.
36. Мовчан А.А. *Модель неупругого деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2021. – №3. – С.8-17.
37. Aerofit, Inc APT Laboratory, [электронный ресурс], 1968-2004.URL: [www.aerofit.com](http://www.aerofit.com) (Дата обращения: 06.02.2022).

## REFERENCES

1. Likhachev V.A., Kuz'min S.L., Kamentseva Z.P. *Ehffekt pamyati formy [Shape memory effect]*. Leningrad, Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta, 1987, 216 p.
2. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mashihin A.E., Mishustin I.V., Saganov E.B., Safronov P.A. *Kraevye zadachi mekhaniki dlya splavov s pamyat'yu formy [Boundary-value problems of mechanics of shape memory alloy]*. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta, 2015, Vol.157, Pp.97-110.
3. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Ehksperimental'naya identifikatsiya modeli nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy pri fazovykh i strukturnykh prevrashheniyakh [Experimental identification of the model of nonlinear deformation of shape memory alloys during phase and structural transformations]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2018, No.12, Pp.2-11.
4. Yong Liu, Z. Xie, J. Van Humbeeckd, L. Delaey *Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys*. Acta mater, 1998, Vol.46, No.12, Pp.4325-4338.
5. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Diagrammy martensitnoj neuprugosti nikelida titana pri rastyazhenii, szhatii i szhatii posle rastyazheniya [Nitinol's martensite inelasticity diagramm for tension, compression and tension after compression]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2015, Vol.21, No.1, Pp.83-93.
6. Sehitoglu H., Zhang X.Y., Chumlyakov Y.I., Karaman I., Gall K., Maier H.J. *Observations on stress-induced transformations in NiTi alloys*. IUTAM Symposium on mechanics of martensitic phase transformation in solids, 2002, Pp.103-109.
7. Thamburaja P., Anand L. *Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture*. J. Mech. Phys. Solids, 2001, Vol.49, Pp.709-737.
8. Elibol C., Wagner V.F.-X. *Strain rate effects on the localization of the stress-induced martensitic transformation in pseudoelastic NiTi under uniaxial tension, compression and compression-shear*. Materials Science and Engineering, 2015, Vol.643, Pp.194-202.
9. Gall Ken, Sehitoglu Huseyin, Anderson Rob, Karaman Ibrahim, Chumlyakov Yu.I., Kireeva I.V. *On the mechanical behavior of single crystal NiTi shape memory alloys and related polycrystalline phenomenon*. Materials Science and Engineering, 2001, Vol.317, Pp.85-92.
10. Lexcellent Ch., Boubakar M.L., Bouvet Ch., Calloch S. *About modelling the shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions*. Intern. J. of Solids and Structures, 2006, Vol.43, Pp.613-626.

11. Sittner P., Novak V., *Anisotropy of Cu-based shape memory alloys in tension/compression thermomechanical loads*. Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol, 1999, Vol.121, No.1, Pp.48-55.
12. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Vybor approksimatsij diagrammy pryamogo prevrashheniya nikelida titana pri rastyazhenii i szhatii [Choice of approximations of direct transformation diagrams of nickel-titanium under tension and compression]*. Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya Estestvennye i tekhnicheskie nauki, 2018, Vol.23, No.123-1, Pp.459-463.
13. Javier P.-B., Jose L.B. *Ni-Ti SMA bars behavior under compression*. Construction and Building Materials, 2017, Vol.155, Pp.348-362.
14. Sharunov A.V. *Reshenie zadachi o nagruzhonii tonkostennykh sfery i tsilindra iz splava s pamyat'yu formy, s uchetom raznosoprotivlyaemosti materiala v rezhime martensitnoj neuprugosti [Solution of loading problems on thin-walled spheres and cylinders of shape memory alloy, taking into account stress state influence in the martensitic inelasticity mode]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2020, Vol.26, No.2, Pp.174-189.
15. Movchan A.A., Movchan I.A., Sil'chenko L.G. *Mikromekhanicheskaya model' nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy pri fazovykh i strukturnykh prevrashheniyakh [Micromechanical model of nonlinear deformation of shape memory alloys under phase and structure transitions]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 2010, Vol.45, No.3, Pp.406-416.
16. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Sil'chenko T.L. *Uchet yavleniya martensitnoj neuprugosti pri obratnom fazovom prevrashhenii v splavakh s pamyat'yu formy [Taking account of the martensite inelasticity in the reverse phase transformation in shape memory alloys]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
17. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Modelirovanie fazovykh i strukturnykh prevrashhenij v splavakh s pamyat'yu formy, proiskhodyashhikh pod dejstviem nemonotonno menyayushhikhsya napryazhenij [Modeling of phase and structure transformations occurring in shape memory alloys under nonmonotonically varying stresses]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 2014, Vol.49, No.1, Pp. 27-39.
18. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Analog teorii plasticheskogo techeniya dlya opisaniya deformatsii martensitnoj neuprugosti v splavakh s pamyat'yu formy [Analog of the plastic flow theory for describing martensitic inelastic strains in shape memory alloys]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 2015, Vol.50, No.2, Pp.176-190.
19. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. *Analiticheskoe reshenie svyaznoj zadachi ob ustojchivosti plastiny iz splava s pamyat'yu formy pri obratnom martensitnom prevrashhenii [Analytical Solution of the Coupled Buckling Problem for a Plate from a Shape Memory Alloy Subjected to Inverse Martensite Transformation]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 2004, Vol.39, No.5, Pp.134-148.
20. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. *Poterya ustojchivosti krugloj plastiny iz splava s pamyat'yu formy, vyzvannaya obratnym termouprugim martensitnym prevrashheniem [Buckling of a Circular Plate Made of a Shape Memory Alloy due to a Reverse Thermoelastic Martensite Transformation]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 2008, Vol.43, No.1, Pp.100-111.

21. Dumanskii S.A., Movchan A.A. *Dvazhdy svyaznaya postanovka zadachi o potere ustojchivosti, vyzvannoj obratnym termouprugim fazovym prevrashheniem v splave s pamyat'yu formy [Two-Way Coupled Statement of the Problem of Loss of Stability due to Inverse Thermoelastic Phase Transition in a Shape Memory Alloy]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk, Mekhanika tverdogo tela, 2017, Vol.52, No.5, Pp.501-510.
22. Dumanskii S.A., Movchan A.A. *Poterya ustojchivosti sterzhnya iz splava s pamyat'yu formy, vyzvannaya obratnym martensitnym prevrashheniem [Loss of Stability of a Rod from a Shape-Memory Alloy Caused by Reverse Martensitic Transformation]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk, Mekhanika tverdogo tela, 2019, Vol.54, No.6, Pp.929-940.
23. Mashikhin A.E., Movchan A.A. *Kraevye zadachi termomekhaniki dlya tsilindra i sfery iz splava s pamyat'yu formy [Thermomechanical Boundary Problems for a Cylinder and Sphere Made of Shape Memory Alloy]*. Vestnik PNIPU. Mekhanika, 2017, No.3, Pp.113-128.
24. Mashikhin A.E., Movchan A.A. *Zadacha o pryamom martensitnom prevrashhenii v tolstostennom tsilindre iz splava s pamyat'yu formy [Problem of Direct Martensite Transformation in a Thick-Walled Cylinder Made of Shape Memory Alloy]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk, Mekhanika tverdogo tela, 2016, Vol.51, No.3, Pp.321-333.
25. Drahos P., Kutis V., Lenicky R. *SMA actuator with active clamp*. Procedia Engineering, 2012, Vol.48, Pp.90-95.
26. Merzouki T., Duval A., Zineb T. *Finite element analysis of a shape memory alloy actuator for a micropump*. Simulation Modeling Practice and Theory, 2012, Vol.27, Pp.112-126.
27. Boyd J.G., Lagoudas D.C. *Thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy*. Intern. J. of Plasticity, 1996, Vol.12(6), Pp.805-842.
28. Chemisky Y., Duval A., Patoor E., Ben-Zineb T. *Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation*. Mechanics of Materials, 2011, Vol.43(7), Pp.361-376.
29. Duval A., Haboussi M., Ben-Zineb T., *Modelling of localization and propagation of phase transformation in superelastic sma by a gradient nonlocal approach*. Intern. J. of Solids and Structures, 2011, Vol.48(13), Pp.1879-1893.
30. Saganov E.B., Sharunov. A.V. *Reshenie zadachi o sfere iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhejsya pod dejstviem postoyannogo davleniya, s uchetom raznosoprotivlyaemosti materiala [Solution of problem on sphere of alloy with memory of shape under action of constant pressure, taking into account divergence of material]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2020, Vol.26, No.1, Pp.108-121.
31. Saganov E.B. *Chislennoe modelirovanie yavleniya martensitnoj neuprugosti v splavakh s pamyat'yu formy s uchetom ikh raznosoprotivlyaemosti [Numerical modeling of the phenomena of martensite inelasticity in shape memory alloys with account of their tension-compression asymetry]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2019, Vol.25, No.2, Pp.281-294.
32. Saganov E.B. *Reshenie zadachi o tolstostennom tsilindre iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod davleniem, s uchetom raznosoprotivlyaemosti [Solution of the problem of a thick – walled cylinder under pressure from shape*

- memory taking into account of tension – compression asymmetry]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2019, Vol.25, No.4, Pp.563-573.*
33. Movchan A.A. *Model for the Effect of the Phase Mechanism of Deformation on the Structural Mechanism in Shape Memory Alloys.* Russian Metallurgy (Metally), 2020, Vol.2020, No.4, Pp.282-290.
  34. Movchan A.A. *Phenomenological Model of Changes in Phase-Structural Deformations in Shape Memory Alloys.* Mechanics of Solids, 2020, Vol.55, No.4, Pp.573-583.
  35. Movchan A.A. *Joint Model for the Phase-Structural Deformation of Shape Memory Alloys.* Russian Metallurgy (Metally), 2021, Vol.2021, No.4, Pp.333-340.
  36. Movchan A.A. *Shape memory alloys inelastic straining model.* Russian Metallurgy (Metally), 2021. Vol.2021. No.10. Pp.1203-1212.
  37. Aerofit, Inc APT Laboratory, [электронный ресурс], 1968-2004.URL: [www.aerofit.com](http://www.aerofit.com) (Дата обращения: 06.02.2022).

*Поступила в редакцию 20 июля 2022 года.*

---

Сведения об авторе:

Шарунов Алексей Валерьевич – асп., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: [aleksej-sharunov@yandex.ru](mailto:aleksej-sharunov@yandex.ru)