

УДК 539.4

EDN UMPYIU (<https://elibrary.ru/umpyiu>)

## ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССА РАЗДАЧИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО ЭФФЕКТ НАКОПЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ ПРЯМОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИИ\*

Саганов Е.Б.<sup>1,2</sup>, Шарунов. А.В.<sup>2</sup><sup>1</sup>ФГБУН Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия<sup>2</sup>ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный  
исследовательский университет)», г. Москва, Россия

### АННОТАЦИЯ

Работа посвящена численному моделированию процесса раздачи толстостенной цилиндрической оболочки-муфты постоянным внутренним давлением. Деформирование оболочки происходит за счет явления накопления деформаций прямого мартенситного превращения. Численное моделирование раздачи выполнено с учетом разносопротивляемости сплавов с памятью формы (СПФ). Под разносопротивляемостью понимается зависимость напряженно-деформированного состояния (НДС) этих сплавов от вида напряженного состояния. В качестве параметра вида напряженного состояния используется параметр, связанный с третьим инвариантом девиатора напряжений.

Численное моделирование раздачи оболочки выполнено в рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях. Данная модель поведения СПФ интегрирована в конечно-элементный комплекс Simulia Abaqus посредством процедуры создания пользовательского материала и явного определения касательной матрицы жесткости. Процесс деформирования оболочки рассматривается в однократно связанной термомеханической постановке, с учетом влияния действующего напряжения на величины температур фазового перехода. Проблема раздачи решается в плоско-напряженной и плоско-деформированной постановках. Рассмотрение задачи ведется в трехмерной по пространству постановке.

В ходе работы произведен анализ напряженно-деформированного состояния толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ, находящейся под действием внутреннего давления и претерпевающей охлаждение через интервал температур прямого мартенситного превращения. Получены эпюры радиальных и кольцевых напряжений по сечению оболочки, определена фактическая радиальная раздача оболочки. Приведены зависимости интенсивности напряжений от величины параметра фазового состава. Установлено, что в процессе охлаждения параметр вида напряженного состояния меняется по сечению немонотонно и в процессе охлаждения оболочки становится знакопеременным.

**Ключевые слова:** сплавы с памятью формы; прямое мартенситное превращение; разносопротивляемость; метод конечных элементов; толстостенная цилиндрическая оболочка, муфта

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект №20-01-00240.

# NUMERICAL ANALYSIS OF THE PROCESS OF EXPANSION OF A CYLINDRICAL COUPLING FROM SHAPE MEMORY ALLOY USING THE EFFECT OF ACCUMULATION OF DIRECT TRANSFORMATION DEFORMATIONS TAKING INTO ACCOUNT THE INFLUENCE OF THE TYPE OF STRESS STATE

Saganov E.B.<sup>1,2</sup>, Sharunov A.V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*Moscow aviation institute (national research university), Moscow, Russia*

## ABSTRACT

The work is devoted to numerical modeling of the process of expansion of a thick-walled cylindrical shell-coupling by a constant internal pressure. The deformation of the shell occurs due to the phenomenon of accumulation of deformations of the direct martensitic transformation. Numerical modeling of the expansion was performed taking into account tension-compression asymmetry of shape memory alloys (SMA). Under tension-compression asymmetry is meant the dependence of the stress-strain state of these alloys on the type of stress state. The parameter associated with the third invariant of the stress deviator is used as the parameter of the stress state type.

Numerical simulation of the expansion of the shell is performed within the framework of the model of nonlinear deformation of the SMA during phase and structural transformations. This model of the behavior of the SMA is integrated into the finite element complex Simulia Abaqus through the procedure for creating a user material and explicitly defining the tangent stiffness matrix.

The process of deformation shell is considered in a singly coupled thermomechanical setting, taking into account the influence of the acting stress on the values of the phase transition temperatures. The problem is solved in plane-stressed and plane-strain formulations. The problem is considered in a three-dimensional formulation in space.

In the work an analysis of the stress-strain state of a thick-walled cylindrical shell made from SMA, which is under the action of internal pressure and undergoes cooling through the temperature of direct martensitic transformation was made.

Diagrams of radial and hoop stresses along the shell section are obtained, the actual radial expansion of the shell is determined. The dependences of the stress intensity on the value of the phase composition parameter are given. It has been established that during the cooling process, the parameter of the stress state type changes nonmonotonically over the cross section and becomes sign-alternating during the cooling of the shell.

**Keywords:** shape memory alloys; direct martensite transformation; tension-compression asymmetry; finite element method; thick-walled cylindrical shell; coupling

## ВВЕДЕНИЕ

Применение СПФ [1] в качестве материала соединительных муфт [2,3] диктует необходимость получения достоверных результатов анализа НДС подобных соединений. Важным вопросом при проектировании муфт из СПФ является способ ее предварительной радиальной раздачи. В данной работе рассматривается процесс раздачи цилиндрической оболочки при помощи явления накопления деформаций прямого мартенситного превращения. Подобная постановка задачи требует проведения связанного термомеханического анализа НДС толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ, находящейся

под действием постоянного внутреннего давления и претерпевающей охлаждения через интервал температур прямого мартенситного превращения.

Проведение подобных расчетов аналитическими методами затруднено ввиду неоднородности распределения НДС по сечению оболочки, необходимости учета разнсопротивляемости СПФ [4], а также влияния действующих напряжений на температуры фазовых переходов [5].

Решением отмеченных проблем может быть применение при анализе термомеханического поведения СПФ метода конечных элементов. Известны работы [6-13], в которых проведен анализ НДС различных конструкций из СПФ. Однако в каждой из них не учитывается влияние вида напряженного состояния на само НДС.

В рамках данной работы при анализе НДС цилиндрической оболочки используется модель нелинейного поведения СПФ при фазовых и структурных превращениях [14-17], интегрированная в конечно-элементный комплекс Simulia Abaqus. Интеграция и верификация данной модели выполнена в работе [18]. Использование данной модели позволяет учесть разнсопротивляемость этих сплавов, а также проводить связанный неизотермический анализ НДС конструкций из СПФ.

В ходе данной работы выполнено численное решение проблемы раздачи толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ, находящейся под действием постоянного внутреннего давления и претерпевающей охлаждения через интервал температур прямого мартенситного превращения. Решение задачи строится в трехмерной по пространству постановке с учетом симметрии. Рассмотрены случаи плоско-напряженного и плоско-деформированного состояния оболочки.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрение проблемы раздачи толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ ведется в цилиндрической системе координат  $r - \theta - z$ . Внешний радиус оболочки равен  $b = 10$  мм, внутренний –  $a = 5$  мм. Задача рассматривается в трехмерной по пространству постановке с учетом влияния действующих напряжений на характерные температуры фазовых переходов.

В рамках задачи рассматривается следующий термомеханический процесс, который можно разделить на два этапа:

1. К оболочке из СПФ, находящейся в аустенитном фазовом состоянии, прикладывается внутреннее давление, и происходит упругое деформирование. Значение достигнутого давления фиксируется.

2. Далее выполняется охлаждение оболочки через интервал температур прямого мартенситного превращения. В результате данного термомеханического процесса происходит накопление неупругих фазовых деформаций, а также изменение упругих за счет переменности модуля Юнга при переходе от аустенитной фазы к мартенситной.

На рис.1 приведена конечно-элементная модель (КЭМ). В рамках КЭМ рассматривается четверть цилиндрической оболочки с учетом симметрии задачи. В качестве статических граничных условий выступает величина внутреннего давления.

В процессе моделирования использовались кинематические граничные условия, учитывающие осевую симметрию тела:

1. Запрет перемещений в окружном направлении по плоским граням параллельным оси муфты в случае рассмотрения задачи в плоско-напряженной постановке (ПНС).

2. Запрет перемещений в окружном направлении по плоским граням, параллельным оси муфты, и в осевом направлении по торцам муфты в случае плоско-деформированного состояния (ПДС).

На рис.1 цифрами отмечены точки замера, перемещений, напряжений, деформаций и внутренних переменных состояния. Точка 1 соответствует внешнему радиусу, 2 – середине сечения, 3 – внутреннему радиусу оболочки.

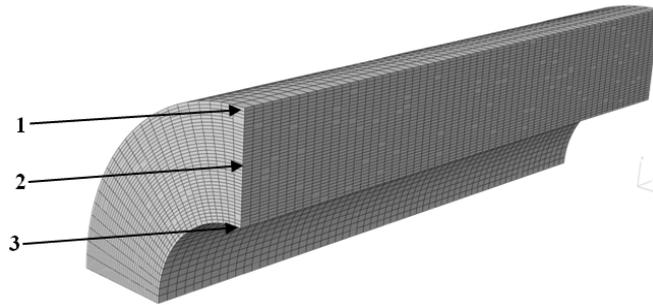


Рис.1. КЭМ цилиндрической оболочки.

Модель материала, применяемая при расчете НДС оболочки, приведена в [14-17]. Ее интеграция в конечно-элементный комплекс Simulia Abaqus выполнена в [18]. В рамках модели пользовательского материала предполагается аддитивное представление приращений полных деформаций, в случае их малости. Возможность протекания структурного перехода не рассматривается. Связь между компонентами приращений тензора напряжений и деформаций устанавливается следующим соотношением [19,20]

$$d\sigma_{ij} = \left[ 2G(q)d\varepsilon'_{ij} + \frac{K(q)\delta_{ij}d\varepsilon_{kk}}{3} \right] - [2G(q)A_{ij}^+ + 3K(q)B\delta_{ij}]dq.$$

Здесь  $d\varepsilon'_{ij}$  – приращение девиатора деформаций,  $\delta_{ij}$  – дельта Кронекера,  $d\varepsilon_{kk}$  – утроенный первый инвариант приращения тензора деформаций,  $G(q)$ ,  $K(q)$  – модуль сдвига и утроенный объемный модуль, зависящие от объемной доли мартенситной фазы по формулам

$$\frac{1}{G(q)} = \frac{q}{G_M} + \frac{1-q}{G_A}, \quad \frac{1}{K(q)} = \frac{q}{K_M} + \frac{1-q}{K_A},$$

где  $G_A, G_M, K_A, K_M$  – модуль сдвига и утроенный объемный модуль аустенитной и мартенситной фазы соответственно.

Приращение параметра фазового состава  $dq$  определяется, как приведено ниже [19]

$$dq = M \left[ \frac{\sigma_i dt^+ + 3G(q) f_1 \sigma'_{ij} d\varepsilon'_{ij}}{\sigma_i + 3G(q) M f_3} \right], \quad M = \pi \sqrt{q(1-q)}.$$

Здесь  $\sigma'_{ij}$ ,  $\sigma_i$  – девиатор и интенсивность напряжений,

$$f_1 = \frac{\rho_D (\varphi_1 + \sigma_i \varphi_1') + \Delta G \sigma_i / (3G_A G_M)}{\Delta S (M_s^0 - M_f^0)}, \quad f_3 = \frac{\Delta G \sigma_i^2}{3G_A G_M} + \rho_D \sigma_i \varphi_1,$$

$f_5 = f_1 f_3$ ,  $\Delta G = G_A - G_M$ ,  $\rho_D$  – верхняя граница интенсивности фазовых деформаций,  $\Delta S$  – скачок объемной плотности энтропии при переходе от мартенситной фазы к аустенитной,  $\varphi_1$  – материальная функция, определяющая форму диаграммы прямого превращения

$$A_{ij}^+ = \sigma'_{ij} \left( \frac{\Delta G}{2G_A G_M} + \frac{3}{2} \frac{\rho_D \varphi_1}{\sigma_i} \right), \quad B = \frac{\Delta K \sigma_{kk}}{3K_A K_M}, \quad \varphi_1 = 1 - \exp(-\sigma_i / \sigma_0),$$

$$\Delta K = K_A - K_M.$$

В работе предполагается линейная зависимость констант СПФ  $\alpha$ ,  $\sigma_0$ ,  $\rho_D$  от параметра вида напряженного состояния  $\mu_\sigma$ . В качестве параметра вида напряженного состояния используется следующее соотношение [21]

$$\mu_\sigma = \frac{27}{2} \frac{J_3}{\sigma_i^3}.$$

Здесь  $J_3$  – третий инвариант девиатора напряжений.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При численном моделировании использованы следующие значения материальных констант: модуль Юнга аустенитной фазы  $E_A = 84000$  МПа, мартенситной –  $E_M = 28000$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu_A = \nu_M = 0.3$ ,  $\Delta S = 320250$  Па/К,  $M_s^0 = 313$  К,  $M_f^0 = 293$  К. Для случая  $\mu_\sigma = 1$  (одноосное растяжения):  $\rho_D^t = 0.1047$ ,  $\sigma_0^t = 322.6$  МПа, для случая  $\mu_\sigma = -1$  (одноосное сжатия):  $\rho_D^c = 0.07419$ ,  $\sigma_0^c = 185.7$  МПа [4]. Раздача толстостенной цилиндрической оболочки происходит внутренним давлением  $p = 50$  МПа. Считается, что охлаждение оболочки происходит медленно, при этом температура однородно распределена по сечению муфты и снижается с 330 до 293 К.

На рис.2а,б представлены зависимости радиальных деформаций  $\varepsilon_r$  от текущей температуры оболочки  $T$ . Сплошная линия соответствует замеру в точке 3 (внутренний радиус), пунктирная в точке 1 (внешний радиус).

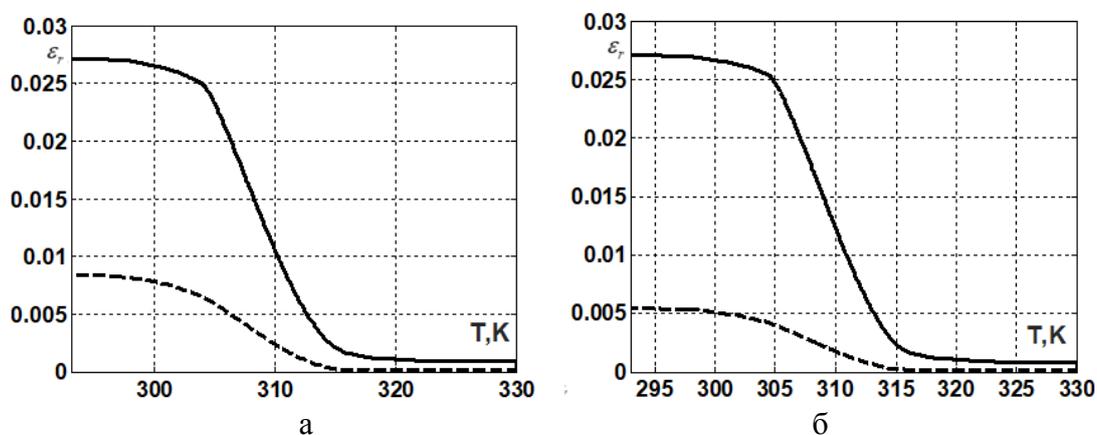


Рис.2. а) зависимость  $T - \varepsilon_r$  ПДС; б) зависимость  $T - \varepsilon_r$  ПНС.

На основании рис.2а,б можно заключить, что накопленная в процессе охлаждения радиальная деформация в точке 1 больше для случая ПНС. Для точки 3, напротив, для случая ПДС.

На рис.3а,б приведены эпюры радиальных напряжений  $\sigma_r$ . Здесь  $\xi = r/b$  – безразмерный радиус оболочки. Сплошная линия соответствует упругому решению задачи (материал оболочки находится в аустенитном фазовом состоянии), штриховая – моменту, когда фронт фазового перехода достиг внешней цилиндрической поверхности оболочки, пунктирная – этапу охлаждения, когда все сечение оболочки перешло в мартенситную фазу и прямое превращение завершено, точки – аналитическому решению упругой задачи.

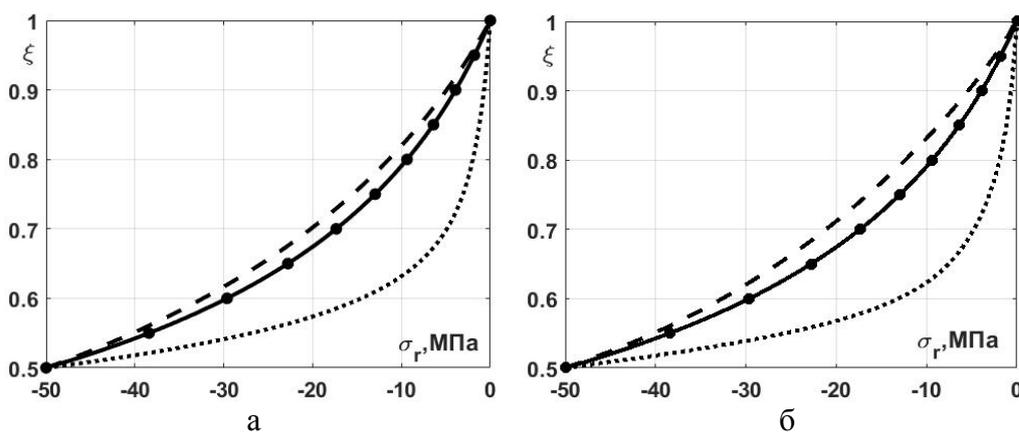


Рис.3. а) эпюра  $\sigma_r - \xi$  ПДС; б) эпюра  $\sigma_r - \xi$  ПНС.

Как видно из приведенных рисунков, распределение  $\sigma_r$  по сечению оболочки является нелинейным. Упругое решение, полученное численным моделированием, хорошо согласуется с аналогичным решением, полученным аналитическим путем. На момент, когда в каждой точке материала оболочки проходит фазовый переход, наблюдается рост  $|\sigma_r|$  в каждой точке сечения оболочки по сравнению с упругим решением, как для случая ПНС, так и для случая ПДС. При окончании фазового перехода отмечается обратная тенденция, падение  $|\sigma_r|$  в каждой точке сечения оболочки.

На рис.4а,б представлены эпюры кольцевых напряжений  $\sigma_\theta$ . Порядок расположения и обозначения кривых соответствует рис.3.а,б.

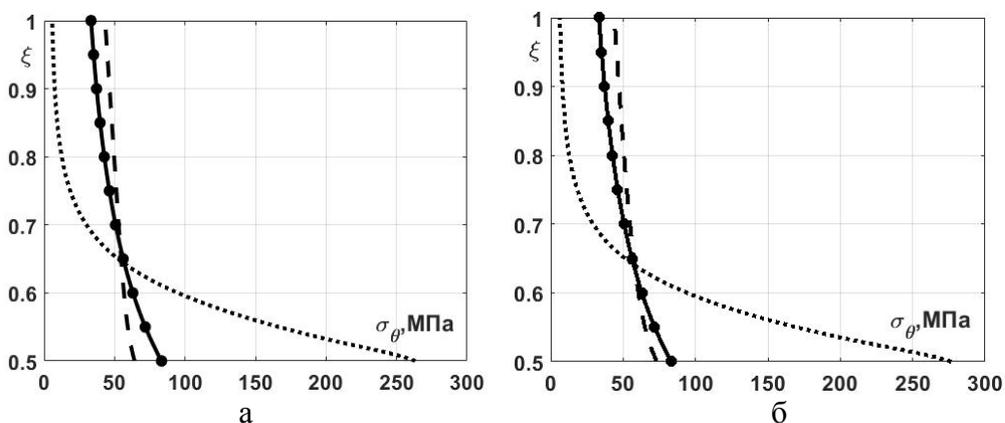


Рис.4. а) эпюра  $\sigma_\theta - \xi$  ПДС; б) эпюра  $\sigma_\theta - \xi$  ПНС.

Распределение  $\sigma_\theta$  по сечению оболочки, как для ПНС, так и для ПДС, является нелинейным и меняется немонотонно в процессе прямого мартенситного фазового превращения. Когда все сечение оболочки испытывает фазовый переход, наблюдается рост  $\sigma_\theta$  в части сечения, примыкающей к внешней цилиндрической поверхности оболочки, и падение  $\sigma_\theta$  в части сечения, примыкающей к внутренней поверхности, а на момент окончания прямого превращения данная тенденция становится обратной, т.е. вблизи внешней поверхности сечения наблюдается падение  $\sigma_\theta$ , а вблизи внутренней – резкий рост.

На рис.5а,б представлена зависимость интенсивности напряжений  $\sigma_i$  от величины объемной доли мартенситной фазы  $q$  для случаев ПНС и ПДС. Сплошная линия соответствует реперной точке 3, штриховая – точке 2, пунктирная – точке 1. Необходимо отметить, что точки  $q=0$  соответствуют полностью упругому решению в аустенитном состоянии только для сплошной линии. Для штриховой и пунктирной линий эти точки соответствуют моментам, когда фронт начала прямого превращения доходит до этих точек, а в точках, соответствующих меньшим значениям радиуса, фазовый переход начался ранее и уже частично произошел.

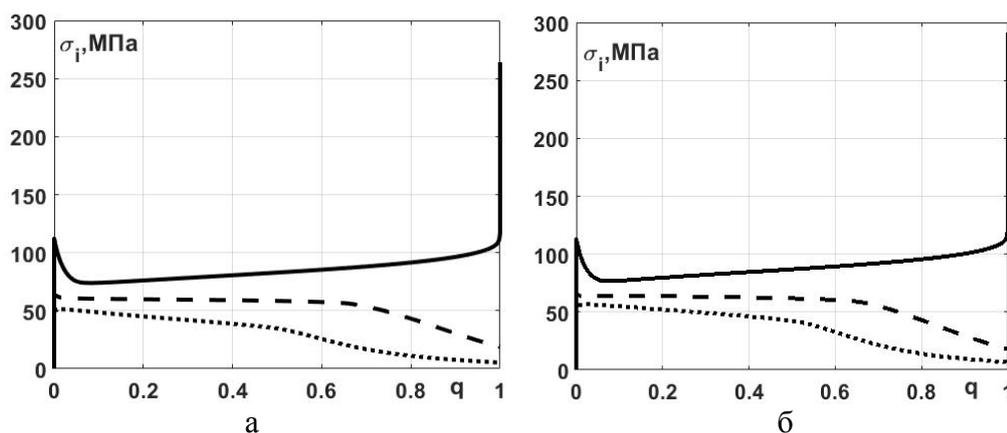


Рис.5. а) зависимость  $\sigma_i - q$  ПДС. б) зависимость  $\sigma_i - q$  ПНС.

Как видно из приведенных рис.5а,б,  $\sigma_i$  в реперных точках сечения толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ изменяется немонотонно в процессе охлаждения. В точке 3 наблюдается резкий рост  $\sigma_i$  после окончания прямого фазового превращения. На основании этого можно заключить, что при решении краевых задач о прямом превращении в муфте из СПФ, необходимо учитывать возможность протекания структурного перехода. Кроме того, нельзя применять положение об активных процессах пропорционального нагружения и использовать конечные соотношения, связывающие величины  $\sigma_i$ ,  $\varepsilon_i$ ,  $q$ .

На рис.6а,б представлено распределение параметра вида напряженного состояния  $\mu_\sigma$  по сечению оболочки для различных состояний рассматриваемого процесса. Точки соответствуют упругому решению задачи, полученному аналитическим путем, кривая 1 – упругому численному решению задачи (материал муфты находится в аустенитном фазовом состоянии), 2 – этапу

охлаждения при  $T = 322$  К, 3 –  $T = 316$  К, 4 –  $T = 308$  К, 5 –  $T = 300$  К, 6 – этапу завершения прямого превращения  $T = 293$  К.

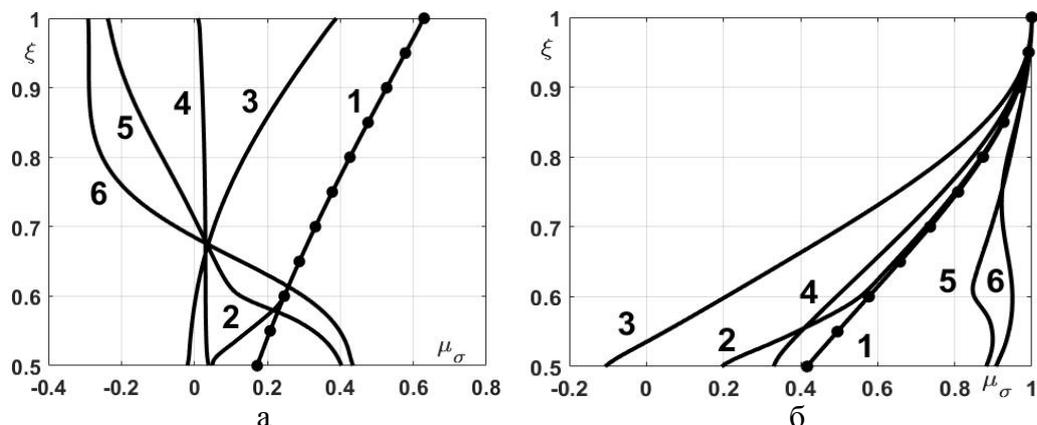


Рис.6. а) Зависимость  $\mu_\sigma - \xi$  ПДС; б) Зависимость  $\mu_\sigma - \xi$  ПНС.

Как видно из приведенных рисунков, распределение  $\mu_\sigma$  по сечению оболочки является нелинейным и немонотонно меняется в процессе прямого мартенситного фазового превращения, как для случая ПНС, так и ПДС. Кроме этого, распределение  $\mu_\sigma$  по сечению оболочки в процессе охлаждения становится знакопеременным.

На рис.7а,б представлены распределения параметра фазового состава по сечению оболочки для различных этапов процесса прямого термоупругого фазового превращения. Кривая 1 соответствует упругому решению задачи  $T = 330$  К, 2 – этапу охлаждения  $T = 324$  К, 3 –  $T = 318$  К, 4 –  $T = 312$  К, 5 –  $T = 306$  К, 6 –  $T = 300$  К, 7 –  $T = 297$  К, 8 – этапу завершения прямого превращения  $T = 293$  К.

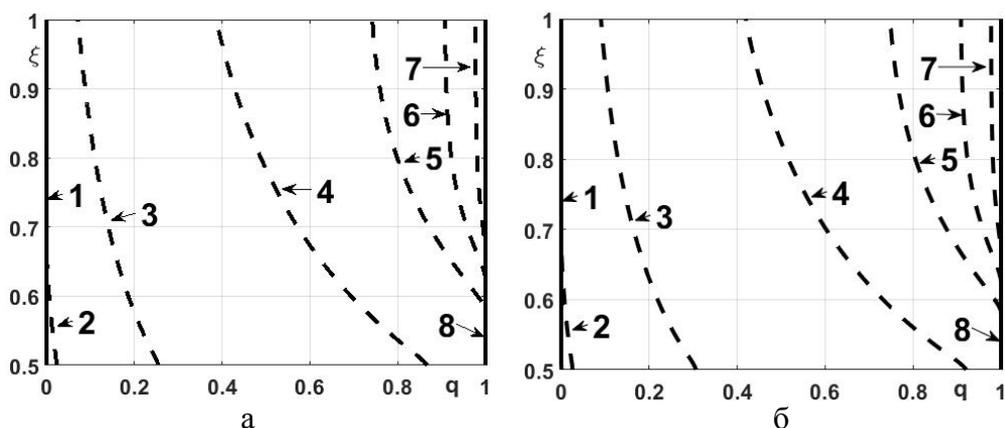


Рис.7. а) зависимость  $q - \xi$  ПДС; б) зависимость  $q - \xi$  ПНС.

Из рис.7а,б видно, что в процессе прямого превращения распределение параметра фазового состава по сечению оболочки как для ПНС, так и для ПДС, является нелинейным. Отметим, что когда параметр фазового состава  $q$  на внутренней поверхности оболочки уже равен 1, и фазовый переход там завершен, в остальной части сечения продолжает протекать прямое мартенситное

превращение. Это положение объясняет резкий рост  $\sigma_i$  на внутреннем радиусе оболочки, наблюдаемый на рис.5а,б.

## ВЫВОДЫ

В рамках работы выполнено численное моделирование раздачи толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ путем накопления неупругих деформаций в процессе прямого термоупругого фазового превращения под действием постоянного внутреннего давления. Решение задачи получено с учетом разносопротивляемости этих сплавов растяжению-сжатию в плоско-напряженной и плоско-деформированной постановках. В ходе работы установлено, что в процессе охлаждения оболочки из СПФ радиальные и кольцевые напряжения, а также параметр вида напряженного состояния перераспределяются, что влечет за собой немонотонное изменение интенсивности напряжений. На основании этого делается вывод о невозможности применения при решении краевых задач о прямом превращении в муфте из СПФ, находящейся под действием постоянного давления, положения об активных процессах пропорционального нагружения. Кроме этого, при решении отмеченного выше класса задач необходимо учитывать возможность протекания структурного перехода.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. *Эффект памяти формы*. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1987. – 216 с.
2. Kargan M., Melton K. *Shape memory alloy tube and pipe couplings* / Proc. of Engineering Aspects of Shape Memory Alloys. – London, 1990. – Pp.137-148.
3. Tabesh M., Atli K., Rohmer J., Franco B., Karaman I., Boyd J., Lagoudas D. *Design of shape memory alloy pipe couplers: modeling and experiments* / Proc. of SPIE 8343, Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies. – San Diego, 2012. – 18.
4. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях* // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – №12. – С.2-11.
5. Wu D., Sun G., Wu J. *The nonlinear relationship between transformation strain and applied stress for nitinol* // Materials Letters. – 2003. – Vol.57. – №7. – Pp.1334-1338.
6. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions* // IFAC. – 2018. – Vol.51. – No.2. – Pp.873-878.
7. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Abnormal buckling of thin-walled bodies with shape memory effects under thermally induced phase transitions* / In: Recent Developments in the Theory of Shells. Advanced Structured Materials. – Berlin: Springer, 2019. – Vol.110. – Pp.227-250.
8. Ruiz-Pinilla J., Montoya-Coronado L., Ribas C., Cladera A. *Finite element modeling of RC beams externally strengthened with iron-based shape memory alloy (Fe-SMA) strips, including analytical stress-strain curves for Fe-SMA* // Engineering Structures. – 2020. – Vol.223. – No.15. – 12.

9. Saleeb A., Natsheh S., Owusu-Danquah J. *Efficiency of finite element analyses of 55NiTi SMA actuators: Solid versus beam and shell modeling* // Finite Elements in Analysis and Design. – 2017. – Vol.136. – Pp.58-69.
10. Porenta L., Lavrencic M., Dujc J., Brojan M., Tusek J. *Modeling large deformations of thin-walled SMA Structures by shell finite elements* // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2021. – Vol.101. – 29.
11. Zhou B., Kang Z., Wang Z., Xue S. *Finite element method on shape memory alloy structure and its applications* // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2019. – Vol.32. – 11.
12. Ho H., Choi E., Park S. *Investigating stress distribution of crimped SMA fibers during pullout behavior using experimental testing and a finite element model* // Composite Structures. – 2021. – Vol.272. – 114254.
13. Xolin P., Collard C., Engels-Deutsch M., Zineb T. *Finite element and experimental structural analysis of endodontic rotary file made of Cu-based single crystal SMA considering a micromechanical behavior model* // Intern. J. of Solids Structures. – 2021. – Vol.221. – Pp.180-196.
14. Мовчан А.А. *Модель влияния фазового механизма деформирования на структурный в сплавах с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2019. – №7. – С.14-23.
15. Мовчан А.А. *Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы* // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2020. – №4. – С.140-151.
16. Мовчан А.А. *Объединенная модель фазово-структурного деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2020. – №11. – С.2-10.
17. Мовчан А.А. *Модель неупругого деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2021. – №3. – С.8-17.
18. Саганов Е.Б. *Численное моделирование прямого мартенситного превращения в сплавах с памятью формы с учетом их разнотемпературности* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т.27. – №4. – С.511-522.
19. Мовчан А.А. *Определяющие соотношения модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы, разрешенные относительно приращений напряжений* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т.27. – №3. – С.343-359.
20. Movchan A.A. *Method of Analytical Inverting of Nonlinear Constitutive Relations of the Combined Model of Phase and Structural Deformation of Shape Memory Alloys* // AIP Conference Proceeding. – AIPCP22-AR-ICCMSE2021-00081.
21. LExcellent Ch., Boubakar M., Bouvet Ch., Calloch S. *About modeling the shape memory alloy behavior based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions* // Intern. J. of Solids and Structures. – 2006. – Vol.43. – Pp.613-626.

## REFERENCES

1. Likhachev V.A., Kuz'min S.L., Kamentseva Z.P. *Ehffekt pamyati formy [Shape memory effect]*. Leningrad, Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta, 1987, 216 p.
2. Kapgan M., Melton K. *Shape memory alloy tube and pipe couplings*. Proc. of Engineering Aspects of Shape Memory Alloys, London, 1990, Pp.137-148.

3. Tabesh M., Atli K., Rohmer J., Franco B., Karaman I., Boyd J., Lagoudas D. *Design of shape memory alloy pipe couplers: modeling and experiments*. Proc. of SPIE 8343, Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies, San Diego, 2012, 18.
4. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Ehksperimental'naya identifikatsiya modeli nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy pri fazovykh i strukturnykh prevrashheniyakh [Experimental identification of the model of nonlinear deformation of shape memory alloys during phase and structural transformations]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2018, No.12, Pp.2-11.
5. Wu D., Sun G., Wu J. *The nonlinear relationship between transformation strain and applied stress for nitinol*. Materials Letters, 2003, Vol.57, No.7, Pp.1334-1338.
6. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions*. IFAC, 2018, Vol.51, No.2, Pp.873-878.
7. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Abnormal buckling of thin-walled bodies with shape memory effects under thermally induced phase transitions*. In: Recent Developments in the Theory of Shells. Advanced Structured Materials, Berlin, Springer, 2019, Vol.110, Pp.227-250.
8. Ruiz-Pinilla J., Montoya-Coronado L., Ribas C., Cladera A. *Finite element modeling of RC beams externally strengthened with iron-based shape memory alloy (Fe-SMA) strips, including analytical stress-strain curves for Fe-SMA*. Engineering Structures, 2020, Vol.223, No.15, 12.
9. Saleeb A., Natsheh S., Owusu-Danquah J. *Efficiency of finite element analyses of 55NiTi SMA actuators: Solid versus beam and shell modeling*. Finite Elements in Analysis and Design, 2017, Vol.136, Pp.58-69.
10. Porenta L., Lavrencic M., Dujc J., Brojan M., Tusek J. *Modeling large deformations of thin-walled SMA Structures by shell finite elements*. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2021, Vol.101, 29.
11. Zhou B., Kang Z., Wang Z., Xue S. *Finite element method on shape memory alloy structure and its applications*. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, Vol.32, 11.
12. Ho H., Choi E., Park S. *Investigating stress distribution of crimped SMA fibers during pullout behavior using experimental testing and a finite element model*. Composite Structures, 2021, Vol.272, 114254.
13. Xolin P., Collard C., Engels-Deutsch M., Zineb T. *Finite element and experimental structural analysis of endodontic rotary file made of Cu-based single crystal SMA considering a micromechanical behavior model*. Intern. J. of Solids Structures, 2021, Vol.221, Pp.180-196.
14. Movchan A.A. *Model for the Effect of the Phase Mechanism of Deformation on the Structural Mechanism in Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2020, No.4, Pp.282-290.
15. Movchan A.A. *Phenomenological Model of Changes in Phase-Structural Deformations in Shape Memory Alloys*. Mechanics of Solids, 2020, Vol.55, No.4, Pp.573-583.
16. Movchan A.A. *Joint Model for the Phase-Structural Deformation of Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2021, No.4, Pp.333-340.
17. Movchan A.A. *Shape memory alloys inelastic straining model*. Russian Metallurgy (Metally), 2021, No.10, Pp.1203-1212.

18. Saganov E.B. *Chislennoe modelirovanie pryamogo martensitnogo prevrashheniya v splavakh s pamyat'yu formy s uchetom ikh raznosoprotilyaemosti [Numerical simulation of direct martensite transformation in shape memory alloys with tension-compression assymetry]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2021, Vol.27, No.4, Pp.511-522.
19. Movchan A.A. *Opredelyayushhie sootnosheniya modeli nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy, razreshennye otnositel'no prirashhenij napryazhenij [Determining relations of the model of nonlinear deformation of alloys with shape memory, resolved with respect to stress increments]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2021, Vol.27, No.3, Pp.343-359.
20. Movchan A.A. *Method of Analytical Inverting of Nonlinear Constitutive Relations of the Combined Model of Phase and Structural Deformation of Shape Memory Alloys*. AIP Conf. Proceeding, AIPCP22-AR-ICCMSE2021-00081.
21. LExcellent Ch., Boubakar M., Bouvet Ch., Calloch S. *About modeling the shape memory alloy behavior based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions*. Intern. J. of Solids and Structures, 2006, Vol.43, Pp.613-626.

Поступила в редакцию 5 августа 2022 года.

---

Сведения об авторах:

Саганов Евгений Борисович – к.т.н., н.с., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия, e-mail: [saganoff@yandex.ru](mailto:saganoff@yandex.ru)  
Шарунов Алексей Валерьевич – асп., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия, e-mail: [aleksej-sharunov@yandex.ru](mailto:aleksej-sharunov@yandex.ru)