

УДК 539.3
EDN LVXINL (<https://elibrary.ru/lvxinl>)



КОЛЕБАНИЕ БАЛКИ, СОСТОЯЩЕЙ ИЗ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТА С ВЯЗКОУПРУГИМ ПОКРЫТИЕМ*

Кривень Г.И., Шавелкин Д.С.

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

В работе рассматриваются поперечные колебания шарнирно опертой в общем случае слоистой композитной полосы. Предполагается, что слои полосы выполнены из волокнистого материала с различной ориентацией волокон в различных слоях системы, а волокна имеют тонкое вязкоупругое покрытие, свойства которого отличаются от свойств матрицы, обеспечивающей монолитность. Слои балки считаются трансверсально изотропными.

Вязкоупругое покрытие может обеспечивать высокие диссипативные свойства материала композитной слоистой полосы. Исследуются собственные частоты и коэффициенты потерь в зависимости от толщины вязкоупругого покрытия. Для оценки диссипативных свойств используется техника комплексных модулей упругости. Эффективные свойства слоев, содержащих волокна с вязкоупругим слоем, определяются с использованием метода трех фаз с использованием самосогласованного метода Эшелби, позволяющего получить аналитические оценки модулей и эффективно использовать метод комплексных модулей упругости.

Показывается, что для уточненной оценки собственных частот и коэффициентов потерь при квазистационарных колебаниях следует использовать наиболее точную модель стержней, в противном случае погрешности в оценке искомых параметров являются недопустимо большими. Одной из целей работы является оценка влияния толщины вязкоупругого покрытия на коэффициенты потерь и определение оптимальных значений покрытия, при которых коэффициенты потерь становятся значительными, но и эффективные жесткостные характеристики сохраняются высокими. В качестве примера рассматриваются стержни, выполненные из трех различных слоистых композитных: 1) стержень выполнен из слоев с продольной укладкой модифицированных волокон, 2) стержень выполнен из плоских слоев с волокнами, уложенными в ортогональном направлении по отношению к оси стержня, 3) слоистый материал стержня выполнен из системы двух слоев с укладкой волокон $\pm 45^\circ$.

Ключевые слова: композитная балка; демпфирующие свойства; колебание; коэффициент потерь

OSCILLATION OF A BEAM CONSISTING OF A FIBROUS COMPOSITE WITH A VISCOELASTIC COATING

Kriven G.I., Shavelkin D.S.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-3607.2022.1.1.

ABSTRACT

The paper considers transverse vibrations of a generally hinged laminated composite strip. It is assumed that the layers of the strip are made of fibrous material with different orientation of the fibers in different layers of the system, and the fibers have a thin viscoelastic coating, the properties of which differ from the properties of the matrix, which ensures solidity. The layers of the beam are assumed to be transversely isotropic.

The viscoelastic coating can provide high dissipative properties of the material of the composite layered strip. Eigenfrequencies and loss factors are studied depending on the thickness of the viscoelastic coating. To evaluate the dissipative properties, the technique of complex elastic moduli is used. The effective properties of layers containing fibers with a viscoelastic layer are determined using the three-phase method using the self-consistent Eshelby method, which makes it possible to obtain analytical estimates of the moduli and effectively use the method of complex elastic moduli.

It is shown that for a refined estimate of natural frequencies and loss factors for quasi-stationary vibrations, the most accurate rod model should be used, otherwise the errors in estimating the desired parameters are unacceptably large. One of the objectives of the work is to evaluate the influence of the thickness of the viscoelastic coating on the loss factors and to determine the optimal values of the coating at which the loss factors become significant, but the effective stiffness characteristics remain high. As an example, rods made of three different layered composite materials are considered: 1) the rod is made of layers with longitudinal stacking of modified fibers, 2) the rod is made of flat layers with fibers laid in an orthogonal direction with respect to the axis of the rod, 3) the layered material of the rod made of a system of two layers with fiber laying $\pm 45^\circ$.

Keywords: composite beam; damping properties; vibration; loss factor

ВВЕДЕНИЕ

Вязкоупругие материалы сочетают в себе одновременно свойства упругого твердого тела и вязкого материала, что способствуют проявлению повышенных демпфирующих свойств, характеризующихся, в частности, способностью материала к демпфированию колебаний. Как правило, вязкоупругая составляющая материалов имеет низкие механические свойства, что приводит к уменьшению частот, ослаблению собственных колебаний и понижению амплитуд при вынужденных колебаниях [1].

Для описания поведения вязкоупругих материалов при периодическом воздействии используется выражение $\sigma = E\varepsilon$, определяющее связь между напряжением σ , изменяющемуся по периодическому закону, и деформацией ε . $E = E' + E''i$ – комплексный модуль упругости, где E' – динамический модуль упругости, E'' – модуль потерь. Сдвиг фаз между напряжением и деформацией, иными словами, коэффициент потерь оценивается как $\eta = \text{Im}(E)/\text{Re}(E)$. Динамический модуль упругости является мерой энергии, получаемой и отдаваемой элементарным объемом данного тела за период колебаний. Модуль потерь является мерой части энергии упругих колебаний, которая превращается в тепло за один период колебаний и характеризует диссипацию энергии колебаний в вязкоупругом теле.

В работах [2-5] показано, что на микромеханическом уровне интенсивное демпфирование может быть достигнуто в композитах, армированных включениями с тонкими вязкоупругими покрытиями. В таких структурах

реализуется интенсивная диссипация энергии за счет высокого уровня сдвиговых деформаций, возникающих на границах включения/вязкоупругий слой/матрица.

В работе [5] было показано, что наличие ультратонких вязкоупругих покрытий в микроструктуре материала приводит к высоким значениям эффективного модуля потерь и одновременно к минимальному снижению эффективного модуля накопления. Аналитическое и численное моделирование позволяют найти оптимальную толщину покрытия, при которой возникает глобальный максимум эффективного модуля потерь.

В этой работе рассматривается задача о собственных колебаниях системы, позволяющая оценить демпфирующие свойства в зависимости от структуры материала композитного стержня, толщины вязкоупругого покрытия слоев. Используется две модели стержней – модель Эйлера-Бернулли и модель Тимошенко. Показывается, что, так как процесс диссипации в значительной степени определяется характером деформирования, то оценки потерь энергии при колебаниях стержней существенно зависят от выбора расчетных моделей.

1. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ И КОЭФФИЦИЕНТА ПОТЕРЬ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ БАЛКИ

Запишем уравнения движения стержня с учетом средних деформаций сдвига. Такую модель стержня (балки) принято условно называть моделью стержня Тимошенко. Для стержня с симметричным поперечным сечением имеем [6]

$$B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - B_\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - C_\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

$$D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - S \left(\theta + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - C_\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - D_\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

$$S \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - B_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где $B = Ebh$, $S = Gbh$ и $D = 1/12 Ebh^3$ – коэффициенты жесткости материала стержня и его цилиндрической жесткости, $B_\rho = bh\rho$ – мера инерции, соответствующая продольным колебаниям балочного элемента, $D_\rho = 1/12 \rho bh^3$ – мера инерции изгиба элемента, C_ρ – коэффициент инерции, учитывающий поперечное и вращательное движения балочного элемента, E – модуль упругости, G – модуль сдвига, b – ширина балки, h – толщина балки, ρ – плотность материала, u и θ – осевое смещение и угол поворота поперечного сечения балки, w – прогиб балки.

Из уравнений (2) и (3) можно получить уравнение для изгибных колебаний балки, записанное в только через прогиб

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \left(D_\rho + \frac{B_\rho D}{S} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{B_\rho D_\rho}{S} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + B_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

Рассмотрим изгибные гармонические колебания шарнирно опертой балки, тогда прогиб можно представить в виде

$$w(x, t) = W_m \sin \left(\frac{\pi m x}{l} \right) \sin(\omega_m t), \quad (5)$$

где m – определяет формы колебания, W_m – амплитуда, ω_m – частота m -ой формы колебания.

Подставив (5) в (4) получим уравнение для определения частоты колебаний балки по модели Тимошенко

$$\frac{B_\rho D_\rho}{S} \omega_m^4 - \left(B_\rho + \left(\frac{\pi m}{l} \right)^2 \left(D_\rho + \frac{DB_\rho}{S} \right) \right) \omega_m^2 + D \left(\frac{\pi m}{l} \right)^4 = 0, \quad (6)$$

Пренебрегая в (6) поперечной деформацией ($S \rightarrow \infty$) и инерцией вращения ($D_\rho = 0$) получаем результат, соответствующий классической теории Эйлера-Бернулли

$$\left(\omega_m^* \right)_{classic} = \left(\frac{\pi m}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{D}{B_\rho}}. \quad (7)$$

Собственная частота балки ω_m и коэффициент потерь η_m находятся по формулам [7,8]

$$\omega_m = \sqrt{\operatorname{Re} \left(\left(\omega_m^* \right)^2 \right)}, \quad (8)$$

$$\eta_m = \frac{\operatorname{Im} \left(\omega_m^2 \right)}{\operatorname{Re} \left(\omega_m^2 \right)}. \quad (9)$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ СЛОИСТОЙ БАЛКИ

Рассматривается слоистая композитная балка, слои которой армированы волокнами с вязкоупругими покрытиями, матрица считается упругой. Все компоненты выполнены из изотропных материалов. Для определения эффективных свойств балки используется метод трех фаз [9]. В случае укладки волокон в слое вдоль или поперек балки рассматривается представительный фрагмент, состоящий из трех фаз: 1) волокно, 2) межфазный слой, 3) матрица. Эффективные свойства такой структуры являются трансверсально-изотропными. Для определения всех свойства балки, необходимо найти эффективные продольный E_{eff33} и поперечный E_{eff11} модули упругости, коэффициенты Пуассона вдоль ν_{eff31} и поперек ν_{eff13} волокон, эффективный «объемный» модуль в плоскости, ортогональной волокнам, K_{eff12} , эффективный модуль поперечного μ_{eff12} и продольного μ_{eff23} сдвигов. Ниже приведены формулы для их нахождения

$$E_{eff33} = \frac{2}{\varepsilon_0 r_3^2} \sum_{i=1}^3 \int_{r_{i-1}}^{r_i} \sigma_{zz}^{(i)} r dr,$$

где $\sigma_{zz}^{(i)} = 2D_1^{(i)} C_{13}^{(i)} + C_{33}^{(i)} \varepsilon_0$ – поле напряжений в каждой из изотропных фаз радиусом r , $C_{13}^{(i)} = \frac{\nu^{(i)} E^{(i)}}{(1 + \nu^{(i)})(1 - 2\nu^{(i)})}$, $C_{33}^{(i)} = \frac{\nu^{(i)} E^{(i)}}{(1 + \nu^{(i)})(1 - 2\nu^{(i)})} + \frac{E^{(i)}}{(1 + \mu^{(i)})}$, $\nu^{(i)}$, $E^{(i)}$,

$\mu^{(i)}$ – коэффициент Пуассона, модуль упругости и модуль сдвига материала,

$\varepsilon_0 = 1$ – однородное поле деформации, нагружающее волокнистый композит, $D_1^{(i)}$ – константа, которая определяется из системы 6-ти уравнений, полученных из:

- условий непрерывности на границах идеального контакта фаз

$$u_r^{(i)}(r_i) = u_r^{(i+1)}(r_i), \quad \sigma_{rr}^{(i)}(r_i) = \sigma_{rr}^{(i+1)}(r_i), \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (10)$$

- условий несингулярности в центре волокна ($r = 0$)

$$D_2^{(1)} = 0, \quad (11)$$

- внешнего граничного условия на бесконечности ($r_{N+1} \rightarrow \infty$)

$$\sigma_{rr}^{N+1}(r_{N+1}) = 0, \quad (12)$$

- условия энергетической поверхности на контакте ($r = r_N$)

$$\int_S (\sigma_{zz}^{N+1} u_z^{eff} - \sigma_{zz}^{eff} u_z^{N+1})_{r=r_N} dS = 0, \quad (13)$$

где $\sigma_{zz}^{N+1}(r) = -4K_{12}^{N+1} \nu_{31}^{N+1} \nu_{31}^{N+1} \varepsilon_0 + 4K_{12}^{N+1} (\nu_{31}^{N+1})^2 \varepsilon_0 + E_{33}^{N+1} \varepsilon_0$, $u_z^{N+1}(z) = \varepsilon_0 z$,
 $\sigma_{zz}^{eff}(r) = -4K_{eff12} \nu_{eff31} \nu_{eff31} \varepsilon_0 + 4K_{eff12} (\nu_{eff31})^2 \varepsilon_0 + E_{eff33} \varepsilon_0$, $u_z^{eff}(z) = \varepsilon_0 z$, K_{eff12} – эффективный объемный модуль плоской деформации.

Свойства вязкоупругого включения задаются комплексным модулем $E_2 = a(1+i\chi)$ $\mu_2 = a(1+i\chi)$, где a, b, χ – вещественные параметры.

$$\nu_{eff31} = -\frac{1}{\varepsilon_0 r_3} (D_1^{(3)} r_3 + D_2^{(3)} r_3^{-1}),$$

где константы $D_1^{(3)}$, $D_2^{(3)}$ находятся из системы 6-ти уравнений, полученных из условий (10)-(13).

$$E_{eff11} = \frac{4\mu_{eff12} K_{eff12}}{K_{eff12} + \mu_{eff12} + 4(\nu_{eff31})^2 \mu_{eff12} K_{eff12} / E_{eff33}}, \quad (14)$$

где μ_{eff12} – эффективный модуль поперечного сдвига.

$$K_{eff12} = \frac{1}{2\varepsilon_0} (D_1^{(3)} (C_{11}^{(3)} + C_{12}^{(3)}) + D_2^{(3)} (-C_{11}^{(3)} + C_{12}^{(3)}) r^{-2}),$$

где константы $D_1^{(3)}$ и $D_2^{(3)}$ определяются из условий: несингулярности в центре волокна ($r = 0$) $D_2^{(1)} = 0$, непрерывности на границах идеального контакта фаз $u_r^{(i)}(r_i) = u_r^{(i+1)}(r_i)$, $\sigma_{rr}^{(i)}(r_i) = \sigma_{rr}^{(i+1)}(r_i)$, ($i = 1, 2, \dots, N$), внешнего граничного условия на бесконечности ($r_{N+1} \rightarrow \infty$) $u_r^{N+1}(r_{N+1}) = \varepsilon_0 r_{N+1}$ и условия энергетической поверхности на контакте ($r = r_N$) $\int_S (\sigma_{rr}^{N+1} u_r^{eff} - \sigma_{rr}^{eff} u_r^{N+1})_{r=r_N} dS = 0$,

где $u_r^{eff}(r) = D_1^{eff} r$, $\sigma_{rr}^{eff}(r) = 2K_{eff12} D_1^{eff}$, $\sigma_{rr}^{N+1}(r) = 2K_{eff12} D_1^{N+1} - 2\mu_{eff12} D_2^{N+1} r^{-2}$.

Эффективный модуль поперечного сдвига μ_{eff12} находится в результате решения системы уравнений, включающей в себя нелинейное характеристическое уравнение. Система уравнений формируется из условий несингулярности в центре волокна ($r = 0$) $D_2^{(1)} = D_4^{(1)} = 0$; непрерывности перемещений и напряжений на границах идеального контакта фаз $u_r^{(i)}(r_i, \theta) = u_r^{(i+1)}(r_i, \theta)$,

$$u_{\theta}^{(i)}(r_{(i)}, \theta) = u_{\theta}^{(i+1)}(r_{(i)}, \theta), \quad \sigma_{rr}^{(i)}(r_{(i)}, \theta) = \sigma_{rr}^{(i+1)}(r_{(i)}, \theta), \quad \sigma_{r\theta}^{(i)}(r_{(i)}, \theta) = \sigma_{r\theta}^{(i+1)}(r_{(i)}, \theta),$$

$(i = 1, 2, \dots, N)$ и внешнего граничного условия на бесконечности $(r_{N+1} \rightarrow \infty)$

$$\sigma_{rr}^{N+1}(r_{N+1}, \theta) = \cos(2\theta), \quad \sigma_{r\theta}^{N+1}(r_{N+1}, \theta) = \sin(2\theta).$$

Модуль упругости E_f и модуль поперечного сдвига μ_f слоистой балки при укладке волокон под углами $\pm 45^\circ$ могут быть найдены на основе оценочных значений свойств слоев с использованием классической теории слоистых композитов следующим образом

$$E_f = \frac{1}{h} A_{11},$$

$$\mu_f = \frac{1}{h} A_{66},$$

где $A_1 = E_1 c^4 + E_2 s^4 + 2E_{12} c^2 s^2$, $A_{66} = \mu_{eff12} (c^2 + s^2)$ – коэффициенты жесткости,

$$E_1 = \frac{E_{eff33}}{1 - \nu_{eff13} \nu_{eff31}}, \quad E_2 = \frac{E_{eff11}}{1 - \nu_{eff13} \nu_{eff31}}, \quad E_{12} = E_1 \nu_{eff13} + 2\mu_{eff23}, \quad c = \cos(\varphi), \quad s = \sin(\varphi),$$

φ – угол ориентации волокна.

Все характеристики слоя, как трансверсально-изотропного материала, найдены.

3. СОБСТВЕННАЯ ЧАСТОТА И КОЭФФИЦИЕНТ ПОТЕРЬ ШАРНИРНО ОПЕРТОЙ БАЛКИ. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим стержень, состоящий из плоских слоев, в котором: 1) волокна ориентированы вдоль оси стержня $\varphi = 0$, 2) волокна ориентированы поперек оси стержня $\varphi = \pi/2$, 3) волокна ориентированы под углами $\pm 45^\circ$. Для каждого вида исследуются зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь от толщины вязкоупругого слоя, расположенного между волокном и матрицей. Собственная частота балки ω_m и коэффициент потерь η_m определяются по формулам (8), (9), в которых частоты m -ой формы колебания находятся с использованием модели стержня Эйлера-Бернулли (7) и модели стержня Тимошенко (1)-(3), (4), (6).

Волокна, вязкоупругий слой и матрица являются изотропными материалами, со следующими свойствами: модуль объемного расширения волокна $k_1 = 50$ ГПа, модуль сдвига волокна $\mu_1 = 30$ ГПа, модуль объемного расширения вязкоупругого межфазного слоя $k_2 = 4$ ГПа, модуль сдвига вязкоупругого межфазного слоя $\mu_2 = 0,001(1+i)$ ГПа, модуль объемного расширения матрицы $k_3 = 2,5$ ГПа, модуль сдвига матрицы $\mu_3 = 1,15$ ГПа.

Ниже приведены графики, иллюстрирующие зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь от толщины вязкоупругого покрытия армирующего волокна.

На рис.1а,б показаны зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь балки от толщины вязкоупругого покрытия армирующего

волокна, уложенного вдоль оси стержня $\varphi = 0$. Графики получены для первой формы колебания.

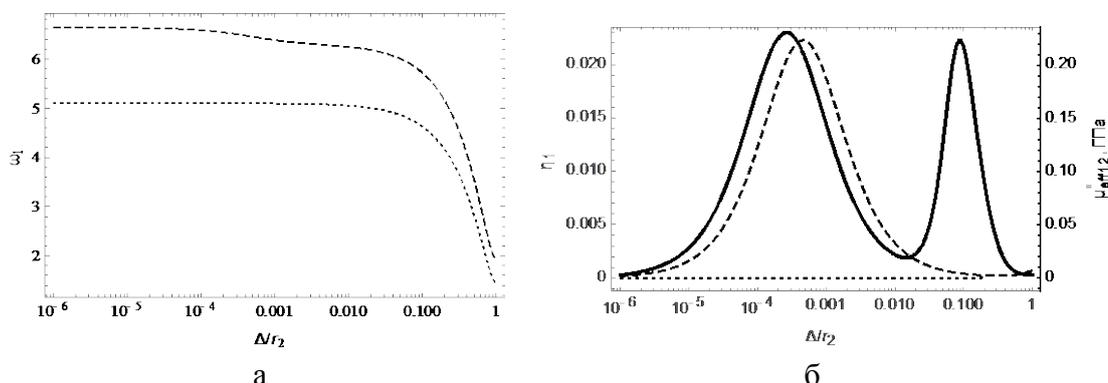


Рис.1. Зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь от толщины вязкоупругого покрытия волокна для первой формы колебания балки, состоящей из слоев, армированных вдоль оси стержня $\varphi = 0$.

(..... – модель Эйлера-Бернулли, ----- – модель Тимошенко, ——— – эффективный поперечный модуль потерь).

Можно заключить (рис.1а), что модель Эйлера-Бернулли приводит к существенно завышенным значениям собственной частоты колебаний, нежели модель Тимошенко. А из рис.1б видно, что модель Эйлера-Бернулли не позволяет корректно оценить поведение коэффициента потерь при различной толщине вязкоупругого покрытия волокна для случая армирования стержня в направлении вдоль его оси $\varphi = 0$. Коэффициент потерь, полученный при использовании модели Тимошенко, имеет одно пиковое значение на сверхмалых толщинах вязкоупругого слоя.

Для волокнистого однонаправленного материала оценим эффективный поперечный модуль потерь по методу трех фаз по формулам, приведенным во втором разделе. График зависимости эффективного поперечного модуля потерь от толщины вязкоупругого покрытия показан дополнительно на рис.1б.

Модуль потерь поперечного сдвига имеет два пиковых значения, первый из которых реализуется на малых толщинах вязкоупругого слоя и соответствует механизму потерь, связанного со сдвиговыми деформациями [4,5]. Второй пик характерен для механизма потерь, связанных в основном с объемной деформацией. Он реализуется на больших толщинах вязкоупругого слоя и, как правило, и не интересен с точки зрения моделирования эффективных материалов и конструкций, ибо при увеличении толщины вязкоупругого слоя механические свойства резко падают. Нетрудно видеть, что максимум коэффициента потерь реализуется примерно в том же диапазоне толщин вязкоупругого слоя, что характерен для поперечного модуля потерь (см. рис.1б). Это позволяет сделать качественный вывод о том, что диссипация при колебаниях связана со сдвиговым механизмом деформирования, и что особенно важно, об оптимальном значении толщин вязкоупругого слоя можно судить приближенно по приведенной зависимости для модуля потерь поперечного сдвига материала слоев. Кроме этого, в работе [5] было показано, что слоистый материал, состоящий из слоев с разной ориентацией слоев, наследует свойства однонаправленного материала. Оптимальные характеристики толщин вязкоупругих покрытий (сверхтонкие покрытия), соответствующие пиковым значениям эффективного поперечного

модуля потерь однонаправленного материала «диктуют» проявление пиков диссипативных свойств фактически для всех эффективных модулей слоистой системы.

Сделаем еще раз замечание по поводу толщины вязкоупругого покрытия, на котором реализуются экстремумы коэффициента потерь и эффективного поперечного модуля потерь. Мы видим, что при использовании модели Тимошенко, пик коэффициента потерь соответствует сдвиговому характеру диссипации, пик реализуется почти при той же толщине вязкоупругого покрытия, что и первый пик эффективного поперечного модуля потерь (рис.1б). Модель Эйлера-Бернулли не учитывает сдвиговой механизм диссипации и дает неправильные оценки коэффициент потерь.

На рис.2а,б показаны зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь балки от толщины вязкоупругого покрытия армирующего волокна, уложенного поперек оси стержня $\varphi = \pi/2$. Графики получены для первой формы колебания.

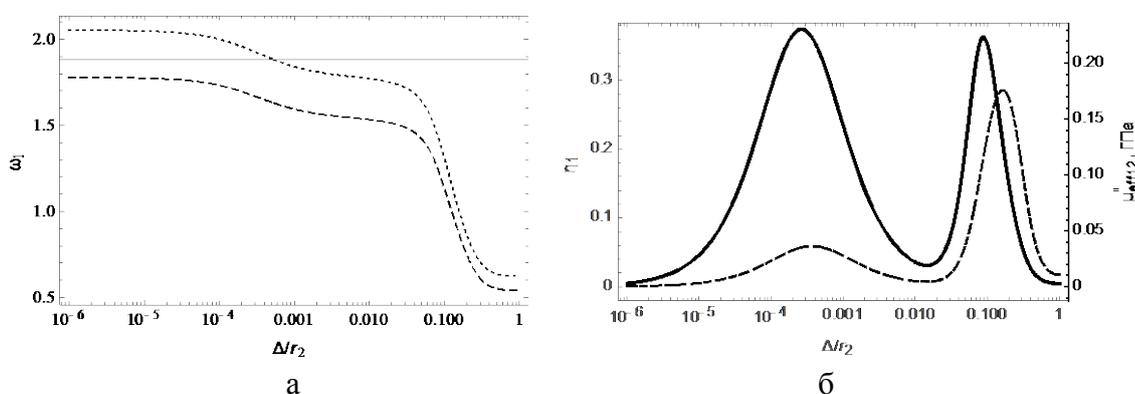


Рис.2. Зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь от толщины вязкоупругого покрытия волокна для первой формы колебания балки, состоящей из слоев, армированных поперек оси стержня $\varphi = \pi/2$. (..... – модель Эйлера-Бернулли, ----- – модель Тимошенко, ——— – эффективный поперечный модуль потерь).

Отметим вновь, что модель Эйлера-Бернулли приводит к существенно завышенным значениям собственной частоты колебаний, нежели модель Тимошенко (рис.2а).

При укладке волокон в слоях поперек оси стержня ($\varphi = \pi/2$) зависимости коэффициента потерь от толщины вязкоупругого слоя, построенные с использованием модели Эйлера-Бернулли и модели Тимошенко, полностью совпали (рис.2б), так как при такой укладке волокон коэффициент потерь и модуль потерь определяются не волокном, а матрицей. Т.е. проявляется сдвиговой механизм диссипации. Модель Эйлера-Бернулли не учитывает сдвиговой механизм диссипации, а учитывает только деформации растяжения-сжатия, однако в случае укладки волокон в слоях поперек оси стержня ($\varphi = \pi/2$) при расчете частоты используется эффективный поперечный модуль упругости, который рассчитан по методу трех фаз с учетом поперечного сдвига (14).

На рис.3а,б показаны зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь балки от толщины вязкоупругого покрытия армирующего

волокна, уложенного под углами $\pm 45^\circ$. Графики получены для первой формы колебания.

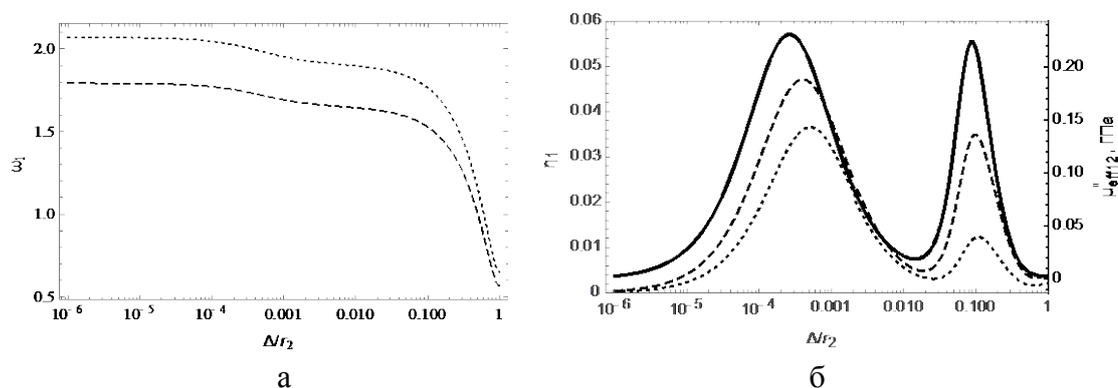


Рис.3. Зависимости собственной частоты колебаний и коэффициента потерь от толщины вязкоупругого покрытия волокна для первой формы колебания балки, состоящей из симметричной структуры с укладкой $\pm 45^\circ$. (······ – модель Эйлера-Бернулли, - - - - - – модель Тимошенко, — – эффективный поперечный модуль потерь).

Графики зависимости собственной частоты колебаний от толщины вязкоупругого покрытия волокна (рис.3а) опять показывают, что использование модели стержня Эйлера-Бернулли приводит к значительным погрешностям.

Модель Тимошенко (см. рис.3б) дает существенно большие значения пиковых значений коэффициента модуля потерь, так как в большей степени учитывает сдвиговую диссипацию материала. Положения пиковых значений коэффициента потерь и эффективного поперечного модуля потерь в зависимости от толщины вязкоупругого покрытия, полученного для волокнистого и однонаправленного материала, почти совпали. Это подтверждает качественные выводы о том, что на этих толщинах покрытия реализуется сдвиговой механизм потерь, и оптимальные значения толщин при этом хорошо прогнозируются по зависимостям для модуля потерь однонаправленного волокнистого композита.

Отметим, что для рассмотренных случаев с точки зрения проектирования наиболее оптимальной оказывается симметричная структура с укладкой $\pm 45^\circ$. При такой укладке волокон при малых толщинах вязкоупругого покрытия при прочих равных условиях реализуются наибольшие значения коэффициента потерь и эффективного поперечного модуля потерь (рис.3б), а механические свойства уменьшаются не столь значительно, как на больших толщинах вязкоупругого покрытия (рис.3а).

На рис.4 показаны зависимости собственной частоты колебаний от толщины вязкоупругого покрытия волокна для разных форм колебания балки, состоящей из симметричной структуры с укладкой $\pm 45^\circ$. Графики получены для первых трех форм колебания.

Видно, что для второй и выше форм колебания проявляются значительные рассогласования в значениях собственных частот, полученных с использованием двух различных моделей, что еще раз подтверждает, что для оценки собственной частоты балки нужно использовать модель стержня Тимошенко.

Сделаем замечание по поводу модифицированных композитов, в которых на поверхности волокон «выращен» вискеризованный слой. Модификация поверхности волокна специальными наноструктурами – вискерсами позволяет

увеличивать эффективные свойства волокнистых композитов [10-15]. В материалах, армированных волокном, демпфирование происходит в основном за счет матрицы и границы раздела матрица/волокно. Полагается, что слой с вискерсами является вязкоупругим, а остальные характеристики остаются упругими. В работе [16] было показано, что за счет модификации поверхности волокна вискеризованными структурами и путем правильного выбора всех компонентов композитного волокнистого материала можно увеличить как эффективный модуль потерь, так и эффективную жесткость волокнистого композита. Следовательно, в таких материалах можно управлять и эффективным модулем потерь вязкого слоя с вискерсами. Рассмотрим вискеризованный межфазный слой как вязкоупругий изотропный слой с модулем упругости $\mu_2 = a(1+i\chi)$. Оценим влияние вещественного параметра вязкоупругого материала χ , характеризующего диссипативные свойства модуля потерь вязкоупругого материала, на коэффициент потерь шарнирно опертой балки, полагая, что при определенных геометрических и механических параметрах компонентов межфазного слоя – вискерсов и вязкоупругой матрицы мы можем изменять характеристику χ . Для этого рассмотрим частный пример – слоистую балку из материала армированного поперек стержня ($\varphi = \pi/2$). Для оценки коэффициента потерь используется модель стержня Тимошенко.

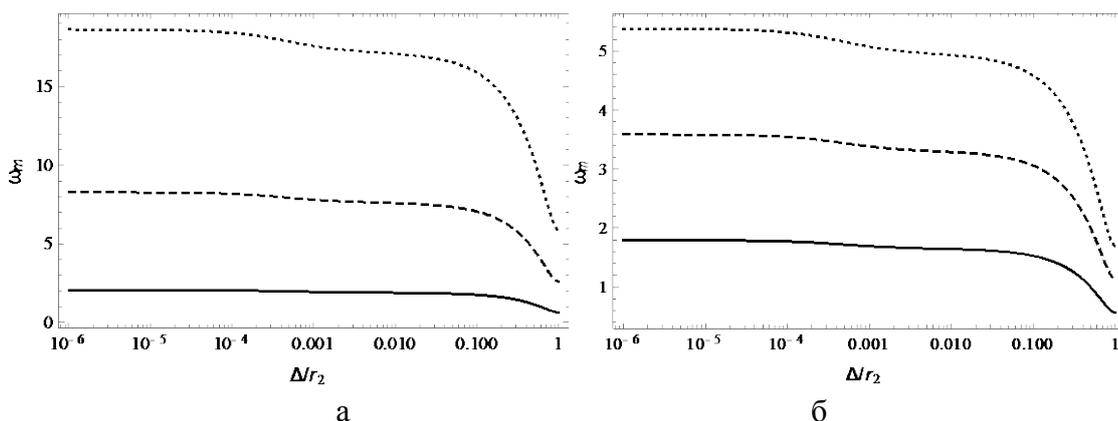


Рис.4. Зависимость собственной частоты колебаний от толщины вязкоупругого покрытия волокна для разных форм колебания балки, состоящей из симметричной структуры с укладкой $\pm 45^\circ$. а) зависимость построена по модели Эйлера-Бернулли, б) зависимость построена по модели Тимошенко. (— — первая форма колебания, - - - - - вторая форма колебания, ······ — третья форма колебания).

На рис.5 видно, что за счет увеличения параметра χ можно существенно увеличить значения коэффициента потерь при малой толщине вязкоупругого слоя. Волокнистые композиты рассматриваемого типа с тонким вязкоупругим слоем могут оказаться перспективными, так как кроме повышенных значений коэффициента потерь для них реализуются высокие механические свойства.

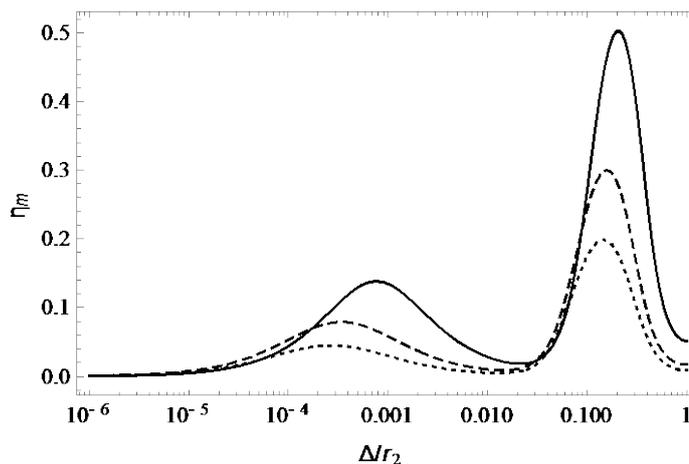


Рис.5. Влияние вещественного параметра χ на коэффициент потерь шарнирно опертой балки, состоящей из слоев, в которых волокна уложены поперек оси стержня $\varphi = \pi/2$. (— — $\chi = 3$, - - - - $\chi = 1$, ······ $\chi = 0,5$).

ВЫВОДЫ

В работе показано, что при оценке собственных частот колебания и коэффициента потерь шарнирно опертой слоистой композитной полосы следует использовать модель стержня Тимошенко. Показано, что модель Тимошенко позволяет учесть сдвиговой механизм диссипации. Модель стержня Бернулли приводит к завышенным значениям собственных частот колебания, особенно сильно это проявляется при рассмотрении второй формы колебания и выше.

Показано, что координаты пиковых значений коэффициента потерь при колебаниях слоистого стержня, которые проявляются на малых толщинах вязкоупругого слоя, хорошо прогнозируются по зависимостям эффективного поперечного модуля потерь однонаправленного композита. С точки зрения проектирования оптимальных структур малые толщины вязкоупругого покрытия оказываются предпочтительнее, так как на них сохраняются высокие механические свойства и одновременно реализуются высокие значения модуля потерь – образуется первый пик эффективного поперечного модуля потерь. Показано, что изменение параметра χ , характеризующего вязкие свойства покрытия, позволяет влиять на амплитуду пика коэффициента потерь, реализующегося на малых толщинах. Предполагается, что необходимые значения параметра χ могут быть реализованы за счет межфазного слоя, образованного выращенными на поверхности волокна специальными наноструктурами – вискерсами, погруженными в вязкоупругую матрицу.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. *Демпфирование колебаний*. – М.: Мир, 1988. – 488 с.
2. Finegan I.C., Gibson R.F. *Recent research on enhancement of damping in polymer composites* // Compos. Struct. – 2009. – Vol.44. – No.2-3. – Pp.89-98.
3. Finegan I.C., Gibson R.F. *Analytical modeling of damping at micromechanical level in polymer composites reinforced with coated fibers* // Compos. Sci. Technol. – 2000. – Vol.60. – No.7. – Pp.1077-1084.

4. Gusev A.A., Lurie S.A. *Loss amplification effect in multiphase materials with viscoelastic interfaces* // *Macromolecules*. – 2008. – Vol.42. – No.14. – Pp.5372-5377.
5. Lurie S., Minhat M., Tuchkova N., Soliaev J. *On remarkable loss amplification mechanism in fiber reinforced laminated composite materials* // *Appl. Compos. Mater.* – 2014. – Vol.21. – No.1 – Pp.179-196.
6. Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structure*. – Elsevier, 2018. – 882 p.
7. Rao D.K. *Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions* // *J. Mech. Eng. Sci.* – 1978. – Vol.20. – No.5. – Pp.271-282.
8. Fu Z.F., He J. *Modal Analysis*. – Oxford, Butterworth-Heinemann, 2001. – 305 p.
9. Кристенсен Р.М. *Введение в механику композитов*. – М.: Мир, 1982. – 334 с.
10. Lurie S.A, Minhat M. *Application of generalized self-consistent method to predict effective elastic properties of bristled fiber composites* // *Composites B*. – 2014. – Vol.61. – Pp.26-40.
11. Lurie S.A., Volkov-Bogorodskii D.B., Kriven G.I., Rabinskiy L.N. *On estimating structural stresses in composites with whiskerized fibers* // *Intern. J. of Civil Engineering & Technology (IJCIET)*. – 2018. – Vol.9. – No.6. – Pp.294-308.
12. Song Q., Li Ke-zhi, Li Hai-liang, Li He-jun, Chang Ren *Grafting straight carbon nanotubes radially onto carbon fibers and their effect on the mechanical properties of carbon/carbon composites* // *Carbon*. – 2012. – Vol.50. – Pp.3943-3960.
13. Lv P., Feng Y., Zhang P., Chen H., Zhao N., Feng W. *Increasing the interfacial strength in carbon fiber/epoxy composites by controlling the orientation and length of carbon nanotubes grown on the fibers* // *Carbon*. – 2011. – Vol.49. – Pp.4665-4673.
14. Zhang Fu-Hua, Wang Rong-Guo, He Xiao-Dong, Wang C., Ren Li-Ning *Interfacial shearing strength and reinforcing mechanisms of an epoxy composite reinforced using a carbon nanotube/carbon fiber hybrid* // *Journal of Material Science*. – 2019. – Vol.2009. – No.13. – Pp.3574-3577.
15. Sharma S.P., Lakkad S.C. *Compressive strength of carbon nanotubes grown on carbon fiber reinforced epoxy matrix multi-scale hybrid composites* // *Surface & Coatings Technology*. – 2010. – Vol.205. – Pp.350-355.
16. Кривень Г.И. *Оценка демпфирующих свойств композитов* // *Труды МАИ*. – 2022. – Вып.127. (в печати).

REFERENCES

1. Nashif A., Dzhouns D., Henderson Dzh. *Dempfirovanie kolebanij [Vibration damping]*. Moskva, Mir, 1988, 488 p.
2. Finegan I.C., Gibson R.F. *Recent research on enhancement of damping in polymer composites*. *Compos. Struct.*, 2009, Vol.44, No.2-3, Pp.89-98.
3. Finegan I.C., Gibson R.F. *Analytical modeling of damping at micromechanical level in polymer composites reinforced with coated fibers*. *Compos. Sci. Technol.*, 2000, Vol.60, No.7, Pp.1077-1084.
4. Gusev A.A., Lurie S.A. *Loss amplification effect in multiphase materials with viscoelastic interfaces*. *Macromolecules*, 2008, Vol.42, No.14, Pp.5372-5377.
5. Lurie S., Minhat M., Tuchkova N., Soliaev J. *On remarkable loss amplification mechanism in fiber reinforced laminated composite materials*. *Appl. Compos. Mater.*, 2014, Vol.21, No.1, Pp.179-196.

6. Vasiliev V.V., Morozov E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structure*. Elsevier, 2018, 882 p.
7. Rao D.K. *Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions*. J. Mech. Eng. Sci., 1978, Vol.20, No.5, Pp.271-282.
8. Fu Z.F., He J. *Modal Analysis*. Oxford, Butterworth-Heinemann, 2001, 305 p.
9. Christensen R.M. *Mechanics of composite materials*. New York, Wiley-Interscience, 1979, 348 p.
10. Lurie S.A., Minhat M. *Application of generalized self-consistent method to predict effective elastic properties of bristled fiber composites*. Composites B, 2014, Vol.61, Pp.26-40.
11. Lurie S.A., Volkov-Bogorodskii D.B., Kriven G.I., Rabinskiy L.N. *On estimating structural stresses in composites with whiskerized fibers*. Intern. J. of Civil Engineering & Technology (IJCIET), 2018, Vol.9, No.6, Pp.294-308.
12. Song Q., Li Ke-zhi, Li Hai-liang, Li He-jun, Chang Ren *Grafting straight carbon nanotubes radially onto carbon fibers and their effect on the mechanical properties of carbon/carbon composites*. Carbon, 2012, Vol.50, Pp.3943-3960.
13. Lv P., Feng Y., Zhang P., Chen H., Zhao N., Feng W. *Increasing the interfacial strength in carbon fiber/epoxy composites by controlling the orientation and length of carbon nanotubes grown on the fibers*. Carbon, 2011, Vol.49, Pp.4665-4673.
14. Zhang Fu-Hua, Wang Rong-Guo, He Xiao-Dong, Wang C., Ren Li-Ning *Interfacial shearing strength and reinforcing mechanisms of an epoxy composite reinforced using a carbon nanotube/carbon fiber hybrid*. Journal of Material Science, 2019, Vol.2009, No.13, Pp.3574-3577.
15. Sharma S.P., Lakkad S.C. *Compressive strength of carbon nanotubes grown on carbon fiber reinforced epoxy matrix multi-scale hybrid composites*. Surface & Coatings Technology, 2010, Vol.205, Pp.350-355.
16. Kriven' G.I. *Otsenka dempfiruyushhikh svojstv kompozitov [Evaluation of damping properties of composites]*. Trudy MAI, 2022, Vol.127 (in press).

Поступила в редакцию 12 сентября 2022 года.

Сведения об авторах:

Кривень Галина Ивановна – к.т.н., асс., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: Kriven_Galina@inbox.ru

Шавелкин Денис Сергеевич – ст. препод., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: dshavelkin@inbox.ru