



ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛООВОГО НАГРЕВА КОМПОЗИТА ПОД СВЧ ВОЗДЕЙСТВИЕМ*

Кондратов Д.В.¹, Барулина М.А.^{2,4}, Бекренев Н.В.¹, Злобина И.В.^{1,5}

¹*Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина, г. Саратов, Россия*

²*Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов, Россия*

³*Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, г. Саратов, Россия*

⁴*Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь, Россия*

⁵*НИЦ «Курчатовский институт», г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

В данной статье исследуются тепловые и волновые эффекты в композиционном материале. Для этого проводится воздействие СВЧ электромагнитного поля на модельную ячейку, которая состоит из внешнего слоя эпоксидной смолы с внутренним сердечником из углеродных или стеклянных волокон. СВЧ воздействие было проведено с помощью установки рупорного типа. Обработка образцов проводилась поочередно, размещение обоих цилиндров относительно рупора осуществлялось аналогичным образом и на одинаковом расстоянии от него. Результатом экспериментальной части работы стали термограммы, полученные с помощью тепловизора в течение всего периода воздействия на образцы. Для характеристики распределения тепловых полей, полученные с помощью термограмм данные, были сведены в таблицу, что позволило эмпирически оценить интенсивность нагрева при различных значениях радиуса на торцевых поверхностях образцов. Показано, что СВЧ нагрев образцов идет от центра. Было отмечено, что модельная ячейка с сердечником из углеродных волокон нагревается быстрее и до более высокой температуры. Для учета возможных ситуаций изменения структуры опытных образцов около источника тепла, которым являлся стержень из волокон различной природы, (внутренний стержень) нужно рассмотреть трехслойную структуру композитного материала. Такая модель его структуры позволяет задать и исследовать различные условия теплового воздействия, в том числе, воздействие на часть модельного образца. По результатам эксперимента формулируется теоретическая математическая модель, представляющая собой несвязанную задачу термоупругости. Проведены расчеты предложенной математической модели. Получено качественное совпадение с результатами эксперимента.

Ключевые слова: математическая модель; полимерные композиционные материалы; тепловые и волновые процессы; СВЧ электромагнитное поле

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда №23-29-00526.

INVESTIGATION OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THERMAL HEATING OF THE COMPOSITE UNDER MICROWAVE EXPOSURE

Kondratov D.V.^{1,2,3}, Barulina M.A.^{2,4}, Bekrenev N.V.¹, Zlobina I.V.^{1,5}

¹*Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia*

²*Institute of Precision Mechanics and Control of the Russian Academy of Sciences, Saratov, Russia*

³*Saratov State University, Saratov, Russia*

⁴*Perm State National Research University, Perm, Russia*

⁵*NRC Kurchatov Institute, Moscow, Russia*

ABSTRACT

This article examines thermal and wave effects in a composite material. To do this, a microwave electromagnetic field is applied to a model cell, which consists of an outer layer of epoxy resin with an inner core of carbon or glass fibers. Microwave exposure was carried out using a horn-type installation. The samples were processed alternately; both cylinders were placed relative to the horn in the same way and at the same distance from it. The result of the experimental part of the work was thermograms obtained using a thermal imager during the entire period of exposure to the samples. To characterize the distribution of thermal fields, the data obtained using thermograms were tabulated, which made it possible to empirically estimate the heating intensity at various radius values on the end surfaces of the samples. It is shown that microwave heating of the samples occurs from the center. It was noted that a model cell with a carbon fiber core heats up faster and to a higher temperature. To take into account possible situations of changes in the structure of the experimental images near the heat source, which was a rod made of fibers of various natures (internal rod), it is necessary to consider the three-layer structure of the composite material. Such a model of its structure allows one to set and study various conditions of thermal influence, including the effect on part of the model sample. Based on the results of the experiment, a theoretical mathematical model is formulated, which represents an unrelated problem of thermoelasticity. Calculations of the proposed mathematical model were carried out. A qualitative agreement with the experimental results was obtained.

Keywords: mathematical model; polymer composite materials; thermal and wave processes; Microwave electromagnetic field

ВВЕДЕНИЕ

В современной технике получили широкое распространение армированные волокнами различной природы и тканями на их основе полимерные композиционные материалы (ПКМ). Это обусловлено их более высокой удельной прочностью и коррозионной стойкостью по сравнению с известными металлами и сплавами. Аналитиками прогнозируется рост объема потребления ПКМ с 12,3 млн. т. в 2020 г. до 14 млн. т. в 2024 г. При этом ПКМ на термореактивной матрице занимают примерно 2/3 от всего объема, что определяется лучшей смачиваемостью термореактивными смолами армирующих волокон и их повышенной термостойкостью, что особенно важно для конструкций, эксплуатирующихся в условиях экстремальных температур и температурных градиентов (приполярные области, космическое пространство). В то же время на работоспособность конструкций из ПКМ оказывают отрицательное влияние анизотропия, зависимость прочности и жесткости от направления действия эксплуатационных нагрузок, хрупкость, пониженная ударная вязкость. Матрицы

на основе терморезактивного связующего подвержены необратимым деструктивным изменениям при достижении определенной температуры нагрева. Указанные недостатки устраняются конструкторскими и технологическими методами. Из известных технологических методов представляется целесообразным применение физической модификации ПКМ, которая, как правило, проводится на стадии отверждения связующего, что снижает полученные положительные эффекты в результате воздействия последующих операций обработки и сборки изделия. В процессе отверждения терморезактивного связующего вследствие его усадки возникают пустоты в матрице и межфазном слое, а также остаточные напряжения, что резко снижает запас прочности конструкции [1-15]. Существуют разные способы снижения нагрузки на композитный материал. Один из них представлен в [16]. В ряде работ ПКМ рассматриваются как единый анизотропный или ортотропный материал. В работе [17] рассмотрен способ построения математической модели для ортотропной пластины.

Одним из эффективных методов физической модификации является применение СВЧ электромагнитного поля. При этом наибольший объем исследований российских и зарубежных ученых в данном направлении касается воздействия на исходные материалы: армирующие волокна и ткани, а также полимеры в жидком и вязком состоянии на стадии отверждения.

Известны результаты ряда исследований, свидетельствующие о положительном влиянии воздействия СВЧ электромагнитного поля на механические свойства полимеров и ПКМ в отвержденном состоянии [18-23]. Авторами экспериментально установлено увеличение прочностных свойств отвержденных угле- и стеклопластиков после воздействия на них в течение 1-2 минут СВЧ электромагнитного поля частотой 2450 МГц: прочность при растяжении повысилась на 7-13%, при межслоевом сдвиге – на 14-16%, при трехточечном изгибе – до 40% [24,25]. Однако к настоящему времени проведен лишь предварительный анализ возможных причин повышения ряда механических характеристик ПКМ при воздействии на них в отвержденном состоянии СВЧ электромагнитного поля, физические механизмы возникновения указанных эффектов окончательно не выявлены и не проанализированы.

На основе данных об изменении физико-механических свойств компонентов ПКМ на терморезактивной матрице и известных эффектов, сопровождающих воздействие СВЧ электромагнитного поля на диэлектрические материалы, может быть предложена следующая гипотеза о механизме процессов в отвержденной структуре. Обработка ПКМ в СВЧ поле способствует повышению их механических свойств в составе конечного изделия, что становится возможным за счет увеличения количества областей контактного взаимодействия «матрица-волокно», повышает связанность армирующих структур и улучшает перераспределение нагрузки в изделии. Как предполагают авторы, указанные изменения микроструктуры, приводящие к повышению прочностных характеристик опытных образцов, определяются изменением состояния матрицы вследствие ее СВЧ диэлектрического нагрева, интенсивность которого в том числе зависит от свойств армирующих компонентов ПКМ [26]. После прекращения действия поля связующее переходит из высокоэластичного в отвержденное состояние с сохранением изменений, произошедших в результате воздействия. Данное предположение подтверждено экспериментами

по определению температуры компонентов ПКМ, помещенных в СВЧ электромагнитное поле с различной плотностью потока энергии.

При этом остается не ясным вклад теплового и колебательного (волнового) факторов в возникновение и проявление указанных явлений, особенно с учетом того, что лучистый и любой другой нагрев материалов также сопровождается колебаниями элементов их структуры.

МАТЕРИАЛЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

Образцы в форме цилиндров с размерами $\text{Ø}20 \times 40$ мм были изготовлены специально для данного эксперимента. В качестве матрицы использовалась эпоксидная смола ЭД-20 с отвердителем ПЭПА в пропорции 10:1. В качестве наполнителя выступали углеродный и стеклянный стержни, диаметр которых составлял 4 мм (рис.1).

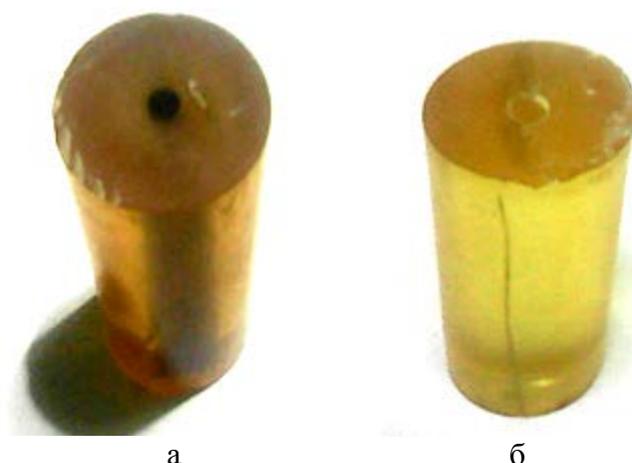


Рис. 1. Модельные образцы элементарной ячейки углепластика (а) и стеклопластика (б).

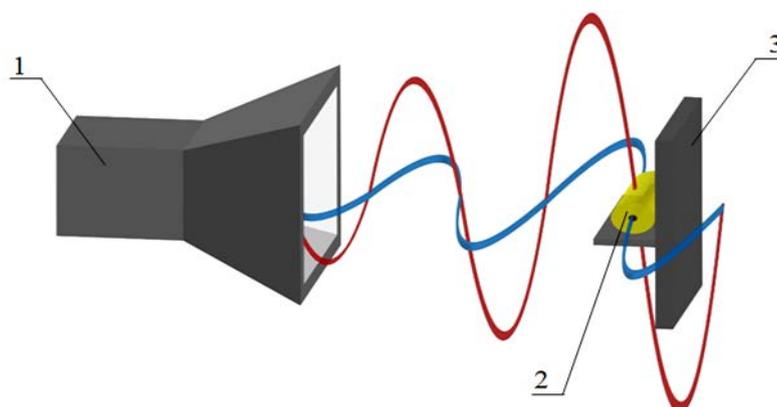


Рис. 2. Схема проведения обработки образца: 1 – рупорный излучатель; 2 – обрабатываемый образец; 3 – стойка для размещения образца.

СВЧ обработку (рис.2) осуществляли на экспериментальном оборудовании, созданном на базе установки «Жук-2-02» (ООО НПП «АгроЭкоТех», г. Обнинск, Калужская обл.) с камерой лучевого типа с неограниченным объемом (излучение в открытое пространство) при частоте 2450 МГц и плотности потока энергии (ППЭ), равной $(17-18) \times 10^4$ мкВт/см² в течение 60 и 150 с. Фиксация динамики

распределения тепловых полей осуществлялась с помощью тепловизора модели FLIR E40 (США). Тепловизор размещали так, чтобы была видна торцевая поверхность образца (его диаметр).

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для выяснения тепловых и волновых эффектов, влияющих на композитный материал, на первом этапе будем проводить исследования его модели ячейки с волокном в центре цилиндра из эпоксидной смолы. Таким образом, будем ставить теоретическую задачу на основе результатов эксперимента.

Выполнено физическое моделирование элементарных ячеек «матрица-волокно» (рис.1) ПКМ с диэлектрическим и проводящим наполнителями с целью оценки кинетики нагрева материала в СВЧ электромагнитном поле с выявлением влияния на нее вида наполнителя.

Проведены эксперименты СВЧ нагрева исследуемых образцов. Приведены результаты эксперимента СВЧ воздействия в течение 60 и 150 сек (таблица 1).

Результаты эксперимента показали, что СВЧ нагрев образцов с различными сердечниками идет от центра. Отмечено, что нагрев от графитового сердечника происходит быстро и выражено – он начинается раньше и достигает более высокой температуры, что может объясняться теплофизическими особенностями углеродных волокон.

Таблица 1.

Материал сердечника элементарной ячейки	Начальный момент времени	Время нагрева в СВЧ поле							
		60 с				150 с			
	Температура различных участков образца, t , °С								
Радиус, R , мм		1	3	5	9	1	3	5	9
Сердечник из стекловолокон	22	26	26	26	26	31	31	29	27,5
Сердечник из углеволокон		31	29,5	28	26	38	35	32	29

Следует отметить, что при формулировании математической модели были использованы принципы, приведенные в [27]. Также в [27] было сделано предположение, что для учета возможных ситуаций изменения структуры опытных образцов около источника тепла (внутренний стержень) нужно рассмотреть трехслойную структуру композитного материала. Трехслойная модель его структуры также позволяет задать и исследовать различные условия теплового воздействия, в том числе, например, воздействие на часть модельного образца. При необходимости не представляет труда перейти к модели с двумя слоями.

Исходя из выше сказанного, рассмотрим модель, которая состоит из двух соосных цилиндрических оболочек из разного материала и цилиндра – сердечника, соединенных между собой (рис.3). Радиус цилиндра-сердечника R_1 , радиусы цилиндров соответственно R_2 и R_3 . Будем предполагать, что тепло подается только на внутренний цилиндр. Будем считать, что температура передаётся от внутреннего цилиндра-сердечника к оболочкам с известными коэффициентами теплопроводности, температуропроводности и теплоотдачи через поверхности контакта. Кроме того, внешняя оболочка отдает свое тепло

внешней среде. При выводе уравнений будем пренебрегать зависимостью от осевой координаты, что позволит получить аналитическое решение полученной системы уравнений. В следующих работах введение в рассмотрение осевой координаты представляется необходимым шагом.

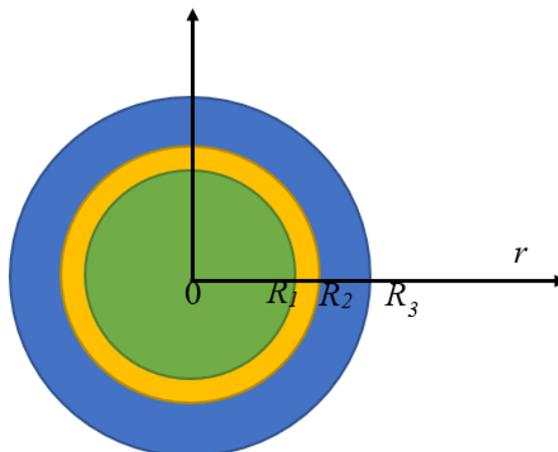


Рис.3. Схема модельной задачи.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим несвязанную задачу термоупругости – определим сначала распределение и изменение температуры в волокне. Затем, используя температуру как входной параметр, найдем напряжения и перемещения.

Исходя из сделанного предположения, задача теплопроводности в осесимметричном случае в цилиндрической системе координат будет иметь следующий вид

$$\frac{\partial T_i(r,t)}{\partial t} = a_i^2 \left(\frac{\partial T_i(r,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i(r,t)}{\partial r} \right) + \frac{q_{vi}}{c_i}, \quad i = 1..3. \quad (1)$$

Начальные условия представляют собой условия совпадения температур на границах контакта

$$T_i(r,0) = T_{0,i}(r). \quad (2)$$

Граничные условия будут иметь вид

$$\lambda_2 \frac{\partial T_3(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=R_3} + a_3 (T_3(r,t) - T_{c,3}(t)) = 0. \quad (3)$$

Кроме того, необходимо добавить условия совместности

$$T_i(r_i,t) = T_{i+1}(r_i,t), \quad (4)$$

$$\lambda_i \frac{\partial T_i(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=R_i} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(r,t)}{\partial r} \Big|_{r=R_i}, \quad (5)$$

где λ_i , $a_i^2 = \lambda_i / (c_i \rho_i)$, α_i – коэффициенты теплопроводности, температуропроводности и теплоотдачи соответственно; c_i – удельная теплоемкость; ρ_i – плотность; i – номер цилиндра, $q_{vi} = q_{wi} + q_{pi}$ [26], где $q_{wi} = \varepsilon_0 \varepsilon(T) \operatorname{tg} \delta(T) f E^2$ – поглощенная энергия СВЧ излучения, q_{pi} – энергия,

выделенная за счет химической реакции полимеризации, ε_0 – электрическая постоянная, $\varepsilon(T)$ – диэлектрическая проницаемость, $\operatorname{tg}\delta(T)$ – тангенс угла диэлектрических потерь, f – частота, E – напряженность электрического поля, q_{pi} – определяется экспериментально.

Для нахождения напряженно-деформированного поля запишем следующие соотношения

$$\begin{aligned}\sigma_{rr,i}(r_i,t) &= -\frac{\beta_i E_i}{r_i^2} \int_{R_{i-1}}^{r_i} T_i(r_i,t) r_i dr_i + \frac{E_i}{1-\nu_i} C_{1,i} - \frac{E_i}{(1+\nu_i)r_i^2} C_{2,i}, \\ \sigma_{\theta\theta,i}(r_i,t) &= \frac{\beta_i E_i}{r_i^2} \int_{R_{i-1}}^{r_i} T_i(r_i,t) r_i dr_i - \beta_i E_i T_i(r_i,t) + \frac{E_i}{1-\nu_i} C_{1,i} - \frac{E_i}{(1+\nu_i)r_i^2} C_{2,i}, \quad (6) \\ \sigma_{r\theta,i}(r_i,t) &= 0, \\ u_i(r_i) &= \frac{(1+\nu_i)\beta_i}{r_i} \int_{R_{i-1}}^{r_i} T_i(r_i,t) r_i dr_i + C_{1,i} r_i + \frac{C_{2,i}}{r_i},\end{aligned}$$

где β_i – коэффициент теплового расширения; E_i, ν_i – модуль упругости и коэффициент Пуассона i -го цилиндра.

Условия совместности для уравнений (7) имеет вид

$$\begin{aligned}\sigma_{rr,1}(R_1,t) &= \sigma_{rr,2}(R_1,t), \\ \sigma_{rr,2}(R_2,t) &= \sigma_{rr,3}(R_2,t), \\ u_1(R_1,t) &= u_2(R_1,t), \\ u_2(R_2,t) &= u_3(R_2,t)\end{aligned}$$

Граничные условия можно записать в виде

$$\sigma_{rr,3}(R_3,t) = 0.$$

Систему уравнений (1)-(6) можно решить аналитически методом интегральных преобразований Лапласа и функций Бесселя.

Аналитическое решение оригинала имеет вид

$$T_i(r_i,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{T}_{\gamma_n}(t) K_{i,\gamma_n}(r_i), \quad (7)$$

где $K_{i,\gamma}(r)$ является решением соответствующей системе (2)-(6) задачи Штурма-Лиувилля и будет определяться выражением

$$K_{i,\gamma}(r) = A_{i,\gamma} J_0\left(\frac{\gamma}{a_i} r\right) + B_{i,\gamma} Y_0\left(\frac{\gamma}{a_i} r\right),$$

где $J_0(x), Y_0(x)$ – функции Бесселя и Неймана первого рода нулевого порядка; собственные числа γ и коэффициенты $A_{2,\gamma}, B_{i,\gamma}$ находятся при решении задачи Штурма-Лиувилля; коэффициент $A_{1,\gamma}$ – из условия нормировки функции $K_{i,\gamma}(r)$, которое имеет вид

$$\frac{\lambda_1}{a_1^2} \int_{R_0}^{R_1} r K_{1,\gamma}^2(r) dr + \frac{\lambda_2}{a_2^2} \int_{R_1}^{R_2} r K_{2,\gamma}^2(r) dr = 1.$$

Используем следующее интегральное преобразование для исключения координаты r , вдоль которой свойства рассматриваемого цилиндра меняются ступенчато при $r = r_1, r_2$ (γ -параметр)

$$\bar{T}_\gamma(t) = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{a_i^2} \int_{R_{i-1}}^{R_i} r_i T_i(r_i, t) K_{i,\gamma}(r_i) dr_i = \bar{T}_{1,\gamma}(t) + \bar{T}_{2,\gamma}(t) + \bar{T}_{3,\gamma}(t).$$

Тогда изображения $\bar{T}_\gamma(t)$, \bar{T}_{0,γ_n} и ядро преобразования $K_{1,\gamma_n}(r_1)$ имеют вид

$$\bar{T}_\gamma(t) = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{a_i^2} \int_{R_{i-1}}^{R_i} r_i T_i(r_i, t) K_{i,\gamma}(r_i) dr_i = e^{-\gamma_n^2 t} \left(\bar{T}_{0,\gamma_n} + \alpha_3 R_3 K_{3,\gamma_n}(R_3) \int_0^t T_{c,3}(t) e^{\gamma_n^2 t} dt \right),$$

$$\bar{T}_{0,\gamma_n} = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{a_i^2} \int_{R_{i-1}}^{R_i} r_i T_{0,i}(r_i) K_{i,\gamma_n}(r_i) dr_i,$$

где

$$K_{1,\gamma_n}(r_1) = A_{1,\gamma_n} J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_1} r_1\right), \quad K_{2,\gamma_n}(r_2) = A_{2,\gamma_n} J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} r_2\right) + B_{2,\gamma_n} Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} r_2\right),$$

$$K_{3,\gamma_n}(r_3) = A_{3,\gamma_n} J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} r_3\right) + B_{3,\gamma_n} Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} r_3\right),$$

$$A_{1,\gamma_n} = \frac{1}{\sqrt{R_1^2 \frac{\lambda_1}{2a_1^2} \left(\left(J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_1} R_1\right) \right)^2 + \left(J_1\left(\frac{\gamma_n}{a_1} R_1\right) \right)^2 \right) + D_{1,\gamma_n}},$$

$$A_{2,\gamma_n} = \frac{L_{1,\gamma_n}}{D_{2,\gamma_n}} A_{1,\gamma_n}, \quad B_{2,\gamma_n} = -\frac{L_{2,\gamma_n}}{D_{2,\gamma_n}} A_{1,\gamma_n},$$

$$A_{3,\gamma_n} = \frac{\left(L_{1,\gamma_n} J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} R_2\right) - L_{2,\gamma_n} Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} R_2\right) \right) f_{3,\gamma_n}}{D_{2,\gamma_n} \left[J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} R_2\right) f_{3,\gamma_n} - Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} R_2\right) g_{3,\gamma_n} \right]} A_{1,\gamma_n},$$

$$B_{3,\gamma_n} = -\frac{L_{1,\gamma_n} J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} R_2\right) - L_{2,\gamma_n} Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} R_2\right) g_{3,\gamma_n}}{D_{2,\gamma_n} \left[J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} R_2\right) f_{3,\gamma_n} - Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} R_2\right) g_{3,\gamma_n} \right]} A_{1,\gamma_n},$$

$$D_{1,\gamma_n} = \frac{\lambda_2}{a_2^2} \int_{R_1}^{R_2} r_2 \left(M_{1,\gamma_n} J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} r_2\right) + M_{2,\gamma_n} Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_2} r_2\right) \right) dr_2 + \frac{\lambda_3}{a_3^2} \int_{R_2}^{R_3} r_3 \left(M_{3,\gamma_n} J_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} r_3\right) + M_{4,\gamma_n} Y_0\left(\frac{\gamma_n}{a_3} r_3\right) \right) dr_3,$$

$$D_{2,\gamma_n} = a_1 \lambda_2 \left[J_0 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right) Y_1 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right) - J_1 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right) Y_0 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right) \right],$$

$$L_{1,\gamma_n} = a_1 \lambda_2 J_0 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_1} \right) Y_1 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right) - a_2 \lambda_1 J_1 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_1} \right) Y_0 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right),$$

$$L_{2,\gamma_n} = a_1 \lambda_2 J_0 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_1} \right) J_1 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right) - a_2 \lambda_1 J_0 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_2} \right) J_1 \left(\frac{\gamma_n R_1}{a_1} \right),$$

$$L_{3,\gamma_n} = a_2 \lambda_3 J_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right) J_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right) - a_3 \lambda_2 J_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right) J_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right),$$

$$L_{4,\gamma_n} = a_3 \lambda_2 J_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right) Y_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right) - a_2 \lambda_3 J_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right) Y_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right),$$

$$L_{5,\gamma_n} = a_2 \lambda_3 J_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right) Y_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right) - a_3 \lambda_2 J_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right) Y_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right),$$

$$L_{6,\gamma_n} = a_2 \lambda_3 Y_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right) Y_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right) - a_3 \lambda_2 Y_0 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_3} \right) Y_1 \left(\frac{\gamma_n R_2}{a_2} \right).$$

Таким образом, полученные коэффициенты при подстановке в формулу (7) позволяют получить аналитическое выражение для определения радиального распространения температуры в опытном образце при нестационарных тепловых воздействиях, которое из-за громоздкости не приводится. При известных функциях $T_{0,i}(r)$ и $T_{ci}(t)$ интегралы в формулах, приведенных выше, могут быть вычислены аналитически.

Таким образом, построили математическую модель, представляющую собой несвязанную задачу термоупругости. Кроме того, было получено аналитическое решение, что позволяет определить распределение и изменение температуры в волокне.

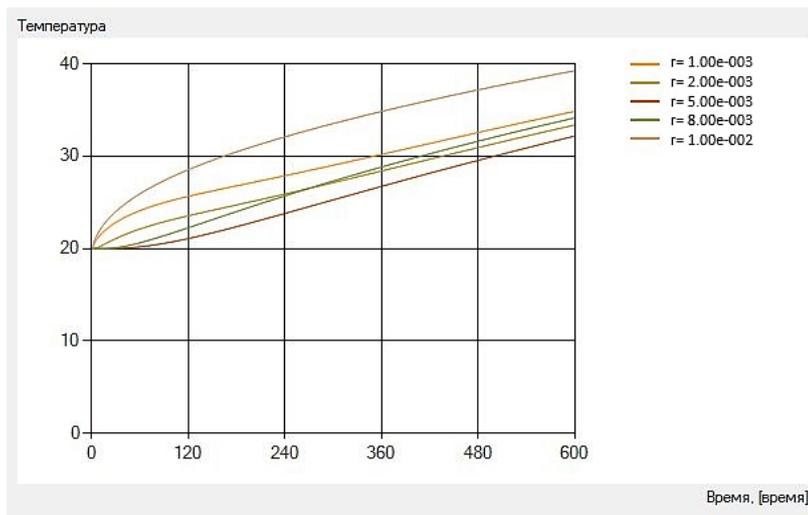


Рис.4. Зависимость изменения температуры от времени для образца с графитовым сердечником

Произведены расчеты изменения температуры по времени в некоторых точках в зависимости от времени (рис.4), что позволило увидеть динамику

распределения тепла в исследуемом образце. Данный результат действительно показывает, что при увеличении времени СВЧ воздействия температура в каждой точке равномерно растет, т.е. происходит изменения структуры материала вследствие нагрева и последующего перехода в высокоэластичное состояние. Указанный факт будет учтен в дальнейших исследованиях при построении математической модели композитного материала, состоящего из большого количества волокон, соединенных между собой. Более того, из расчета видно, что СВЧ воздействие достаточно равномерно прогревает волокно и наибольшие температуры наблюдаются в центре.

Исходные данные для расчета представлены в таблице 2.

Таблица 2.

	Эпоксидная смола	Углеродные волокна	Стекловолокна
Модуль Юнга, Па	1.2e9	250e9	60e9
Плотность, кг/м ³	1200	1800	2510
Коэффициент Пуассона	0.2	0.25	0.25
Коэффициент теплопроводности, Вт/(м*К)	0.19	1	1.04
Коэффициент удельной теплоемкости, Дж/кг К	1000	660	840
Коэффициент линейного расширения (20-100°C), °C ⁻¹	55e-6	3.14e-6	6.05e-6
Тангенс угла диэлектрических потерь	2.0e-2	0,3	2.0e-4
Относительная диэлектрическая проницаемость	3.6	14	8

При выбранном режиме обработки образцов, величина напряженности поля составляет 823 В/м, плотность потока энергии - 0,18 Вт/см². Данные характеристики были выбраны на основе проведенных ранее исследований [26] и с учетом параметров экспериментальной установки.

Для модельной ячейки с сердечником из стеклянных волокон наблюдается аналогичная картина, однако менее выраженная и со сдвигом по времени.

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе рассмотрены результаты эксперимента СВЧ нагрева модели ячейки композиционного материала, представленной внешним слоем эпоксидной смолы и внутреннего сердечника из углеродных и стеклянных волокон. Сформулированы начальные предположения и требования к построению математической модели. Предложена начальная математическая модель, представляющая собой несвязанную задачу термоупругости, которая позволит определить распределение и изменение температуры в волокне. Проведены расчеты по построенной математической модели. Данное исследование является начальным и предполагает получение более качественных результатов, необходимых для понимания СВЧ воздействия на тепловые и волновые свойства композитного материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошкин Р.П. *Основные направления развития и совершенствования беспилотных авиационных систем.*
<http://spmagazine.ru/420>, дата последнего обращения 28.01.2017 г.
2. Каблов Е.Н. *Материалы и химические технологии для авиационной техники* // Вестник Российской академии наук. – 2012. – Т.82. – №6. – С.520-530.
3. Ким С. *Сырье → композиты → углеволокно* // The Chemical Journal. – 2014. – С.64-73.
4. Садовская Т.Г., Лукина Е.А. *Проблемы и перспективы реализации политики импортозамещения при формировании производственной кооперации по применению композиционных материалов в отечественном гражданском авиастроении на примере ОАО «Объединенная авиастроительная корпорация»* // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2014. – Вып.11. – С.1-12.
5. Дориомедов М.С. *Российский и мировой рынок полимерных композитов (обзор)* // Труды ВИАМ. – 2020. – №6-7(89). – С.29-37.
6. Михайлин Ю.А. *Конструкционные полимерные композиционные материалы.* 2-е изд. – СПб.: Научные основы и технологии, 2010. – 822 с.
7. Гуняев Г.М., Кривонос В.В., Румянцев А.Ф., Железина Г.Ф. *Полимерные композиционные материалы в конструкциях летательных аппаратов* // Конверсия и машиностроение. – 2004. – №4.
8. Brinkmann S. et al. *International Plastics Handbook the Resource for Plastics Engineers.* – Ed. Hanser, 2006. – 920 p.
9. Karbhari V.M. et al. *Structural characterization of fiber-reinforced composite short – and medium – span bridge systems* / ECCM-8 European conference on composite materials “Science, technologies and applications”. Naples – Italy, 1998. – Vol.2. – Pp.35-42.
10. Ajayan P.M., Schadler L.S., Braun P.V. *Nanocomposite Science and Technology.* – WILEY-VCH Verlag, 2003.
11. Ray S. Fertig, Douglas J. Kenik. *Predicting Composite Fatigue Life Using Constituent-Level Physics* / 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Denver, Colorado, 2011. – Pp.1-11.
12. Razali, Sultan M.T.H., Mustapha F., Yidris N., Ishak M.R. *Impact Damage on Composite Structures – A Review* // The International Journal Of Engineering And Science (IJES). – 2014. – Vol.3. – Iss.7. – Pp.8-20.
13. Serge Abrate. *Impact Ingeneering of Composite Structures.* – Springer Wien New York, 2011. – 409 p.
14. Luigi Nicolais, Michele Meo, Eva Milella. *Composite Materials: A Vision for the Future.* – Springer-Verlag London Limited, 2011. – 218 p.
15. Inderdeep Singh, Pramendra Kumar Bajpaia, Deepak Malika, Apurbba Kumar Sharma, Pradeep Kumara. *Feasibility study on microwave joining of “green” composites* // Akademeia. – 2011. – Vol.1(1). – ea0101.
16. Chernenko A., Mogilevich L., Popov V., Kondratov D., Popova E. *Mathematical modeling of hydroelastic interaction between stamp and three-layered beam resting on winkler foundation* // Studies in Systems, Decision and Control. – 2019. – Vol.199. – Pp.671-681. DOI: 10.1007/978-3-030-12072-6_54
17. Barulina M., Kondratov D., Galkina S., Markelova O. *Analytical solution for bending and free vibrations of an orthotropic nanoplate based on the new modified*

- couple stress theory and the third-order plate theory* // Journal of Mathematical and Fundamental Sciences. – 2022. – Vol.54. – No.1. – Pp.11-38.
18. Menéndez J.A., Arenillas A., Fidalgo B., Fernández Y., Zubizarreta L., Calvo E.G., Bermúdez J.M. *Microwave heating processes involving carbon materials* // Fuel Processing Technology. – 2010. – Vol.91(1). – Pp.1-34.
 19. Yiming Wang, Liuding Wang, Hongjing Wu. *Enhanced Microwave Absorption Properties of α -Fe₂O₃-Filled Ordered Mesoporous Carbon Nanorods* // Materials. – 2013. – Vol.6. – Pp.1520-1529. DOI:10.3390/ma6041520.
 20. Teawon Kim, Jaegun Lee, Kun-Hong Lee. *Microwave heating of carbon-based solid materials* // Carbon Letters. – 2014. – Vol.15. – No.1. – Pp.15-24.
 21. Bradshaw S.M., van Wyk E.J., de Swardt J.B. *Microwave heating principles and the application to the regeneration of granular activated carbon* // The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy. – 1998. – Pp.201-210.
 22. Museok Kwak *Microwave Curing of Carbon-Epoxy Composites: Process Development and Material Evaluation* / Imperial College London Department of Aeronautics. A thesis submitted to Imperial College London for the degree of Doctor of Philosophy, 2016. – 150 p.
 23. Zlobina I.V., Bekrenev N.V. *The influence of electromagnetic field microwave on physical and mechanical characteristics of CFRP (carbon fiber reinforced polymer) structural* // Solid State Phenomena. – 2016. – Vol.870. – Pp.101-106.
 24. Zlobina I.V. *The effect of processing in a SHF electromagnetic field on the parameters of vibro-wave processes generated by the impact of a solid body in cured polymer composite materials under influence of climate factors* / JOP Conference Series: Metrological Support of Innovative Technologies. – Krasnoyarsk, Russia, 2020. – 42045.
 25. Гаврилов М.А. *Особо плотные эпоксидные композиты на основе отходов производства: моногр.* – Пенза: ПГУАС, 2014. – 132 с.
 26. Злобина И.В., Бекренев Н.В. *Исследование кинетики нагрева углей и стеклопластика с учетом влияния СВЧ электромагнитного поля на температуру их компонентов* // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2022. – №2. – С.82-92.
 27. Kondratov D.V., Barulina M.A., Ulitin I.V., Bekrenev N.V., Zlobina I.V. *Principles of constructing a mathematical model of thermal heating of a composite under microwave exposure* // AIP Conference Proceedings. – 2023. – Vol.2999(1). – 020044. DOI:10.1063/5.0158357

REFERENCES

1. Koshkin R.P. *Osnovnye napravleniya razvitiya i sovershenstvovaniya bespilotnykh aviatsionnykh sistem [Main directions of development and improvement of unmanned aircraft systems]*. <http://spmagazine.ru/420>, date of last access: 01/28/2017
2. Kablov E.N. *Materials and chemical technologies for aviation technology*. Bulletin of the Russian Academy of Sciences, 2012, Vol.82, No.6, Pp.520-530.
3. Kim S. *Raw materials → composites → carbon fiber*. The Chemical Journal, 2014, Pp.64-73.
4. Sadovskaya T.G., Lukina E.A. *Problems and prospects for implementing the import substitution policy in the formation of industrial cooperation on the use of composite materials in the domestic civil aircraft industry using the example of*

United Aircraft Corporation JSC. Engineering Journal: Science and Innovation, 2014, Iss.11, Pp.1-12.

5. Doriomedov M.S. *Russian and world market of polymer composites (review)*. Proceedings of VIAM, 2020, No.6-7, Pp.29-37.
6. Mikhailin Yu.A. *Konstruksionnye polimernye kompozitsionnye materialy [Structural polymer composite materials]*. Sankt-Peterburg, Nauchnye osnovy i tekhnologii, 2010, 822 p.
7. Gunyaev G.M., Krivonos V.V., Rumyantsev A.F., Zhelezina G.F. *Polymer composite materials in aircraft structures*. Conversion and mechanical engineering, 2004, No.4, Pp.65-69.
8. Brinkmann S. et al. *International Plastics Handbook the Resource for Plastics Engineers*. Ed. Hanser, 2006, 920 p.
9. Karbhari V.M. et al. *Structural characterization of fiber-reinforced composite short – and medium – span bridge systems*. ECCM-8 European conference on composite materials “Science, technologies and applications”. Naples, Italy, 1998, Vol.2, Pp.35-42.
10. Ajayan P.M., Schadler L.S., Braun P.V. *Nanocomposite Science and Technology*. WILEY-VCH Verlag, 2003.
11. Ray S. Fertig, Douglas J. Kenik. *Predicting Composite Fatigue Life Using Constituent-Level Physics*. 52nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. Denver, Colorado, 2011, Pp.1-11.
12. Razali, Sultan M.T.H., Mustapha F., Yidris N., Ishak M.R. *Impact Damage on Composite Structures – A*. The International Journal Of Engineering And Science (IJES), 2014, Vol.3, Iss.7, Pp.8-20.
13. Serge Abrate. *Impact Ingeneering of Composite Structures*. Springer Wien New York, 2011, 409 p.
14. Luigi Nicolais, Michele Meo, Eva Milella. *Composite Materials: A Vision for the Future*. Springer-Verlag London Limited, 2011, 218 p.
15. Inderdeep Singh, Pramendra Kumar Bajpaia, Deepak Malika, Apurbba Kumar Sharma, Pradeep Kumara. *Feasibility study on microwave joining of “green” composites*. Akademeia, 2011, Vol.1(1). ea0101.
16. Chernenko A., Mogilevich L., Popov V., Kondratov D., Popova E. *Mathematical modeling of hydroelastic interaction between stamp and three-layered beam resting on winkler foundation*. Studies in Systems, Decision and Control, 2019, Vol.199, Pp.671-681. DOI: 10.1007/978-3-030-12072-6_54
17. Barulina M., Kondratov D., Galkina S., Markelova O. *Analytical solution for bending and free vibrations of an orthotropic nanoplate based on the new modified couple stress theory and the third-order plate theory*. Journal of Mathematical and Fundamental Sciences, 2022, Vol.54, No.1, Pp.11-38.
18. Menéndez J.A., Arenillas A., Fidalgo B., Fernández Y., Zubizarreta L., Calvo E.G., Bermúdez J.M. *Microwave heating processes involving carbon materials*. Fuel Processing Technology, 2010, Vol.91(1), Pp.1-34.
19. Yiming Wang, Liuding Wang, Hongjing Wu. *Enhanced Microwave Absorption Properties of α -Fe₂O₃-Filled Ordered Mesoporous Carbon Nanorods*. Materials, 2013, Vol.6, Pp.1520-1529. DOI:10.3390/ma6041520.
20. Teawon Kim, Jaegeun Lee, Kun-Hong Lee. *Microwave heating of carbon-based solid materials*. Carbon Letters, 2014, Vol.15, No.1, Pp.15-24.

21. Bradshaw S.M., van Wyk E.J., de Swardt J.B. *Microwave heating principles and the application to the regeneration of granular activated carbon*. The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy, 1998, Pp.201-210.
22. Museok Kwak *Microwave Curing of Carbon-Epoxy Composites: Process Development and Material Evaluation*. Imperial College London Department of Aeronautics. A thesis submitted to Imperial College London for the degree of Doctor of Philosophy, 2016, 150 p.
23. Zlobina I.V., Bekrenev N.V. *The influence of electromagnetic field microwave on physical and mechanical characteristics of CFRP (carbon fiber reinforced polymer) structural*. Solid State Phenomena, 2016, Vol.870, Pp.101-106.
24. Zlobina I.V. *The effect of processing in a SHF electromagnetic field on the parameters of vibro-wave processes generated by the impact of a solid body in cured polymer composite materials under influence of climate factors*. JOP Conference Series: Metrological Support of Innovative Technologies, Krasnoyarsk, Russia, 2020, 42045.
25. Gavrilov M.A. *Osobo plotnye ehpoksidnye kompozity na osnove otkhodov proizvodstva: monografiya [Particularly dense epoxy composites based on production waste]*. Penza, PGUAS, 2014, 132 p.
26. Zlobina I.V., Bekrenev N.V. *Study of the heating kinetics of coal and fiberglass taking into account the influence of the microwave electromagnetic field on the temperature of their components*. Bulletin of Saratov State Technical University, 2022, No.2, Pp.82-92.
27. Kondratov D.V., Barulina M.A., Ulitin I.V., Bekrenev N.V., Zlobina I.V. *Principles of constructing a mathematical model of thermal heating of a composite under microwave exposure*. AIP Conference Proceedings, 2023, Vol.2999(1), 020044. DOI:10.1063/5.0158357

Поступила в редакцию 17 ноября 2023 года.

Сведения об авторах:

Кондратов Дмитрий Вячеславович – д.ф.-м.н., доц., зав. каф. Информационная безопасность автоматизированных систем, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия; e-mail: kondratovdv@yandex.ru

Барулина Марина Александровна – д.ф.-м.н., ВРИО декана Механико-математического факультета, Пермский государственный национальный исследовательский университет; e-mail: marina@barulina.ru

Бекренев Николай Валерьевич – д.т.н., проф. кафедры Техническая механика и мехатроника, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия; e-mail: nikolaj.bekrenev@yandex.ru

Злобина Ирина Владимировна – к.т.н., доц. кафедры Техническая механика и мехатроника, Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., г. Саратов, Россия; e-mail: irinka_7@mail.ru