

УДК 539.371  
EDN BODQUU (<https://elibrary.ru/bodquu>)  
DOI 10.33113/mkmk.ras.2024.30.02.02



## ВЛИЯНИЕ ВЕЛИЧИН КОЭФФИЦИЕНТОВ ПУАССОНА НА ПРОЦЕСС РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В ИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛАХ\*

Кривошеина М.Н., Туч Е.В.

*ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН,  
г. Томск, Россия*

### АННОТАЦИЯ

В работе рассмотрено влияние экстремальных значений коэффициента Пуассона материала на процесс распространения упругих продольных волн и переход кинетической энергии в потенциальную и обратно в процессе удара о жесткую стенку цилиндров – от пластинчатой до стержневой форм при непрерывном изменении формфакторов. Показана зависимость интегральных характеристик процесса деформирования от коэффициента Пуассона материала у цилиндров различных геометрий и шаров. Моделирование ударного нагружения цилиндров по жесткой стенке выполнено с помощью динамического метода конечных элементов тетраэдральной формы в трехмерной постановке. Показана связь коэффициентов Пуассона с коэффициентами восстановления скорости цилиндров после удара тела о жесткую стенку и механизм существенного уменьшения коэффициентов восстановления скорости. При этом уменьшение коэффициентов восстановления скорости цилиндров после упругого удара о стенку не связано с потерями от выделения тепла, сопротивлением воздуха и малой пластической деформацией, так как они не учитываются в математической модели. Показаны принципиальные отличия процессов ударного нагружения цилиндров компактных форм и шаров, имеющих такой же диаметр. Целью работы было выявление формфакторов, чувствительных к экстремальным значениям коэффициентов Пуассона, определяющих переход кинетической энергии в потенциальную и обратно в процессе удара, а также на изменения волновых картин деформирования при ударном нагружении. Показано, что для изотропных материалов значения коэффициентов Пуассона определяют необходимость учета формфакторов и величины диапазонов формфакторов, в которых наблюдаются уменьшения коэффициентов восстановления скорости, а также невозможно устойчивое определение скоростей распространения упругих продольных волн или волн Похгаммера.

**Ключевые слова:** коэффициент Пуассона; распространение волн; упругость; деформирование; продольная волна; волна Похгаммера; геометрия образцов

## INFLUENCE OF POISSON'S RATIOS ON THE PROCESS OF PROPAGATION OF ELASTIC LONGITUDINAL WAVES IN ISOTROPIC MATERIALS

Krivosheina M.N., Tuch E.V.

\* Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН,  
тема номер FWRW-2021-0011.

### ABSTRACT

The work examines the influence of extreme values of the Poisson's ratio of the material on the process of propagation of elastic longitudinal waves and the transition of kinetic energy into potential energy and vice versa in the process of impact on a rigid wall of cylinders – from plate to rod forms with a continuous change in form factors. The dependence of the integral characteristics of the deformation process on the Poisson's ratio of the material for cylinders of various geometries and balls is shown. Modeling of impact loading of cylinders on a rigid wall was performed using the dynamic finite element method of tetrahedral shape in a three-dimensional statement. The relationship between Poisson's ratios and the recovery coefficients of cylinder speed after a body hits a rigid wall and the mechanism for a significant decrease in the recovery coefficients are shown. At the same time, the decrease in the recovery coefficients of the cylinder speed after an elastic impact on the wall is not associated with losses from heat release, air resistance and small plastic deformation, since they are not taken into account in the mathematical model. The fundamental differences between the processes of shock loading of cylinders of compact shapes and balls having the same diameter are shown. The aim of the work was to identify form factors that are sensitive to extreme values of Poisson's ratios, which determine the transition of kinetic energy into potential energy and back during impact, as well as to changes in wave patterns of deformation under impact loading. It is shown that for isotropic materials, the values of Poisson's ratios determine the need to take into account form factors and the size of the ranges of form factors in which decreases in the velocity recovery coefficients are observed, and it is also impossible to consistently determine the propagation velocities of elastic longitudinal waves or Pochhammer waves.

**Keywords:** Poisson's ratio; wave propagation; elasticity; deformation; longitudinal wave; Pochhammer wave; sample geometry

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение процесса распространения упругих волн в твердых телах необходимо для исследования процесса удара тела о жесткую стенку при создании машин ударного действия, для определения коэффициента восстановления после отделения тела от недеформируемой стенки [1,2], для исследования механических характеристик материалов с помощью ультразвуковых методов. В работах [3-7] показано, что геометрия образца существенно влияет на процесс распространения в нем упругих волн и это делает невозможным процесс исследования механических характеристик с помощью измерения скоростей распространения упругих волн в образцах кубических и компактных форм. Для измерения упругих характеристик материала, в том числе коэффициента Пуассона, необходимо учитывать формфакторы, зависящие от геометрии образца [8]. В последнее время материалы, характеризующиеся экстремальными значениями коэффициентов Пуассона, привлекают внимание для решения различных задач и, в особенности, задач с гашением энергии упругой деформации в элементах конструкций. Для этих целей конструируют анизотропные композиционные материалы и ауксетичные метаматериалы. Интерес к таким материалам подразумевает необходимость исследования влияния коэффициентов Пуассона на различные процессы деформирования. Коэффициенты Пуассона являются механическими характеристиками, определяющими только изменение объема материала

и в значительной мере определяющими скорость распространения продольной волны в безграничном материале. В большинстве изотропных материалов коэффициенты Пуассона определяются в диапазоне 0.25-0.35. Немногие материалы характеризуются значениями коэффициентов Пуассона от 0 до 0.25 и от 0.35 до 0.5 и в таких материалах можно наблюдать существенные отличия в волновых картинах деформирования и изменениях коэффициентов восстановления скорости после удара образца о жесткую стенку. В работе представлены результаты расчетов динамического нагружения цилиндров из изотропных материалов о жесткую стенку – кварцевого стекла, алюминия и латуни с целью исследования влияния значений коэффициентов Пуассона на процессы распространения упругих волн и процессы отделения образцов после удара. Величины итоговых скоростей образцов после отделения от стенки зависят от процессов изменения кинетической и потенциальной энергии в материале образца. В работе исследовано в какой мере коэффициентами Пуассона определяются эти процессы, а также определяются границы формфакторов, в которых невозможно измерение скоростей распространения упругих продольных волн. Традиционно полагают, что процессы ударов шара и компактного цилиндра с одинаковыми диаметрами и из одинаковых материалов по жесткой стенке аналогичны, что коэффициенты восстановления скорости у них одинаковы и близки к единице [9]. В работе показано, что у этих процессов наблюдаются заметные отличия. Показана определяющая роль коэффициентов Пуассона материала на волновые картины деформирования в пластинах, стержнях и цилиндрах компактных форм и, как следствие, на процессы их отделения от жесткой стенки после удара с кратным увеличением времени контакта. Статья открывает серию исследований влияния величин коэффициентов Пуассона на волновую картину деформирования элементов конструкций из изотропных, аусетичных анизотропных и аусетичных метаматериалов с различными формфакторами, а также на скорости распространения в них упругих и пластических волн.

## 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В ТЕЛАХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ФОРМ

Для исследования процесса распространения упругих волн моделируется ударное нагружение цилиндров и шаров из изотропных материалов о жесткую стенку. Задача решается в трехмерной постановке.

Модель упругой деформации изотропного материала цилиндра в условиях динамического нагружения включает в себя систему уравнений: уравнение неразрывности, уравнения движения сплошной среды [10], а также закона Гука. Соотношения закона Гука записаны с использованием величин полных напряжений и скоростей полных деформаций

$$\frac{D\sigma_{ij}}{Dt} = C_{ijkl}e_{kl}, \quad (1)$$

$C_{ijkl}$  – компоненты симметричного тензора упругих постоянных в расчетной системе координат;  $\sigma_{ij}$  – компоненты симметричного тензора напряжений,  $e_{ij}$  – компоненты симметричного тензора скоростей деформаций, где  $\frac{D}{Dt}$  – коротационная производная Яуманна [11].

В стержнях вдоль оси симметрии распространяется волна Похгаммера, скорость которой определяется по соотношению

$$C_E = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (2)$$

Скорость распространения упругих продольных волн в анизотропных материалах зависит от характеристик материала, определяющих только изменение объема и измеряемых в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. В изотропных материалах важную роль в значении скорости распространения продольной волны играет коэффициент Пуассона, определяющий поперечную деформацию. В изотропных материалах без влияния границ скорость упругой продольной волны вычисляется по соотношению

$$C_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad (3)$$

где  $C_l$  – скорость распространения продольной волны,  $C_E$  – скорость распространения волны Похгаммера в стержнях,  $\rho$  – плотность,  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

### 1.1. Постановка задачи.

В работе проведено моделирование процессов распространения упругих продольных волн в цилиндрах с помощью метода конечных элементов. Как было показано в работах [3-7], геометрия ударника оказывает значительное влияние на процесс распространения продольных упругих волн, также на этот процесс влияет коэффициент Пуассона. Поэтому в данной работе представлены результаты расчетов изменения волновых картин в цилиндрах с разными геометрическими параметрами в зависимости от коэффициентов Пуассона. Цилиндры имели одинаковые высоты –  $L = 50$  мм, но различные диаметры  $D$ : от 5 мм до 5000 мм, при этом отношение  $L/D$  (формфактор) меняется от значения 10 до 0.01.

### 1.2. Начальные и граничные условия.

Началом распространения упругой продольной волны по высоте цилиндра считается момент времени ( $t = 0$ ), когда между цилиндром и недеформируемой стенкой появится хотя бы одна общая точка

$$u_i(0) = v_i(0) = 0, \quad w_i(0) = V_0.$$

Здесь  $u_i, v_i, w_i$  – компоненты скорости в декартовой системе координат  $OXYZ$ .

Боковые поверхности цилиндра свободны от нагружения. На контакте цилиндра и жесткой стенки реализовано условие скольжения без трения. Начальная скорость ударного нагружения цилиндра о жесткую стенку  $V_0 = 50$  м/с, как и в работах [3,4]. В цилиндрах реализуются только упругие деформации. Дискретизация расчетной области выполнена с помощью регулярной сетки, в качестве элементов используются тетраэдры, их количество варьируется в зависимости от диаметра цилиндра в пределах 150000-250000. Задача решается

методом конечных элементов, модифицированным для решения задач в динамической постановке [12].

В результате ударного нагружения цилиндра о жесткую стенку возникает волна сжатия (рис.1), которая распространяется от контактной поверхности цилиндра к противоположной свободной поверхности. Максимальное изменение координаты точки свободной поверхности на оси симметрии цилиндра определяет момент выхода упругой продольной волны или волны Похгаммера. Отраженная от свободной поверхности волна растяжения возвращается к контактной поверхности с жесткой стенкой и приводит к отделению цилиндра.

На рис.1 представлена физическая постановка задачи, показаны цилиндры с регулярной сеткой. Цилиндры с малым диаметром, так называемой стержневой формы, т.к.  $L/D = 3$ . Далее, по мере увеличения диаметров, цилиндры приобретают форму, близкую к компактной, а затем пластинчатую.

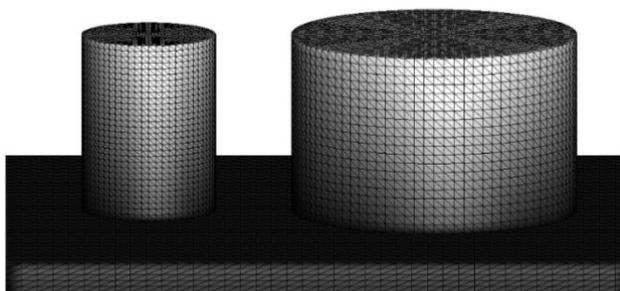


Рис.1. Схематичное изображение ударного нагружения цилиндров с различными диаметрами  $D$  и одинаковой высотой  $L$  о жесткую стенку с начальной скоростью  $V_0$ .

Для исследования влияния коэффициента Пуассона на процесс деформирования выбраны материалы с его малой величиной (кварцевое стекло), средней (алюминий) и большой (латунь). Технические характеристики алюминия составляют:  $E = 72$  ГПа,  $\nu = 0.33$ ,  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>, значения скоростей, полученные по формулам (2) и (3) равны –  $C_l = 6286$  м/с,  $C_E = 5164$  м/с. Свойства кварцевого стекла –  $E = 71.4$  ГПа,  $\nu = 0.1775$ ,  $\rho = 2200$  кг/м<sup>3</sup>, латуни –  $E = 99.4$  ГПа,  $\nu = 0.42$ ,  $\rho = 8500$  кг/м<sup>3</sup>.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ

### 2.1. Влияние геометрии ударника на коэффициент восстановления скорости.

В инженерной практике полагают [9], что отсутствует разница коэффициентов восстановления скоростей и времен контакта с жесткой стенкой шара и компактного цилиндра, имеющих одинаковые диаметры и равную диаметру высоту цилиндра (рис.2). Однако, с помощью численного моделирования в работе получено, что из-за влияния волновой картины деформирования, например, для алюминиевого шара, имеющего диаметр 10 мм, при ударе о жесткую стенку с начальной скоростью 10 м/с коэффициент восстановления близок к единице, время контакта до отделения составляет 17.2 мкс. При ударе алюминиевого компактного цилиндра о жесткую стенку коэффициент восстановления равен 0.798, а время контакта до полного отделения от нее – 4.66 мкс. При этом расстояние, которое проходит упругая волна

до момента отделения шара или цилиндра от жесткой стенки – одинаковое, а время контакта отличается в 3.69 раза. С увеличением скорости удара алюминиевого шара от 10 м/с до 50 м/с время контакта уменьшается в полтора раза – от 17.2 микросекунды до 12 микросекунд. Аналогичная ситуация складывается для шаров и цилиндров компактной формы из других изотропных материалов. При начальной скорости удара 10 м/с время контакта шара из кварцевого стекла с жесткой стенкой больше, чем время контакта цилиндра в 4.675 раза, из латуни – в 3.716 раза. У шаров коэффициенты восстановления скорости для всех материалов близки к единице, не зависят от коэффициента Пуассона материала, но наблюдается значительная зависимость времени контакта с жесткой стенкой от начальной скорости удара. У компактных цилиндров, а также цилиндров стержневых и пластинчатых форм время отделения от жесткой стенки не зависит от начальной скорости удара, но от коэффициента Пуассона материала зависит коэффициент восстановления скорости – чем меньше коэффициент Пуассона, тем выше коэффициент восстановления скорости. В модели не учитываются затраты энергии на пластическую деформацию, сопротивление воздуха и выделение тепла.

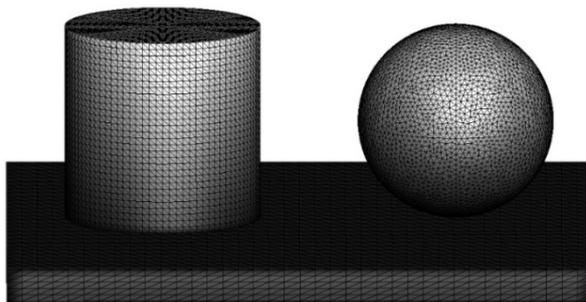


Рис.2. Схематичное изображение ударного нагружения компактного цилиндра и шарика одинаковыми диаметрами  $D$  и высотой  $L$  о жесткую стенку с начальной скоростью  $V_0$ .

## 2.2. Влияние коэффициентов Пуассона на распространение волн в цилиндрах.

Процессы деформирования цилиндров с различными геометриями отражают зависимости коэффициентов восстановления скоростей от формфакторов. На рис.2 эти зависимости показаны кривыми для цилиндров из кварцевого стекла, алюминия и латуни, характеризующихся малым, средним и большим значениями коэффициентов Пуассона для изотропных материалов. Уменьшение итоговой скорости цилиндров из латуни после отделений на 55% от начальной скорости удара объясняется затратой энергии на повторные отскоки отдельных точек цилиндра от жесткой стенки (до 6 раз). Повторные отскоки возникают на контактной поверхности из-за прихода от 3 до 5 слабых волн растяжения вместо одной волны растяжения. Эти волны возникают из-за разделения фронта упругой продольной волны сжатия на несколько более слабых волн из-за боковой разгрузки. Затем волны сжатия последовательно отражаются от свободной поверхности цилиндра в виде волн растяжения, амплитуды каждой из них недостаточно для итогового отделения точек цилиндра от жесткой стенки. Итоговое отделение всех точек цилиндра от жесткой стенки происходит с приходом последней волны растяжения. Дополнительно, в латуниевых цилиндрах с высоким значением коэффициента Пуассона (рис.3, сплошная кривая)

на контактной поверхности возникают временные непродолжительные отскоки некоторых точек, вызванные поперечными деформациями, во времена, когда волна сжатия еще не дошла до свободной поверхности.

В цилиндрах из материалов со средними значениями коэффициентов Пуассона, наблюдается уменьшение скоростей центров масс после их отделений от жесткой стенки, например, в алюминии на 40%. Уменьшение скорости объясняется наличием повторных отскоков некоторых точек цилиндров (до 3-4), вызванных разделением фронта упругой волны сжатия на 3-4 более слабые волны. Этот процесс увеличивает время контакта цилиндров и жесткой стенки и уменьшает кинетическую энергию цилиндра после его отделения от жесткой стенки.

В материалах с малыми значениями коэффициентов Пуассона уменьшение начальной скорости цилиндров минимально, повторные отскоки на оси симметрии цилиндров наблюдаются только по 2 раза и в цилиндрах с формфакторами от 2.2 до 3.3. В цилиндрах из кварцевого стекла (рис.3) уменьшение скоростей центров масс после их отделений от жесткой стенки относительно начальной скорости удара достигает только 13% в диапазоне изменения формфакторов  $L/D = (0.5-0.55)$ .

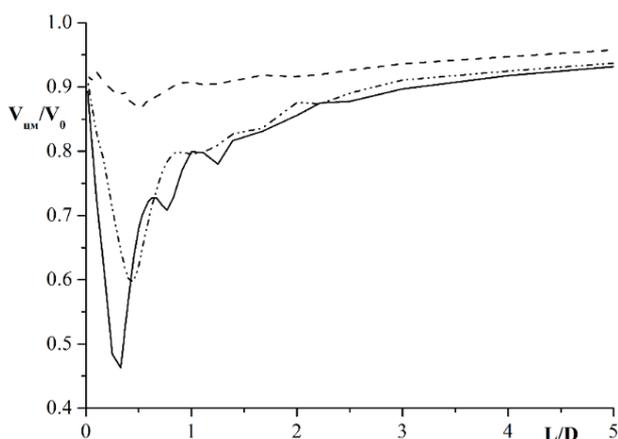


Рис.3. Относительные скорости центров масс цилиндров с различными формфакторами из разных материалов: штриховая линия – из кварцевого стекла, штрихпунктирная линия – из алюминия, сплошная линия – из латуни.

Из формул (2)-(3) следует, что  $C_l/C_E = \sqrt{\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}}$ . Скорость

продольной волны в кварцевом стекле на 4% выше скорости волны Похгаммера, в алюминии – на 22%, а в латуни – на 60%. На рис.4 показаны значения скоростей распространения продольных волн сжатия, определенных по выходу на свободную поверхность цилиндров с различными формфакторами. Кривые для скоростей продольных волн в алюминиевых и латуневых цилиндрах отличаются только количественно. В алюминиевых цилиндрах возможно измерение продольных волн при  $L/D < 0.67$ , а волн Похгаммера при  $L/D > 3$ , в латуневых цилиндрах при  $L/D < 0.4$  и при  $L/D > 3$ , соответственно. Диапазон изменения формфакторов, в которых невозможно измерение упругих продольных

или волн Похгаммера из-за зависимости результатов от  $L/D$ , в латуниевых цилиндрах –  $0.4 < L/D < 3$ .

В цилиндрах из кварцевого стекла не наблюдается резкого падения скорости продольной волны в образцах с формами, отличными от стержневых и пластин, есть и другое отличие. Устойчивый выход на свободную поверхность наблюдается в стержнях с формфактором  $L/D > 5$ . При  $0.8 < L/D < 4$  наблюдается приход двух волн на свободную поверхность вместо одной волны сжатия.

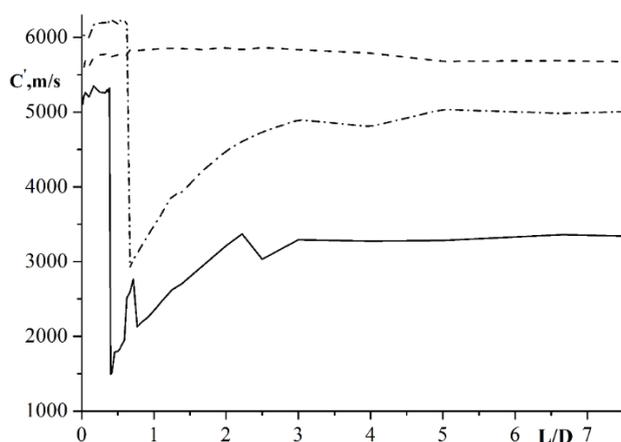


Рис.4. Скорости продольных волн, вычисленные по времени выхода на свободные поверхности цилиндров из разных материалов: штриховая линия – из кварцевого стекла, штрихпунктирная линия – из алюминия, сплошная линия – из латуни.

На рис.5 показаны аналогичные скорости продольных волн, вычисленные по времени прихода волн растяжения на контактную поверхность с жесткой стенкой цилиндров из кварцевого стекла, алюминия и латуни.

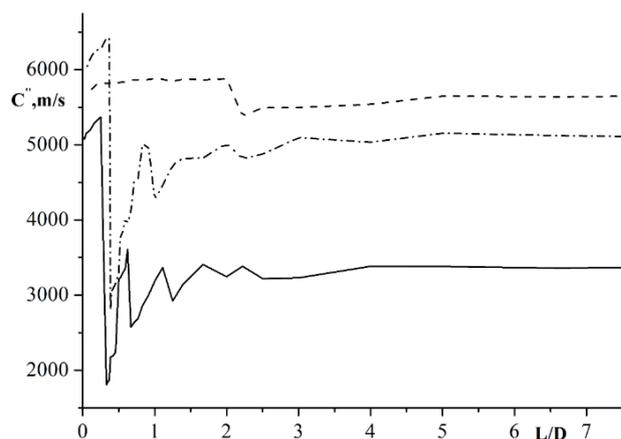


Рис.5. Скорости продольных волн, вычисленные по времени отскока цилиндров от жесткой стенки из разных материалов: штриховая линия – из кварцевого стекла, штрихпунктирная линия – из алюминия, сплошная линия – из латуни.

Значения скоростей продольных волн определяются по времени итогового отделения точек на оси симметрии от жесткой стенки. Например, для цилиндров из латуни в диапазоне изменения формфактора от 0.25 до 0.33 происходит увеличение времени контакта цилиндра и жесткой стенки с 18.6 мкс до 55.4 мкс,

то есть в 3 раза. Соответственно, скорость регистрируемой продольной волны уменьшается в 3 раза. Для цилиндров из кварцевого стекла есть только небольшой диапазон изменения формфакторов ( $2 < L/D < 2.5$ ), в котором из-за повторных отскоков точек цилиндров от жесткой стенки уменьшается скорость регистрируемой продольной волны на 9.4%. Максимальное количество повторных отскоков в центральной части цилиндров из кварцевого стекла на контакте с жесткой стенкой равно двум.

Для выявления роли коэффициента Пуассона в процессе деформирования цилиндров из латуни проведено численное моделирование деформирования цилиндров из модельного материала – псевдолатуни. В модельном материале модуль Юнга и плотность такие же как у латуни, а величина коэффициента Пуассона выбрана как у кварцевого стекла – 0.1775. На рис.6 показаны зависимости коэффициентов восстановления скоростей цилиндров с различными формфакторами из кварцевого стекла, псевдолатуни и латуни. Кривые, показанные пунктирной и штрихпунктирной линиями, полностью совпали, это отражает совпадение итоговых скоростей центров масс у цилиндров из кварцевого стекла и псевдолатуни из-за равенства у них величин коэффициентов Пуассона. И наоборот, итоговые скорости центров масс цилиндров из латуни и псевдолатуни имеют существенные отличия, несмотря на одинаковые модули Юнга и плотности. Этот результат демонстрирует факт, что значение коэффициента Пуассона является определяющим при переходе кинетической энергии цилиндров в потенциальную и снова в кинетическую. После отделения цилиндров от жесткой стенки часть упругой энергии остается в виде волн упругих деформаций, эта часть определяется только величиной коэффициента Пуассона. Максимальными значениями коэффициентов восстановления скорости, близкими к единице, характеризуются пластины и тонкие стержни.

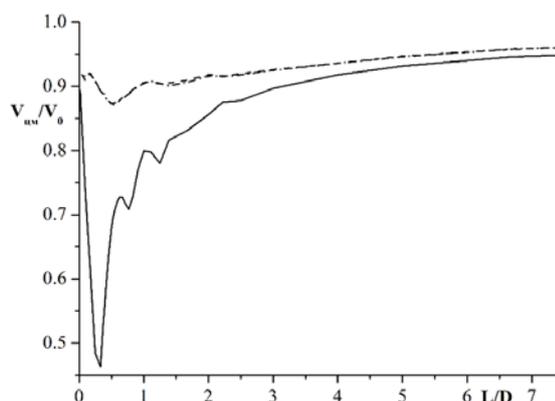


Рис.6. Относительные скорости центров масс цилиндров с различными формфакторами из разных материалов: пунктирная линия – из кварцевого стекла, штрихпунктирная линия – из псевдолатуни, сплошная линия – из латуни.

Графики зависимостей скоростей упругих продольных волн в цилиндрах из кварцевого стекла, псевдолатуни и латуни от формфакторов показаны на рис.7. Значения скоростей продольных волн различны, а волн Похгаммера в латуниевых и псевдолатуниевых цилиндрах совпадают из-за равенства их плотностей и модулей Юнга. В цилиндрах из псевдолатуни отсутствует диапазон

формфакторов, в котором наблюдались бы резкие изменения времен отделения цилиндров от жесткой стенки, как и в цилиндрах из кварцевого стекла.

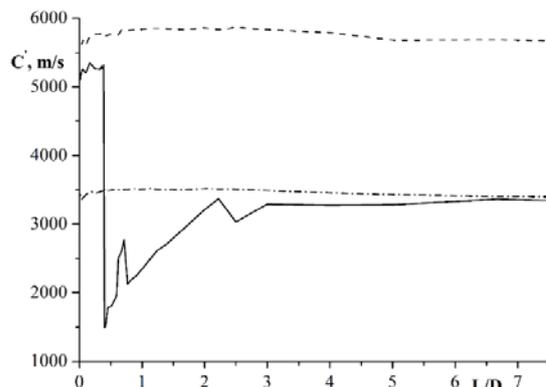


Рис.7. Скорости продольной волны, вычисленные по времени выхода на свободные поверхности цилиндров из разных материалов: пунктирная линия – из кварцевого стекла, штрихпунктирная линия – из псевдолатуни, сплошная линия – из латуни.

Зависимости скоростей продольных волн, вычисленные по пробегам волн сжатия и растяжения для цилиндров из кварцевого стекла, псевдолатуни и латуни в зависимости от формфакторов представлены на рис.8.

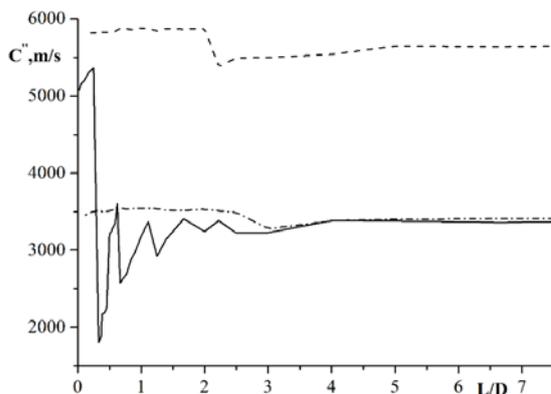


Рис.8. Скорости продольных волн, вычисленные по времени отскока цилиндров от жесткой стенки из разных материалов: пунктирная линия – из кварцевого стекла, штрихпунктирная линия – из псевдолатуни, сплошная линия – из латуни.

Как и на рис.7 в цилиндрах из латуни и псевдолатуни скорости волн Похгаммера совпадают при  $L/D > 3$ . По формам кривых при  $L/D < 3$  видно, что значения коэффициентов Пуассона играют определяющую роль в характере формы кривых и абсолютных значениях скоростей продольных волн. В пластинах ( $L/D < 0.25$ ) из псевдолатуни и латуни время контакта с жесткой стенкой отличается в 1.5 раза и стабилизируются. Этот факт является следствием отсутствия повторных отскоков от жесткой стенки в цилиндрах с пластинчатой формой. Характеры кривых значений скоростей распространения продольных волн в кварцевом стекле и псевдолатуни, близки, а значения скоростей распространения продольных волн различны из-за отличий в плотностях и модулях Юнга. На контактной поверхности цилиндров из кварцевого стекла

и псевдолатуни с жесткой стенкой повторные отскоки наблюдаются только из-за разделения упругой волны сжатия и только на 2 части. Диапазоны изменения формфакторов в цилиндрах из кварцевого стекла и псевдолатуни, в которых могут наблюдаться повторные отскоки на оси симметрии цилиндров близки:  $2.2 < L/D < 3.3$ .

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Диапазон изменения формфакторов, в которых невозможно надежное определение скоростей распространения упругих продольных волн или волн Похгаммера, в латуниевых цилиндрах составляет  $0.25 < L/D < 3$ . В диапазоне изменения формфактора  $0.25 < L/D < 3$  наблюдаются резкие изменения итоговых времен отделения точек цилиндров от жесткой стенки. Непродолжительные отскоки некоторых точек цилиндров возникают из-за прихода к контактной поверхности нескольких волн растяжения вместо одной. По мере достижения ими контактной поверхности с жесткой стенкой возникает серия кратковременных отскоков точек цилиндра от стенки. При ударе цилиндра из латуни о жесткую стенку при изменении его формфактора время контакта может скачком измениться в 3 раза, это определяется только величиной коэффициента Пуассона. В цилиндрах из материалов с большим значением коэффициента Пуассона (как в латуни) могут возникать дополнительные отскоки точек цилиндра от жесткой стенки из-за боковой разгрузки и значительных поперечных деформаций. Времена начала этих отскоков составляют 1-2 мкс, т.е. времена, когда волна сжатия не успела распространиться до свободной поверхности цилиндра. Этот эффект в латуниевых цилиндрах приводит к дополнительным потерям энергии, а в алюминиевых цилиндрах, со средним значением коэффициента Пуассона, не наблюдается.

Малая величина коэффициента Пуассона, используемая в псевдолатуни, приводит к большей устойчивости волновой картины деформирования, по сравнению с латунью, разделение фронта упругой волны происходит только на два, а не на четыре как в латуни, и диапазон изменения формфакторов, в которых невозможно измерение продольных и волн Похгаммера уменьшается. Исследование распространения упругой волны в модельном материале позволило выявить роль значения коэффициента Пуассона в разделении фронта упругой волны сжатия на несколько волн с различной амплитудой, а изменение времени контакта цилиндров с жесткой стенкой, уменьшение скорости центра масс после отделения и неустойчивость волновой картины деформирования в цилиндрах с различными формфакторами уже являются следствием этого процесса.

В материалах с малым значением коэффициента Пуассона отличия в величинах скоростей упругой продольной и волны Похгаммера малы (в кварцевом стекле 4%), переход от упругой продольной волны к волне Похгаммера происходит без кратных изменений величин скоростей измеряемых волн и значительных изменений коэффициента восстановления начальной скорости удара. При малом значении коэффициента Пуассона форма стержня для цилиндра определяется с  $L/D = 5$ , а не  $L/D = 3$ , как для распространенных материалов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Коэффициенты Пуассона в изотропных материалах определяют: коэффициенты восстановления скорости тел цилиндрической формы после упругого удара о стенку, величину диапазона формфакторов, в которых происходит резкое уменьшение скорости центра масс, наличие повторных отскоков от стенки некоторых частиц цилиндров, вызванных разделением фронта упругой волны на несколько волн меньшей амплитуды, наличие повторных отскоков некоторых точек цилиндра от стенки, вызванных поперечной деформацией в цилиндре вдоль жесткой стенки. В цилиндрах при  $L/D=1$  для всех материалов коэффициент восстановления скорости при ударе средний для материала. Величиной коэффициента Пуассона определяется количество волн, на которое разделяется фронт упругой продольной волны в телах цилиндрической формы. Коэффициентом Пуассона в значительной мере определяется процесс деформирования образца при ударе, но это проявляется для некоторых геометрий образцов. Увеличение значения коэффициента Пуассона приводит к увеличению диапазона формфакторов, в котором невозможно измерение скоростей распространения упругих продольных волн.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Tang T., Zhou W., Luo K., Tian Q. Haiyan Hu *Dynamic modeling and analysis of discontinuous wave propagation in a rod* // Journal of Sound and Vibration. – 2024. – Vol.569. – 117991.
2. Yang H., Zhou F., Li Y., Zheng Y. *Investigating the Taylor impact problem of an elastic rod using the Rayleigh-Love rod theory* // European Journal of Mechanics – A/Solids. – 2022. – Vol.93. – 104551.
3. Гулидов А.И., Баянов Е.В. *Распространение упругих волн в однородных по сечению круглых стержнях* // Прикладная механика и техническая физика. – 2011. – Т.52. – №5. – С.155-162.
4. Krivosheina M.N., Tuch E.V. *Transformation of a Longitudinal Elastic Wave into a Pochhammer Wave* // Phys. Mesomech. – 2023. – Vol.26. – No.4. – 477-482.
5. Adnan H. Nayfeh, Wael G. Abdelrahman. *An Approximate Model for Wave Propagation in Rectangular Rods and Their Geometric Limits* // Journal of Vibration and Control. – 2000. – Vol.6. – Pp.3-17.
6. Guo Peng, Zhang Lei, Lu Ke-pu, Duan Wen-shan. *Solution of nonlinear wave equation of elastic rod* // Appl. Math. Mech. – 2008. – Vol.29. – No.1. – Pp.61-66.
7. Peng Guo, Xiang Wu, and Liangbi Wang *New Solutions of Elastic Waves in an Elastic Rod under Finite Deformation* // Journal of Applied Mathematics. – 2014. – Vol.2014. – 495125.
8. Кулик В.М., Бойко А.В. *Физические основы методов измерения вязкоупругих свойств* // Прикладная механика и техническая физика. – 2018. – Т.5. – С.123-136.
9. Стихановский Б.Н., Стихановская Л.М. *Определение коэффициентов восстановления скоростей при ударе бойка по инструменту в узлах строительных и горных машин* // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. – 2017. – Т.6(58). – С.8-17.
10. Седов Л.И. *Механика сплошной среды. Т.1.* – М.: Наука, 1970. – 492 с.

11. Кривошеина М.Н., Кобенко С.В. *Программа расчета напряженного состояния элементов конструкций с учетом анизотропии упругих, пластических свойств, кинематического упрочнения материалов в условиях ударных нагрузений в трехмерной постановке* // Федеральная служба по интеллектуальной собственности. Государственная регистрация программы для ЭВМ. – №2021681097 от 17.12.2021.
12. Anderson Ch.E., Cox P.A., Johnson G.R., Maudlin P.J. *A constitutive formulation for anisotropic materials suitable for wave propagation computer programs–II*. Computational Mechanics. – 1994. – Vol.15. – Pp.201-223.

## REFERENCES

1. Tang T., Zhou W., Luo K., Tian Q. Haiyan Hu. *Dynamic modeling and analysis of discontinuous wave propagation in a rod*. Journal of Sound and Vibration, 2024, Vol.569, 117991.
2. Yang H., Zhou F., Li Y., Zheng Y. *Investigating the Taylor impact problem of an elastic rod using the Rayleigh-Love rod theory*. European Journal of Mechanics – A/Solids, 2022, Vol.93, 104551.
3. Gulidov A.I., Bayanov E.V. *Rasprostranenie uprugikh voln v odnorodnykh po secheniyu kruglykh sterzhnyakh [Propagation of elastic waves in round rods of uniform cross-section]*. Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika, 2011, Vol.52, No.5, Pp.155-162.
4. Krivosheina M.N., Tuch E.V. *Transformation of a Longitudinal Elastic Wave into a Pochhammer Wave*. Phys. Mesomech., 2023, Vol.26, No.4, Pp.477-482.
5. Adnan H. Nayfeh, Wael G. Abdelrahman *An Approximate Model for Wave Propagation in Rectangular Rods and Their Geometric Limits*. Journal of Vibration and Control, 2000, Vol.6, Pp.3-17.
6. Guo Peng, Zhang Lei, Lu Ke-pu, Duan Wen-shan. *Solution of nonlinear wave equation of elastic rod*. Appl. Math. Mech., 2008, Vol.29, No.1, Pp.61-66.
7. Peng Guo, Xiang Wu, and Liangbi Wang *New Solutions of Elastic Waves in an Elastic Rod under Finite Deformation*. Journal of Applied Mathematics, 2014, Vol.2014, 495125.
8. Kulik V.M., Bojko A.V. *Fizicheskie osnovy metodov izmereniya vyazkouprugikh svoystv [Physical basis of methods for measuring viscoelastic properties]*. Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika, 2018, Vol.5, Pp.123-136.
9. Stihanovskij B.N., Stihanovskaya L.M. *Opreделение koehffitsientov vosstanovleniya skorostej pri udare bojka po instrumentu v uzlakh stroitel'nykh i gornyx mashin [Determination of speed recovery coefficients when the striker strikes a tool in the units of construction and mining machines]*. Vestnik Sibirskoj gosudarstvennoj avtomobil'no-dorozhnoj akademii, 2017, Vol.6(58), Pp.8-17.
10. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoj sredy. T.1 [Continuum mechanics. Vol.1]*. Moskva, Nauka, 1970, 492 p.
11. Krivosheina M.N., Kобенко S.V. *Programma rascheta napryazhennogo sostoyaniya ehlementov konstruksij s uchetom anizotropii uprugikh, plasticheskikh svoystv, kinemacheskogo uprochneniya materialov v usloviyakh udarnykh nagruzhenij v trekhmernoj postanovke [A program for calculating the stressed state of structural elements taking into account the anisotropy of elastic and plastic properties, kinematic hardening of materials under shock loading conditions in a three-dimensional formulation]*. Federal'naya sluzhba po intellektual'noj

sobstvennosti. Gosudarstvennaya registratsiya programmy dlya EHVM. №2021681097 ot 17.12.2021.

12. Anderson Ch.E., Cox P.A., Johnson G.R., Maudlin P.J. *A constitutive formulation for anisotropic materials suitable for wave propagation computer programs–II*. Computational Mechanics, 1994, Vol.15, Pp.201-223.

*Поступила в редакцию 03 марта 2024 года.*

---

Сведения об авторах:

Кривошеина Марина Николаевна – д.ф.-м.н., доц., в.н.с., ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск, Россия; e-mail: [marina@ispms.ru](mailto:marina@ispms.ru)

Туч Елена Владимировна – к.ф.-м.н., н.с., ФГБУН Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, г. Томск, Россия; e-mail: [tychka2012@mail.ru](mailto:tychka2012@mail.ru)