



ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОСТИ НА УДАРНУЮ ФРАГМЕНТАЦИЮ КОМПАКТНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Мягков Н.Н., Шумихин Т.А.

ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва Россия

АННОТАЦИЯ

В трехмерной (3D) постановке, мы рассматриваем задачу об ударной фрагментации двух одинаковых алюминиевых сфер, чувствительных к скорости деформации, движущихся навстречу друг другу по прямой, соединяющей их центры, с одинаковой по величине скоростью V в лабораторной системе координат. Мы используем анализ размерностей и численное моделирование полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела (МДТТ) методом гладких частиц (SPH) с использованием вязкопластической модели Джонсона-Кука, чтобы изучить поставленную задачу. Делается предположение о полной автомодельности задачи по безразмерному параметру эффективной скорости деформации $\dot{\epsilon}_{eff}$, которое проверяется численным моделированием. В результате мы рассматриваем и сравниваем два случая, соответствующие высокоскоростному $\dot{\epsilon}_{eff} \gg 1$ и низкоскоростному нагружению $\dot{\epsilon}_{eff} \ll 1$. Размер каждой сферы характеризуется общим числом N_{tot} SPH-частиц, аппроксимирующих сферу кубической решеткой. Предположение о полной автомодельности по параметру $\dot{\epsilon}_{eff}$ подтверждается численным моделированием, по крайней мере, на физическом уровне строгости. Показано, что для конечного N_{tot} пороговая скорость фрагментации при высокоскоростном нагружении $V_{c\infty}$ превышает таковую при низкоскоростном нагружении V_{c0} , т.е. $V_{c\infty} > V_{c0}$. Расчеты показывают слабое различие между V_{c0} и $V_{c\infty}$, которое составляет всего 1-3%. Кроме того, мы находим, что кумулятивные распределения по массам при низкоскоростном и высокоскоростном нагружении практически совпадают в области малых и средних масс, а различаются только в области больших масс. Таким образом, можно утверждать, что вязкопластичность оказывает слабое влияние на фрагментацию сферы.

Ключевые слова: ударная фрагментация; модель Джонсона-Кука; вязкопластичность; пороговая скорость; анализ размерностей; метод SPH

THEORETICAL ASSESSMENT OF THE INFLUENCE OF VISCOPLASTICITY ON IMPACT FRAGMENTATION OF COMPACT SOLIDS

Myagkov N.N., Shumikhin T.A.

Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

ABSTRACT

In a three-dimensional (3D) formulation, we consider the problem of impact fragmentation of two identical aluminum spheres, sensitive to strain rate, moving towards each other along a straight line connecting their centers, with the same speed V in the laboratory coordinate system.

We use dimensional analysis and numerical simulations of the full system of deformable solid mechanics equations by the use of the smooth particle method (SPH) using the Johnson-Cook viscoplastic model to study the problem at hand. An assumption is made about the complete self-similarity of the problem with respect to the dimensionless parameter effective strain rate $\dot{\epsilon}_{eff}$, which is verified by numerical simulation. As a result, we consider and compare two cases corresponding to high-speed $\dot{\epsilon}_{eff} \gg 1$ and low-speed loading $\dot{\epsilon}_{eff} \ll 1$. The size of each sphere is characterized by the total number of SPH particles N_{tot} , which approximate the sphere with a cubic lattice. The assumption of complete self-similarity in the parameter $\dot{\epsilon}_{eff}$ is confirmed by numerical modeling, at least at the physical level of rigor. It is shown that for finite N_{tot} the threshold fragmentation rate under high-speed loading $V_{c\infty}$ exceeds that under low-speed loading V_{c0} , i.e. $V_{c\infty} > V_{c0}$. The simulations show a slight difference between $V_{c\infty}$ and V_{c0} , which is only 1-3%. In addition, we find that the cumulative mass distributions under low-speed and high-speed loading are almost identical in the region of low and medium masses, and differ only in the region of high masses. Thus, it can be argued that viscoplasticity has little effect on sphere fragmentation.

Keywords: impact fragmentation; Johnson-Cook model; viscoplasticity; threshold velocity; dimensional analysis; SPH method

ВВЕДЕНИЕ

Динамическая фрагментация твердых тел, вызванная ударом, изучается в течение многих лет. Типичные экспериментальные ситуации, в которых имеет место это явление, соответствуют столкновениям тяжелых ядер в атомной физике [1-2], столкновениям компактных макроскопических тел [3-4] и фрагментации ударника при высокоскоростном пробитии тонкого экрана [5-10]. Последнее, как известно, представляет значительный интерес в связи с необходимостью построения защиты космических аппаратов от метеороидов и орбитального мусора.

В физической литературе переход от состояния поврежденности к состоянию фрагментации при изменении некоторого внешнего параметра часто называют критическим, так как оно имеет пороговый характер. В задачах высокоскоростного соударения тел таким внешним параметром является скорость удара V , пороговое (критическое) значение скорости удара будем обозначать через V_c .

Возможное критическое поведение во время фрагментации первоначально было проанализировано в рамках проблемы ядерных столкновений при умеренных энергиях [1,2] с использованием подхода, основанного на подобию наблюдаемого распределения фрагментов и предсказаний известных теорий критических явлений, например, теорией перколяции. Позже эти методы были применены для изучения фрагментации механических систем [4,10-15]. Гипотеза о критическом поведении при переходе от повреждения к фрагментации была

подтверждена для механических систем различного типа как экспериментальными исследованиями [11,14,5], так и компьютерным моделированием [4,15].

Несмотря на достаточное число экспериментальных и теоретических работ, многие вопросы здесь остаются открытыми. Одним из них является вопрос об ударной фрагментации тел, свойства которых чувствительны к скорости деформации. В данной статье делается попытка прояснить эту проблему для случая вязкопластичного тела, используя как анализ размерностей, так и численное моделирование методом гладких частиц (SPH).

Молекулярная динамика (MD) [12,16], модели дискретных элементов (DEM) [4,17,18] и метод SPH [10,13,15] используются в настоящее время для численного моделирования фрагментации. Выбор упрощенных моделей MD и DEM для анализа высокоскоростной ударной фрагментации мотивирован отсутствием надежных моделей и сложностью описания эффектов с точки зрения континуума, а именно пластичности, разрушения и фазовых переходов. Между тем для моделирования методом MD требуется только знание потенциала взаимодействия между частицами. В рамках DEM твердое тело представляет собой совокупность связанных элементов, позволяющих реалистично моделировать микроструктуру материалов и условия нагружения. В то время как использование метода SPH позволяет проводить моделирование на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела (МДТТ).

Важной особенностью метода SPH является то, что задаваемая решетка SPH-частиц должна быть как можно более регулярной и не содержать больших расхождений для выполнения наиболее точного моделирования [19,20]. Поэтому при расчете SPH расчетная область, как правило, дискретизируется кубической решеткой, в узлах которой расположены SPH-частицы.

В данной статье мы рассматриваем задачу об ударной фрагментации двух одинаковых алюминиевых сфер диаметра D , движущихся навстречу друг другу по прямой, соединяющей их центры. Модуль начальной скорости сфер V , который интерпретируется как скорость удара, представляет собой скорость каждой сферы в лабораторной системе координат. В силу симметрии задачи достаточно рассмотреть фрагментацию одной сферы, поместив плоскость симметрии в центр масс двух сфер. Все данные о фрагментации, приведенные в статье, относятся к одной сфере.

Мы используем анализ размерностей [21,22] для изучения масштабных свойств при фрагментации сферы. Численное моделирование фрагментации выполняется методом SPH в трехмерной (3D) постановке [20] на основе уравнений МДТТ. Поведение материала описывается уравнением состояния Ми-Грюнайзена и вязкопластичной моделью Джонсона-Кука для предела текучести. Использование модели Джонсона-Кука позволяет учесть отклик системы на скорость деформации.

1. АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Для материала, чувствительного к скорости деформации, помимо размерных параметров плотности ρ_0 , предела текучести Y_0 , модуля упругости E , модуля сдвига G , удельной теплоемкости C_v , начальной температуры T_0 и температуры плавления T_m и динамического предела прочности при растяжении σ_p , необходимо учитывать параметр скорости деформации $\dot{\epsilon}_0$, который является

параметром определяющего уравнения и, вообще говоря, определяется экспериментально. Кроме того, задача включает в себя диаметр сферы D , начальную скорость удара V и период a кубической решетки SPH-частиц, посредством которой сфера дискретизируется. Заметим, что параметры ρ_0 , Y_0 и V не являются размерно-независимыми и из них нельзя извлечь параметр длины. Выберем четыре параметра с независимыми размерностями Y_0 , V , D и T_0 . Тогда средней массы фрагмента M_{avr} можно записать

$$M_{avr} = m_{tot} \cdot Q_1(K, N_{tot}^{-1}, \dot{\epsilon}_{eff}, \Pi), \quad (1)$$

где $m_{tot} = \frac{1}{6} \pi \rho_0 D^3$ – начальная масса сферы и N_{tot} – полное количество SPH-частиц в каждой сфере; $\dot{\epsilon}_{eff} = \frac{V}{\dot{\epsilon}_0 D}$ – эффективная скорость деформации при ударе,

$\Pi = \left\{ \frac{C_v T_0 \rho_0}{Y_0}, \frac{T_m}{T_0}, \frac{\sigma_p}{Y_0}, \frac{E}{Y_0}, \frac{G}{Y_0} \right\}$ – набор безразмерных параметров, в которые

не входят V , D и безразмерный параметр $K = \frac{\rho_0 V^2}{Y_0}$. В (1), мы учли,

что $\frac{a}{D} \sim (N_{tot})^{-1/3}$ и $\frac{C_v T_0}{V^2} = \frac{C_v T_0 \rho_0}{Y_0} \cdot K^{-1}$.

Мы видим (1), что естественным параметром, характеризующим размер системы, является N_{tot} . Причем изменение N_{tot} может происходить не только из-за изменения диаметра сферы D , но и из-за изменения периода решетки a . Однако отметим, что предельный переход $N_{tot} \rightarrow \infty$ может соответствовать только $D \rightarrow \infty$, но не $a \rightarrow 0$.

Вычисления средней массы фрагмента M_{avr} обычно выполняются для исследования перехода повреждение-фрагментация при изменении скорости удара [4,10,13,15]. Она определяется как среднее (обозначается $\langle \cdot \rangle$)

$$M_{avr} = \langle M_2^j / M_1^j \rangle, \quad (2)$$

где M_1^j и M_2^j – первый и второй моменты распределения фрагментов по массам в j -ом моделировании (событии) фрагментации: $M_k^j(V) = \sum_m m^k n^j(m, V) - m_{\max, j}^k$,

где $n^j(m, V)$ и $m_{\max, j}$ – число фрагментов с массой m и масса наибольшего фрагмента в j -ом моделировании при скорости удара V (сумма пробегает по всем массам фрагментов). Отметим, что вклад массы наибольшего фрагмента m_{\max} вычитается из M_k . Усреднение в (2) проводится по большому числу моделирований при каждой скорости удара. Среднее кумулятивное распределение по массам, которое в дальнейшем будем обозначать N_{avr} , определяется аналогичным образом.

Уравнение вида (1) можно также записать для пороговой (критической) скорости удара V_c

$$K_c = Q_2(N_{tot}^{-1}, \dot{\epsilon}_{eff}, \Pi), \quad (3)$$

где $K_c = \frac{\rho_0 V_c^2}{Y_0}$. Среднее кумулятивное распределение фрагментов по массам N_{avr}

зависит еще и от массы фрагмента m

$$N_{avr} = Q_3 \left(K, \frac{m}{m_{tot}}, N_{tot}^{-1}, \dot{\epsilon}_{eff}, \Pi \right). \quad (4)$$

Сейчас мы рассматриваем параметр $\dot{\epsilon}_{eff}$ в Q_i ($i=1,2,3$) (1)-(4).

На физическом уровне строгости некоторый безразмерный параметр считается значимым, т.е. фактически определяющим явление, если он не слишком велик и не слишком мал. В противном случае часто предполагается, что влиянием этого параметра можно пренебречь. В нашем случае это рассуждение справедливо, если существуют конечные пределы функций Q_i в (1)-(4), когда параметр $\dot{\epsilon}_{eff}$ стремится к нулю или бесконечности, а другие параметры подобия остаются постоянными. Как правило, на практике для достаточно малых или достаточно больших $\dot{\epsilon}_{eff}$ функции Q_i можно с необходимой точностью заменить функциями, включающими аргументы без $\dot{\epsilon}_{eff}$. Другими словами, мы предполагаем полную автомодельность задачи по параметру $\dot{\epsilon}_{eff}$ [22]. Таким образом, из (1)-(4) мы имеем

$$(M_{avr})_{\infty} = m_{tot} \cdot Q_1(K, N_{tot}^{-1}, \infty, \Pi), \quad (5)$$

$$(M_{avr})_0 = m_{tot} \cdot Q_1(K, N_{tot}^{-1}, 0, \Pi),$$

$$K_{c\infty} = Q_2(N_{tot}^{-1}, \infty, \Pi), \quad (6)$$

$$K_{c0} = Q_2(N_{tot}^{-1}, 0, \Pi)$$

$$(N_{avr})_{\infty} = Q_3 \left(K, \frac{m}{m_{tot}}, N_{tot}^{-1}, \infty, \Pi \right), \quad (7)$$

$$(N_{avr})_0 = Q_3 \left(K, \frac{m}{m_{tot}}, N_{tot}^{-1}, 0, \Pi \right).$$

В (5)-(7) мы обозначили предельные случаи, соответствующие высокоскоростному ($\dot{\epsilon}_{eff} \gg 1$) и низкоскоростному ($\dot{\epsilon}_{eff} \ll 1$) нагружению нижними индексами ∞ и 0 , соответственно. Здесь прослеживается аналогия с механикой неравновесных процессов [23], где для таких предельных случаев используются термины «замороженный» и «равновесный» процесс.

Видно, что $(M_{avr})_{\infty}$, $(N_{avr})_{\infty}$, $(M_{avr})_0$ и $(N_{avr})_0$ при фиксированном наборе безразмерных параметров Π обладают свойством масштабной инвариантности при изменении параметров a и D , так как $\frac{a}{D} \sim (N_{tot})^{-1/3}$ в (5) и (7).

Как будет видно из моделирований для конечного N_{tot} , пороговая скорость фрагментации при высокоскоростном нагружении превышает таковую при низкоскоростном нагружении, т.е.

$$K_{c\infty} > K_{c0} \quad \text{или} \quad V_{c\infty} > V_{c0}. \quad (8)$$

Заметим, что при неограниченном увеличении N_{tot} пороговые скорости $V_{c\infty}(N_{tot})$ и $V_{c0}(N_{tot})$ должны стремиться к одному пределу $V_c(\infty)$, который является пороговой скоростью фрагментации для сферы бесконечного диаметра с бесконечным числом SPH-частиц ($D, N_{tot} \rightarrow \infty$). Действительно, из определения

$$\dot{\epsilon}_{eff} = \frac{V}{\dot{\epsilon}_0 D}$$
 видно, что каким бы малым мы не взяли $\dot{\epsilon}_0$, изначально большое $\dot{\epsilon}_{eff}$

будет уменьшаться с неограниченным ростом D при $N_{tot} \rightarrow \infty$. Следовательно, при предельном переходе $N_{tot} \rightarrow \infty$ мы имеем $\dot{\epsilon}_{eff} \rightarrow 0$ для обоих случаев в (6) и $V_c(\infty)$ должно принимать одно и то же значение, соответствующее очень медленному («равновесному») нагружению. Этот вывод подтверждается численным моделированием, проведенным нами в работе [3].

Таким образом, большие эффективные скорости деформации $\dot{\epsilon}_{eff} \gg 1$ имеет смысл рассматривать для шара диаметром $D \ll V/\dot{\epsilon}_0$ при достаточно малом $\dot{\epsilon}_0$.

2. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И МОДЕЛЬ МАТЕРИАЛА

Мы рассматриваем задачу об ударной фрагментации двух одинаковых алюминиевых сфер, движущихся навстречу друг другу по прямой, соединяющей их центры, с одинаковой по величине скоростью V . Напомним, что в силу симметрии задачи мы рассматриваем дробление одной сферы, помещая плоскость симметрии в центр масс двух сфер. Все данные о фрагментации, приведенные в статье, относятся к одной сфере.

Численное моделирование в трехмерной геометрии было основано на полной системе уравнений МДТТ и выполнено с использованием метода SPH, реализованного в программном пакете LS-DYNA версии 971 [20]. Расчеты проводились для сфер диаметром $D = 6.35, 8.10, 9.6, 11.19$ и 12.27 мм с числом частиц SPH $N_{tot} = 17269, 35825, 59757, 94533$ и 124800 (N_{tot} соответствует одной сфере). Обозначим через m_{tot} массу сферы, $m_{tot} = N_{tot} m_0$, где m_0 – масса одной частицы SPH (т.е. масса минимального фрагмента, который может образоваться в результате фрагментации). Во всех задачах вычисления производились до момента времени, когда распределение фрагментов по массам можно считать стационарным. В зависимости от диаметра сферы, как показали предварительные расчеты, это время составляет $t_{st} = 70 \div 120$ мкс после соударения. Исходными данными для программы поиска фрагментов являлись 3D координаты всех SPH частиц в момент времени t_{st} . Результаты расчетов усреднялись по ансамблю моделирований (расчетов), соответствующих одному и тому же значению скорости соударения V . Более детальная информация о методике определения t_{st} и алгоритме поиска фрагментов дана в [10,13,15].

Модель материала аналогична той, которая была использована нами в работе [13]. Рассматриваемые скорости удара значительно ниже тех, при которых алюминий начинает плавиться [13], но возникающие напряжения превышают предел упругости материала, и имеет место пластическое течение. Режим пластического течения регулируется правилом течения Прандтля-Рейсса

с условием текучести Мизеса [20]. Уравнение состояния Ми-Грюнайзена и вязкопластичная модель Джонсона-Кука

$$Y = \left(Y_0 + B (\bar{\varepsilon}^p)^n \right) \cdot \left(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^* \right) \cdot \left(1 - (T^*)^m \right) \quad (9)$$

для предела текучести были взяты в качестве определяющих уравнений. В (9) обозначено: $\bar{\varepsilon}^p$ – эффективная пластическая деформация; $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}^p / \dot{\varepsilon}_0$ – безразмерная скорость эффективной пластической деформации, где $\dot{\varepsilon}_0$ – параметр, задаваемый при моделировании; $T^* = (T - T_0) / (T_m - T_0)$, где T_0 – начальная температура и T_m – температура плавления.

Основные данные для сплава алюминия, использованные нами при численном моделировании, даны в Таблице 1, где ρ_0 – начальная плотность материала, E – упругий модуль, G – модуль сдвига, σ_p – динамический предел прочности на разрыв, k – коэффициент в ударной адиабате $D_{sw} = c_0 + k * U$, Γ – коэффициент Грюнайзена, который предполагается постоянным. Параметры модели Джонсона-Кука Y_0, B, C, n, m и T_m в (9) были взяты нами из работы [24] (см., табл.2). Расчеты были произведены для двух значений параметра $\dot{\varepsilon}_0 = 1$ и 10^6 с^{-1} .

Таблица 1.

Параметры материала.

Материал	$\rho_0, \text{ г/см}^3$	$E, \text{ ГПа}$	$G, \text{ ГПа}$	$\sigma_p, \text{ ГПа}$	k	Γ	$C_V, \text{ кДж/(кг}\cdot\text{°К)}$
Сплав алюминия	2.71	72.8	27.3	1.15	1.34	2.0	0.875

Таблица 2.

Параметры модели Джонсона-Кука [24].

	$\rho_0, \text{ г/см}^3$	Теплоемкость, кДж/(кг·°К)	$A, \text{ МПа}$	$B, \text{ МПа}$	C	n	m	$T_m, \text{ К}^0$	$T_0, \text{ К}^0$
Сплав алюминия	2.71	0.875	337	343	0.01	0.41	1.0	875	293

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.1. Картины фрагментации.

Типичные картины облака фрагментов в момент времени t_{st} после удара, когда распределение по массам становится стационарным, показаны на примере шара диаметром 11.19 мм на рис.1. Они даны при различных начальных углах $\Delta\phi_i$ поворота дискретизированного шара относительно плоскости симметрии задачи. Скорость соударения была $V_c = 0.515 \text{ км/сек}$, что соответствует пороговой скорости фрагментации (см. табл.3).

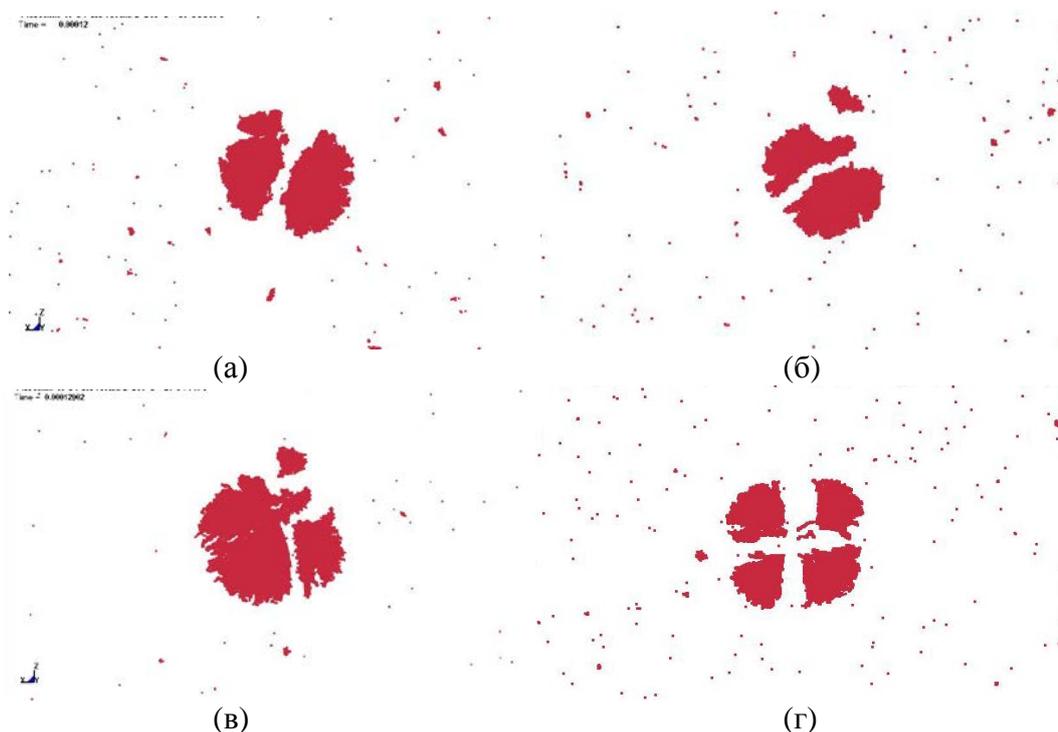


Рис.1. Картины фрагментации алюминиевого шара диаметром 11.19 мм при скорости соударения $V_c = 0.515$ км/сек в момент $t_{sr} = 100$ мкс при различных начальных углах поворота дискретизированного шара относительно плоскости симметрии задачи. Углы поворота $\Delta\phi_i = (1/3)\pi$, $(1/7)\pi$, $(1/9)\pi$ и $(1/10)\pi$, соответствуют обозначениям (а-г). Плоскость рисунка параллельна плоскости симметрии задачи.

3.2. Полная автоточность по эффективной скорости деформации $\dot{\epsilon}_{eff} = \frac{V}{\dot{\epsilon}_0 D}$.

В этом и следующем разделе с помощью численного моделирования мы проверяем предположения, сделанные в разделе 1.

С помощью численного решения невозможно смоделировать предельный переход $\dot{\epsilon}_{eff} \rightarrow \infty$ или $\dot{\epsilon}_{eff} \rightarrow 0$. Однако можно показать, что для малых и больших $\dot{\epsilon}_{eff}$ значения $(M_{avr})_\infty$, $(N_{avr})_\infty$, $(M_{avr})_0$ и $(N_{avr})_0$ в (5)-(7) не стремятся к нулю или бесконечности, а принимают разные конечные значения.

Расчеты проводились для сфер диаметром $D = 6.35 \div 12,7$ мм и двух значений $\dot{\epsilon}_0 = 1$ и 10^6 с⁻¹. Характерная скорость удара $V \approx 0.6$ км/с. Таким образом, этим двум значениям $\dot{\epsilon}_0$ соответствуют примерно $\dot{\epsilon}_{eff} \approx 5 \cdot 10^4$ и $5 \cdot 10^{-2}$. Результаты расчета для $D = 6.35$ мм ($N_{tot} = 17269$) показаны на рис.2 для средних масс фрагментов, а также для средних кумулятивных распределений фрагментов по массам при пороговых скоростях удара $V_{c\infty}$ и V_{c0} . Видно, что $(M_{avr})_\infty$ и $(M_{avr})_0$, также как $(N_{avr})_\infty$ и $(N_{avr})_0$, принимают конечные значения, причем $(M_{avr})_\infty$ и $(M_{avr})_0$ заметно отличаются друг от друга. Положения резких максимумов на рис.2а являются пороговыми значениями скорости удара $V_{c\infty}$

и V_{c0} . Они отделяют фазу повреждения от фазы фрагментации. Примечательно, что $(N_{avr})_{\infty}$ и $(N_{avr})_0$ на рис.2б различаются только в области больших масс. Для сфер других диаметров расчеты дают аналогичный результат. Таким образом, расчеты подтверждают гипотезу о полной автомодельности по эффективной скорости деформации $\dot{\epsilon}_{eff}$. Найденные значения V_{c0} и $V_{c\infty}$ и показаны в Таблице 3 как функции числа SPH-частиц N_{tot} , использованных при моделировании сферы. Видно, что неравенство (8), $V_{c\infty} > V_{c0}$, выполняется для всех N_{tot} . В следующем разделе будет показано, что эффекты, сопровождающие фрагментацию, правильнее связывать с количеством SPH-частиц в этой сфере, а не с диаметром сферы D .

Расчеты в Таблице 3 показывают слабое различие между V_{c0} и $V_{c\infty}$, которое составляет всего 1-3%. Кроме того, видим, что $(N_{avr})_{\infty}$ и $(N_{avr})_0$ на рис.2б различаются только в области больших масс. Таким образом, можно утверждать, что вязкопластичность оказывает слабое влияние на фрагментацию сферы.

Таблица 3.

Результаты определения пороговых скоростей удара V_{c0} и $V_{c\infty}$.

N_{tot}	17269	35825	59757	94533	124800
D , мм	6.35	8.10	9.60	11.19	12.27
$V_{c\infty}$ (км/с)	0.646±0.001	0.578±0.001	0.536±0.001	0.515±0.001	0.504±0.001
V_{c0} (км/с)	0.628±0.001	0.563±0.001	0.523±0.001	0.5035±0.0005	0.4945±0.0005

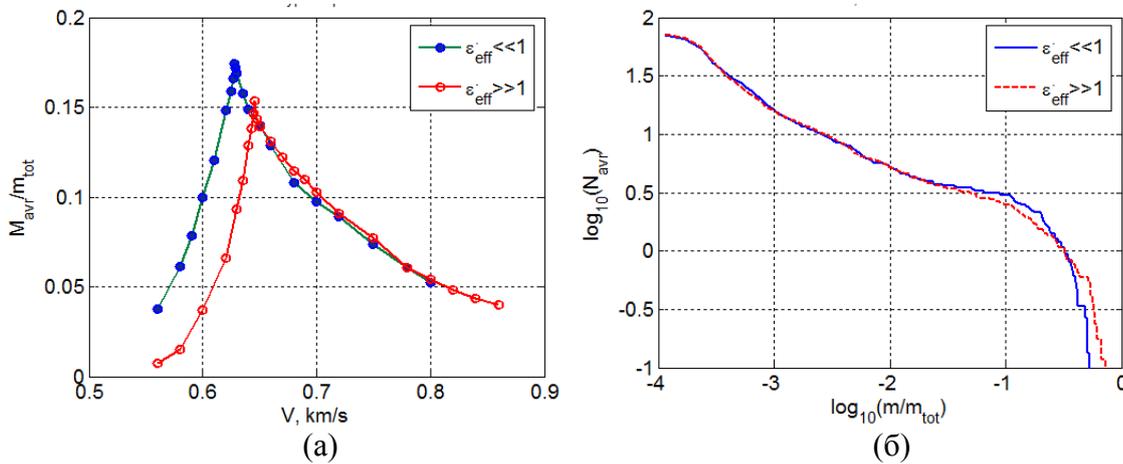


Рис.2. Фрагментация при высокоскоростном ($\dot{\epsilon}_{eff} \approx 5 \cdot 10^4$) и низкоскоростном ($\dot{\epsilon}_{eff} \approx 5 \cdot 10^{-2}$) нагружении. а) нормированные средние размеры фрагментов $(M_{avr})_{\infty}/m_{tot}$ и $(M_{avr})_0/m_{tot}$ в зависимости от скорости удара V ; б) средние кумулятивные распределения фрагментов по массам $(N_{avr})_{\infty}$ и $(N_{avr})_0$ при пороговых скоростях удара $V_{c\infty}$ и V_{c0} , соответственно. Диаметр сферы $D = 6.35$ мм, число SPH-частиц $N_{tot} = 17269$.

3.3. Масштабная инвариантность.

Мы проверяем масштабную инвариантность (скейлинг) при изменении периода решетки SPH-частиц a и диаметр сферы D , определяя $(M_{avr})_{\infty}$ и $(N_{avr})_{\infty}$, для фиксированного числа SPH частиц при различных значениях a и D . Результаты моделирования для $N_{tot} = 59757$ представлены на рис.3 для случая высокоскоростного нагружения. Эффективная скорость деформации здесь составляет $\dot{\epsilon}_{eff} \approx 10^4 - 10^5$, что соответствует $\dot{\epsilon}_0 = 1$ в определяющем уравнении (9). Видно, что расчеты для сфер разного диаметра, но с одинаковым числом SPH-частиц $N_{tot} = 59757$, хорошо согласуются. Пороговая скорость фрагментации здесь $V_{\infty} = 0,536$ км/с (табл.3). Для других значений N_{tot} наблюдается аналогичная картина.

Поэтому эффекты, сопровождающие фрагментацию, следует, вообще говоря, связывать не с диаметром сферы D , а с количеством SPH-частиц N_{tot} в этой сфере. Однако, предельный переход $N_{tot} \rightarrow \infty$ должен ассоциироваться с $D \rightarrow \infty$ при фиксированном значении периода решетки a . Предельный переход $a \rightarrow 0$, дающий $N_{tot} \rightarrow \infty$ при фиксированном D , не имеет физического смысла.

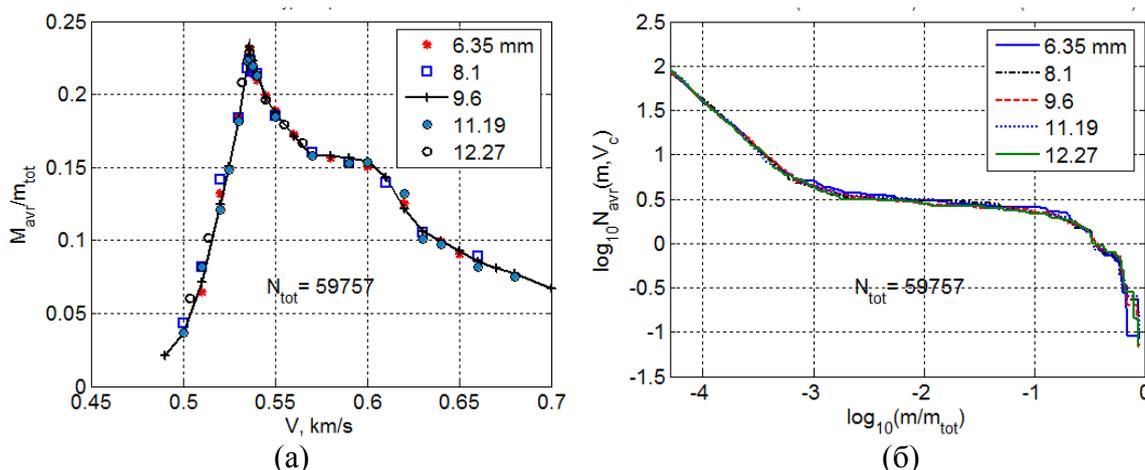


Рис.3. Фрагментация при высокоскоростном ($\dot{\epsilon}_{eff} \approx 10^4 - 10^5$) нагружении.

а) нормированные средние размеры фрагментов $(M_{avr})_{\infty}/m_{tot}$ в зависимости от скорости удара V ; б) средние кумулятивные распределения фрагментов по массам $(N_{avr})_{\infty}$ при $V_{\infty} = 0.536$ км/с для сфер различных диаметров D (показаны на рисунке), но с одинаковым значением $N_{tot} = 59757$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной статье дается теоретическая оценка влияния вязкопластичности на ударную фрагментацию компактных твердых тел. С этой целью мы рассмотрели высокоскоростную фрагментацию двух одинаковых сферических твердых тел, пластическое деформирование которых описывается определяющим уравнением Джонсона-Кука (JC), в трехмерной (3D) постановке. Сферы движутся навстречу друг другу вдоль прямой, соединяющей их центры, с одинаковой по величине скоростью V . В силу симметрии задачи мы

рассмотрели фрагментацию одной сферы, помещая плоскость симметрии в центр масс двух сфер. Все результаты расчетов фрагментации, приведенные в статье, относятся к одной сфере.

Мы использовали анализ размерности для изучения масштабных свойств фрагментации и провели численное моделирование фрагментации методом SPH на основе полной системы уравнений механики деформируемого твердого тела.

Сферы дискретизировались с помощью кубической решетки, в вершинах которой располагались SPH-частицы. Общее число SPH частиц, аппроксимирующих сферу – N_{tot} . Кубическая дискретизация является стандартной в методе SPH [19,20]. Поведение материала описывалось уравнением состояния Ми-Грюнайзена и моделью JC для предела текучести.

Элементарный анализ размерности показывает, что среди безразмерных параметров, от которых зависит решение задачи, появляется безразмерная эффективная скорость деформации $\dot{\epsilon}_{eff}$. Мы предполагаем полную автомодельность задачи по параметру $\dot{\epsilon}_{eff}$ (о полной автомодельности см., например, [22]), что обеспечивает существование решения задачи в двух предельных случаях соответствующих высокоскоростному $\dot{\epsilon}_{eff} \gg 1$ и низкоскоростному $\dot{\epsilon}_{eff} \ll 1$ нагружению (обозначаются нижними индексами ∞ и 0 , соответственно).

Кратко основные результаты работы:

- предположение о полной автомодельности по параметру эффективной скорости деформации $\dot{\epsilon}_{eff}$ подтверждается численным моделированием, по крайней мере, на физическом уровне строгости;

- показано, что для конечного N_{tot} пороговая скорость фрагментации при высокоскоростном нагружении $V_{c\infty}$ превышает таковую при низкоскоростном нагружении V_{c0} , т.е. $V_{c\infty} > V_{c0}$. При $N_{tot} \rightarrow \infty$ и $D \rightarrow \infty$ пороговая скорость фрагментации $V_c(\infty)$ принимает одно и тоже значение;

- расчеты в Таблице 3 показывают слабое различие между V_{c0} и $V_{c\infty}$, которое составляет всего 1-3%. Кроме того, можно видеть, что $(N_{avr})_{\infty}$ и $(N_{avr})_0$ на рис.2б совпадают в области малых и средних масс, а различаются только в области больших масс. Таким образом, можно утверждать, что вязкопластичность оказывает слабое влияние на фрагментацию сферы;

- численное моделирование демонстрирует масштабную инвариантность при изменении периода решетки SPH-частиц a и диаметра сферы D , которая была предсказана размерным анализом. Поэтому эффекты, сопровождающие фрагментацию, следует, вообще говоря, связывать не с диаметром сферы D , а с числом SPH-частиц в этой сфере, так как $\frac{a}{D} \approx (N_{tot})^{-1/3}$. Однако, предельный переход $N_{tot} \rightarrow \infty$ должен ассоциироваться с $D \rightarrow \infty$ при фиксированном значении периода решетки a . Предельный переход $a \rightarrow 0$, дающий $N_{tot} \rightarrow \infty$ при фиксированном D , не имеет физического смысла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Campi X. *Multifragmentation: nuclei break up like percolation clusters* // J. Phys. A. – 1986. – Vol.19. – L917-L921.
2. Campi X., Krivine H., Sator N., Plagnol E. *Analyzing fragmentation of simple fluids with percolation theory* // Eur. Phys. J. D. – 2000. – Vol.11. – Pp.233-238.
3. Myagkov N.N. *Critical behavior for impact fragmentation of spherical solids sensitive to strain rate* // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. – 2021. – Vol.2021. – 113201. DOI: 10.1088/1742-5468/ac2a9a.
4. Timar G., Kun F., Carmona H.A., Herrmann H.J. *Scaling laws for impact fragmentation of spherical solids* // Phys. Rev. E. – 2012. – Vol.86. – 016113.
5. Grady D.E., Kipp M.E. *Fragmentation properties of metals* // Int. J. Impact Engng. – 1997. – Vol.20. – 293.
6. Ken Wen, Xiao-wei Chen, Yong-gang Lu. *Research and development on hypervelocity impact protection using Whipple shield: An overview* // Defence Technology. – 2021. – Vol.17. – Pp.1864-1886. DOI: 10.1016/j.dt.2020.11.005.
7. Myagkov Nikolay, Shumikhin Timofey. *Studying the redistribution of kinetic energy between the morphologically distinct parts of the fragments cloud formed from high-velocity impact fragmentation of an aluminum sphere on a steel mesh* // AIMS Materials Science. – 2019. – Vol.6(5). – Pp.685-696. DOI: 10.3934/mat.2019.5.685.
8. Добрица Д.Б., Христенко Ю.Ф. *О некоторых особенностях разрушения высокоскоростных частиц на гофрированных противометеорных сеточных экранах* // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2023. – №82. – С.82-96. DOI: 10.17223/19988621/82/7.
9. Shumikhin T.A., Myagkov N.N., Bezrukov L.N. *Properties of ejecta generated at high-velocity perforation of thin bumpers made from different constructional materials* // Int. J. Impact Engng. – 2012. – Vol.50. – Pp.90-98.
10. Myagkov N.N., Stepanov V.V. *On projectile fragmentation at high-velocity perforation of a thin bumper* // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2014. – Vol.410. – Pp.120-130.
11. Moukarzel C.F., Fernandez-Sabido S.F., Ruiz-Suarez J.C. *Phase transition in liquid drop fragmentation* // Phys. Rev. E. – 2007. – Vol.75. – 061127.
12. Myagkov N.N., Shumikhin T.A. *Critical behavior and energy dependence of mass distributions in impact fragmentation* // Physica A. – 2005. – Vol.358. – Pp.423-436.
13. Myagkov N.N. *Scaling Invariance of Spherical Projectile Fragmentation upon High-Velocity Impact on a Thin Continuous Shield* // J. Exp. Theor. Phys. – 2017. – Vol.124. – 57.
14. Katsuragi H., Sugino D., Honjo H. *Scaling of impact fragmentation near the critical point* // Phys. Rev. E. – 2003. – Vol.68. – 046105.
15. Myagkov N.N. *On critical exponents for impact fragmentation of spherical solids* // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2019. – Vol.534. – 122117. DOI: 10.1016/j.physa.2019.122117.
16. Mastilovic S. *Shattering impact fragmentation of slender nanoprojectiles* // Meccanica. – 2019. – Vol.54. – Pp.2295-2306. DOI: 10.1007/s11012-019-01075-3.
17. Kun F., Herrmann H.J. *A study of fragmentation processes using a discrete element method* // Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. – 1996. – Vol.138. – Pp.3-18.

18. Carmona H.A., Wittel F.K., Kun F., Herrmann H.J. *Fragmentation processes in impact of spheres* // Phys. Rev. E. – 2008. – Vol.77. – 051302.
19. Vignjevic R., Campbell J. *Review of Development of the Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) Method* / In book: Predictive Modeling of Dynamic Processes. – Springer, Boston, MA, 2009.
20. Hallquist J.O. *LS-DYNA Theory Manual*. – Livermore Software Technology Corporation, 2005.
21. Bridgman P.W. *Dimensional analysis*. – Yale University Press, New Haven and London, 1963.
22. Баренблатт Г.И. *Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика: Теория и прил. к геофиз. гидродинамике*. – Л.: Гидрометеоиздат, 1978. – 207 с.
23. de Groot S., Mazur P. *Non-Equilibrium Thermodynamics*. – North-Holland, Amsterdam, 1962.
24. Johnson G.R., Cook W.H. *A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures* // Proc. 7th Intern. Symp. Ballistics. –1983. –Pp.541-547.

REFERENCES

1. Campi X. *Multifragmentation: nuclei break up like percolation clusters*. J. Phys. A, 1986, Vol.19, L917-L921.
2. Campi X., Krivine H., Sator N., Plagnol E. *Analyzing fragmentation of simple fluids with percolation theory*. Eur. Phys. J. D, 2000, Vol.11, Pp.233-238.
3. Myagkov N.N. *Critical behavior for impact fragmentation of spherical solids sensitive to strain rate*. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2021, Vol.2021, 113201. DOI: 10.1088/1742-5468/ac2a9a.
4. Timar G., Kun F., Carmona H.A., Herrmann H.J. *Scaling laws for impact fragmentation of spherical solids*. Phys. Rev. E, 2012, Vol.86, 016113.
5. Grady D. E., Kipp M. E. *Fragmentation properties of metals*. Int. J. Impact Engng., 1997, Vol.20, 293.
6. Ken Wen, Xiao-wei Chen, Yong-gang Lu. *Research and development on hypervelocity impact protection using Whipple shield: An overview*. Defence Technology, 2021, Vol.17, Pp.1864-1886. DOI: 10.1016/j.dt.2020.11.005.
7. Myagkov Nikolay, Shumikhin Timofey. *Studying the redistribution of kinetic energy between the morphologically distinct parts of the fragments cloud formed from high-velocity impact fragmentation of an aluminum sphere on a steel mesh*. AIMS Materials Science, 2019, Vol.6(5), Pp.685-696. DOI: 10.3934/matserci.2019.5.685.
8. Dobritsa D.B., Khristenko Yu.F. *O nekotorykh osobennostyakh razrusheniya vysokoskorostnykh chastits na gofirovannykh protivometeornykh setochnykh ehkranakh [On some features of the destruction of high-speed particles on debris corrugated mesh shields]*. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika, 2023, Vol.82, Pp. 82-96. DOI: 10.17223/19988621/82/7.
9. Shumikhin T.A., Myagkov N.N., Bezrukov L.N. *Properties of ejecta generated at high-velocity perforation of thin bumpers made from different constructional materials*. Int. J. Impact Engn., 2012, Vol.50, Pp.90-98.
10. Myagkov N.N., Stepanov V.V. *On projectile fragmentation at high-velocity perforation of a thin bumper*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2014, Vol.410, Pp.120-130.

11. Moukarzel C.F., Fernandez-Sabido S.F., Ruiz-Suarez J.C. *Phase transition in liquid drop fragmentation*. Phys. Rev. E, 2007, Vol.75, 061127.
12. Myagkov N.N., Shumikhin T.A. *Critical behavior and energy dependence of mass distributions in impact fragmentation*. Physica A, 2005, Vol.358, Pp.423-436.
13. Myagkov N.N. *Scaling Invariance of Spherical Projectile Fragmentation upon High-Velocity Impact on a Thin Continuous Shield*. J. Exp. Theor. Phys., 2017, Vol.124, 57.
14. Katsuragi H., Sugino D., Honjo H. *Scaling of impact fragmentation near the critical point*. Phys. Rev. E, 2003, Vol.68, 046105.
15. Myagkov N.N. *On critical exponents for impact fragmentation of spherical solids*. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2019, Vol.534, 122117. DOI: 10.1016/j.physa.2019.122117.
16. Mastilovic S. *Shattering impact fragmentation of slender nanoprojectiles*. Meccanica, 2019, Vol.54, Pp.2295-2306. DOI: 10.1007/s11012-019-01075-3.
17. Kun F., Herrmann H.J. *A study of fragmentation processes using a discrete element method*. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 1996, Vol.138, Pp.3-18.
18. Carmona H.A., Wittel F.K., Kun F., Herrmann H.J. *Fragmentation processes in impact of spheres*. Phys. Rev. E, 2008, Vol.77, 051302.
19. Vignjevic R., Campbell J. *Review of Development of the Smooth Particle Hydrodynamics (SPH) Method*. In book: Predictive Modeling of Dynamic Processes, Springer, Boston, MA, 2009.
20. Hallquist J.O. *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation, 2005.
21. Bridgman P.W. *Dimensional analysis*. Yale University Press, New Haven and London, 1963.
22. Barenblatt G.I. *Scaling, Self-similarity, and Intermediate Asymptotics*. Cambridge University Press, 1996, 386 p.
23. de Groot S., Mazur P. *Non-Equilibrium Thermodynamics*. North-Holland, Amsterdam, 1962.
24. Johnson G.R., Cook W.H. *A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures*. Proc. 7th Intern. Symp. Ballistics, 1983, Pp.541-547.

Поступила в редакцию 27 декабря 2023 года.

Сведения об авторах:

Мягков Николай Николаевич – д.ф.-м.н., зав. лаб., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: nn_myagkov@mail.ru
Шумихин Тимофей Александрович – к.т.н., с.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: shumikhin@iam.ras.ru