

УДК 539.4
EDN PRTJCS (<https://elibrary.ru/prtjcs>)
DOI 10.33113/mkmk.ras.2024.30.02.04



ЗАВИСИМОСТЬ ПРЕДЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ДЛЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ БАЛКИ ИНТЕРМЕТАЛЛИД-КЕРАМИКА-МЕТАЛЛ ПРИ ТРЁХТОЧЕЧНОМ ИЗГИБЕ ОТ ГЕОМЕТРИИ, МОДУЛЯ УПРУГОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ*

Хвостунков К.А.^{1,2}, Великов М.В.¹, Бажин П.М.²

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
г. Москва, Россия

²ФГБУН Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения
им. А.Г. Мерджанова РАН, г. Черноголовка, Россия

АННОТАЦИЯ

В данной работе исследуется разрушение трёхслойной балки в условиях трёхточечного изгиба. В качестве критерия разрушения выбрано условие превышения максимального допустимого растягивающего напряжения. Для анализа используется линейно-упругая постановка задачи в рамках модели балки Бернулли-Эйлера. В силу формирования диффузионного контакта слоев в процессе СВС-технологии эффекты расслоения не рассматриваются. Выводится зависимость, определяющая предельную допустимую нагрузку для трёхслойной балки, как функцию величины нагрузки, механических и геометрических параметров балки. Полученные результаты были применены к задаче определения оптимальных пропорций слоёв, которые бы обеспечили балке наилучшую прочность на трёхточечный изгиб, при условии, что материалами слоёв выбраны интерметаллид – TiAl, керамика – TiB и металл – Ti, исходя из технологической необходимости с учетом зависимости параметров от температуры. В решении учитывается возможность начала процесса разрушения со среднего или даже верхнего слоя. При соответствующем подборе параметров, когда нейтральная ось попадает на верхний слой, исследована точка равнопрочности. Для данных материалов показано, что причиной разрушения являются слои TiB (средний слой) и Ti (нижний слой) и для максимизации предельной допустимой нагрузки для композитной балки необходимо минимизировать толщину TiAl (верхнего слоя). В качестве примеров рассмотрена зависимость предельной нагрузки от введенных параметров в случае линейных зависимостей от температуры модуля Юнга и пределов прочности на изгиб каждого слоя для таких трехслойных балок как интерметаллид-керамика-металл и керамика-интерметаллид-керамика. Показано изменение влияния на предельную нагрузку порядкового номера слоя с ростом температуры.

Ключевые слова: трёхточечный изгиб; хрупкое разрушение композитов; трёхслойный композит, определение предельно допустимой нагрузки

DEPENDENCE OF THE ULTIMATE LOAD FOR A THREE-LAYER INTERMETALLIC-CERAMIC-METAL BEAM IN THREE-POINT BENDING ON GEOMETRY, YOUNG'S MODULUS AND TEMPERATURE

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №22-19-00040,
<https://rscf.ru/project/22-19-00040/>.

Khvostunkov K.A.^{1,2}, Velikov M.V.¹, Bazhin P.M.²

¹*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

²*Merzhanov Institute of Structural Macrokinetics and Materials Sciences, Russian Academy of Sciences, Chernogolovka, Russia*

ABSTRACT

This paper investigates the failure of a three-layer beam under three-point bending conditions. The condition of exceeding the maximum allowable tensile stress is chosen as the failure criterion. The linear-elastic formulation of the problem within the framework of the Bernoulli-Euler beam model is used for the analysis. Due to the formation of diffusion contact of layers in the process of SHS-technology, the effects of delamination are not considered. The dependence determining the maximum allowable load for a three-layer beam as a function of load magnitude, mechanical and geometrical parameters of the beam is derived. The obtained results were applied to the problem of determining the optimum proportions of layers, which would provide the beam with the best three-point bending strength, provided that the materials of the layers are chosen intermetallide – TiAl, ceramic – TiB and metal – Ti, based on the technological necessity, taking into account the dependence of parameters on temperature. The solution takes into account the possibility of starting the fracture process from the middle or even the top layer. At appropriate selection of parameters, when the neutral axis falls on the upper layer, the point of equal strength is investigated. For these materials it is shown that the cause of failure is the layers TiB (middle layer) and Ti (bottom layer) and to maximize the ultimate allowable load for a composite beam it is necessary to minimize the thickness of TiAl (top layer). As examples, the dependence of the ultimate load on the introduced parameters in the case of linear dependences on temperature of Young's modulus and bending strength of each layer for such three-layer beams as intermetallide-ceramic-metal and ceramic-intermetallide-ceramic is considered. The change in the influence of the layer number on the ultimate load with increasing temperature is shown.

Keywords: three-point bending; brittle fracture of composites; three-layer composite, limit load determination

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день композиционные материалы вызывают большой научный и практический интерес. Однако с каждым годом повышаются требования к физико-механическим и эксплуатационным свойствам композиционных материалов, вследствие их работы в более тяжелых и нагруженных условиях. Одним из перспективных направлений повышения свойств является разработка специального дизайна слоистого композиционного материала (СКМ), состоящего из чередующихся слоев [1-3]. Для СКМ существенное влияние оказывают границы раздела между слоями, которые способствуют разветвлению трещин и их перезарождению в каждом новом слое. Это приводит к повышению трещиностойкости и усталостных свойств по сравнению с монолитными материалами [4,5]. Кроме того, разработка нового дизайна СКМ способна обеспечить уникальное сочетание механических и эксплуатационных характеристик, которые также не характерны для монолитных материалов [6-8].

Методы получения слоистых композитных материалов (СКМ), базирующиеся на самораспространяющемся высокотемпературном синтезе (СВС), основанном на принципе экзотермической реакции, создающей

внутренние источники тепла, в последнее время развиваются ускоренными темпами [9,10]. Созданы и успешно применяются такие технологии как СВС-прессование [11], СВС-экструзия [12,13] и свободное СВС-сжатие [14,15]. Эти технологии относятся к энергоэффективным, что позволяет за десятки секунд получать компактные материалы с заданной структурой и требуемым набором свойств.

Чередование слоев интерметаллида, металлокерамики и металла позволяет улучшать свойства разрабатываемых СКМ. Убедившись, что экспериментальные данные отлично коррелируют [16] с теоретической моделью [17], мы добавим третий слой. Теперь, наряду со слоем керамики мы будем рассматривать слой интерметаллида, в частности, TiAl [18]. Данная модель позволит выявить влияние как пропорций толщин слоев, так и их очередности на изгибную прочность проектируемого материала. В силу высокой прочности диффузной границы раздела слоев [19] процесс расслоения при нагружении не рассматривается.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим балку (рис.1) прямоугольного поперечного сечения S из трех различной толщины слоев из упругих однородных материалов в условиях трехточечного нагружения. Нижний слой, противоположный стороне приложения нагрузки P обозначим индексом 1, средний слой индексом 2 и верхний индексом 3.

Направим ось x горизонтально вдоль оси балки, а y – ортогонально оси x , вверх по толщине b . Ось z направлена ортогонально плоскости xu по ширине a балки. L – расстояние между опорами при трехточечном нагружении, h_1 – толщина нижнего слоя, h_2 – толщина среднего слоя и $h_3 = b - h_1 - h_2$ толщина верхнего.

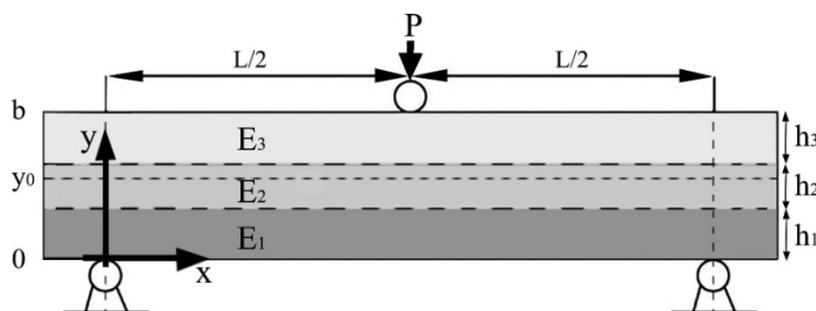


Рис.1. Схема нагружения трехслойной балки.

Для выбранной системы координат рассмотрим нормальные компоненты $\sigma(x, y)$ упругих напряжений по сечению в точке x , ортогональному нейтральной оси, координата которой $y_0(x)$; $E(y)$ – модуль Юнга, $\kappa(x)$ – кривизна нейтральной оси. Задача решается в рамках гипотез Бернулли-Эйлера теории изгиба балок, продольное напряжение считается не зависящим от координаты z , а поперечное σ_z считается равным нулю. Также полагаем, что отношение расстояния между опорами к толщине балки достаточно велико, чтобы не учитывать влияние касательных компонент напряжений.

Введем параметры трехслойности:

$\gamma_1 = E_1/E_3$ – отношение модуля Юнга нижнего слоя к верхнему,

$\gamma_2 = E_2/E_3$ – отношение модуля Юнга среднего слоя к верхнему,

$\eta_1 = h_1/b$ – отношение толщины нижнего слоя ко всей толщине балки,

$\eta_2 = h_2/b$ – отношение толщины среднего слоя ко всей толщине балки,

$\lambda_1 = \sigma_1^*/\sigma_3^*$ – отношение пределов прочности на изгиб нижнего слоя к верхнему,

$\lambda_2 = \sigma_2^*/\sigma_3^*$ – отношение пределов прочности на изгиб среднего слоя к верхнему,

Надо:

1. определить область параметров трехслойности, в которой хрупкое разрушение будет начинаться во втором или в третьем снизу слое раньше, чем в нижнем;

2. определить максимальную величину предельной нагрузки для параметров трехслойности.

2. НАХОЖДЕНИЕ ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Введем безразмерные координаты и параметры

$$\chi = \frac{x}{L}, \quad \psi = \frac{y}{b}, \quad \xi = \frac{y_0}{b}, \quad l = \frac{L}{b}, \quad p = \frac{1}{2E_3} \frac{P}{S}. \quad (1)$$

В силу особой жесткости получаемых СВС материалов уместно будет решать задачу в рамках гипотезы плоских сечений, тогда

$$\sigma(x, y) = E_3 \kappa(\chi) e(\psi) (\xi - \psi), \quad e(\psi) = \begin{cases} 1, \psi \in [\eta_1 + \eta_2, 1] \\ \gamma_2, \psi \in [\eta_1, \eta_1 + \eta_2) \\ \gamma_1, \psi \in [0, \eta_1) \end{cases} \quad (2)$$

Запишем систему уравнений равновесия продольных сил

$$\int_0^{\eta_1} \gamma_1 (\xi - \psi) d\psi + \int_{\eta_1}^{\eta_1 + \eta_2} \gamma_2 (\xi - \psi) d\psi + \int_{\eta_1 + \eta_2}^1 (\xi - \psi) d\psi = 0. \quad (3)$$

Запишем систему уравнений равновесия моментов

$$\int_0^{\eta_1} \gamma_1 (\xi - \psi)^2 d\psi + \int_{\eta_1}^{\eta_1 + \eta_2} \gamma_2 (\xi - \psi)^2 d\psi + \int_{\eta_1 + \eta_2}^1 (\xi - \psi)^2 d\psi = \frac{pl\chi}{\kappa(\chi)}. \quad (4)$$

Из уравнения равновесия находим безразмерную координату положения нейтральной оси ξ

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{1 + (\eta_1 + \eta_2)^2 (\gamma_2 - 1) + \eta_1^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}{1 + \eta_1 (\gamma_1 - 1) + \eta_2 (\gamma_2 - 1)} \quad (5)$$

и, подставляя (5) в уравнение равновесия моментов (4), получаем зависимость кривизны от продольной безразмерной координаты и внешней нагрузки

$$\kappa(\chi) = 12pl \frac{1 + \eta_1 (\gamma_1 - 1) + \eta_2 (\gamma_2 - 1)}{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)} \chi, \quad (6)$$

где зависимость $f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)$ представляет собой постоянную равную

$$f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2) = 1 + \eta_1^4 (\gamma_1 - 1)^2 + 4(\gamma_1 - 1)(1 + (\gamma_2 - 1)\eta_2)\eta_1^3 + \\ + (6(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 - 1)\eta_2^2 + 12(\gamma_2 - 1)\eta_2 - 6(\gamma_1 - 1))\eta_1^2 +$$

$$\begin{aligned}
 &+ (4(\gamma_1 - 1)(\gamma_2 - 1)\eta_2^3 + 12(\gamma_2 - 1)\eta_2^2 - 12(\gamma_2 - 1)\eta_2 - 4(\gamma_1 - 1))\eta_1 + \\
 &+ (\gamma_2 - 1)^2 \eta_2^4 + 4(\gamma_2 - 1)\eta_2^3 - 6(\gamma_2 - 1)\eta_2^2 + 4(\gamma_2 - 1)\eta_2
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

откуда для (2) получаем вид

$$\sigma(\chi, \psi) = 6 \frac{P}{S} \frac{L}{b} \frac{1 + \eta_1(\gamma_1 - 1) + \eta_2(\gamma_2 - 1)}{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)} \chi e(\psi)(\xi - \psi).
 \tag{8}$$

Ввиду монотонности для каждого слоя кусочно линейной функции (8) максимальные напряжения будут на нижних краях слоев в серединном сечении балки.

Исходя из условия достижения прочности в каждом слое получаем значение предельной нагрузки для разрушения каждого слоя

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \sigma_{1*} S \frac{b}{L} \frac{2}{3\gamma_1} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{1 - (\eta_1 + \eta_2)^2 + \eta_1^2 \gamma_1 + 2\eta_1 \eta_2 \gamma_2 + \eta_2^2 \gamma_2}, \\
 P_2 &= \sigma_{2*} S \frac{b}{L} \frac{2}{3\gamma_2} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{(1 - \eta_1)^2 - \eta_1^2 \gamma_1 + \eta_2^2 (\gamma_2 - 1)}, \\
 P_3 &= \sigma_{3*} S \frac{b}{L} \frac{2}{3} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{(1 - \eta_1 - \eta_2)^2 - \eta_2^2 (\gamma_2 - \gamma_1) - (\eta_1 + \eta_2)^2 \gamma_1}.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Сравним первый и второй слои по условию их равнопрочности $P_1 = P_2$.

Из условия положительности параметра $\eta_2 > 0$, а также из условия его ограниченности $\eta_2 < 1$ получаем $1/4 < \gamma_1 < 1$, $\gamma_2 < \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \gamma_1$ или $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \gamma_1 < \gamma_2$, $1 < \gamma_1$.

При этих условиях будет существовать решение уравнения $P_1 = P_2$, где $\Lambda = \lambda_2 / \lambda_1$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{(\Lambda^2 (\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_1 - 1))}{(1 + \Lambda)^2 (\gamma_2 - 1)}} \eta_1^2 + \frac{1}{(1 + \Lambda)(\gamma_2 - 1)} 2\eta_1 - \frac{1}{(\gamma_2 - 1)} - \frac{\Lambda}{(1 + \Lambda)} \eta_1.
 \tag{10}$$

Для нахождения общей для трех предельных нагрузок точки равнопрочности потребуется решить еще одно уравнение $P_1 = P_3$, которое наряду с предыдущим дает систему уравнений для нахождения условий равнопрочности трех слоев

$$\begin{aligned}
 &\frac{\lambda_1}{\gamma_1} \left((1 - \eta_2)^2 - \eta_2^2 \gamma_2 + \eta_1^2 (\gamma_1 - 1) + 2\eta_1 \eta_2 (\gamma_2 - \gamma_1) \right) + \\
 &\quad + (\eta_1 + \eta_2)^2 - \eta_1^2 \gamma_1 - 2\eta_1 \eta_2 \gamma_2 - \eta_2^2 \gamma_2 = 1, \\
 &\eta_2^2 (1 - \gamma_2) \left(\frac{\lambda_1}{\gamma_1} + 1 \right) + \eta_1^2 (\gamma_1 - 1) \left(\frac{\lambda_1}{\gamma_1} - 1 \right) + \\
 &\quad + 2\eta_1 \eta_2 \left(\gamma_2 \left(\frac{\lambda_1}{\gamma_1} - 1 \right) - \lambda_1 + 1 \right) - 2 \frac{\lambda_1}{\gamma_1} \eta_2 + \frac{\lambda_1}{\gamma_1} = 1.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Решение данной системы двух уравнений, в случае его существования при конкретных значениях параметров γ_1, γ_2 и η_1, η_2 , даст точку пересечения всех трех поверхностей.

Рассмотрим условия расположения нейтральной оси:

А. Нейтральная ось находится на третьем слое

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{1 + (\eta_1 + \eta_2)^2 (\gamma_2 - 1) + \eta_1^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}{1 + \eta_1 (\gamma_1 - 1) + \eta_2 (\gamma_2 - 1)} > \eta_1 + \eta_2. \quad (12)$$

При соответствии величин параметров трехслойности данному неравенству стоит учитывать наряду с прочностью нижнего и среднего слоя еще и верхний слой. Тут возможно нахождение тройной точки равнопрочности. Также возможен вариант начала разрушения с нижнего края верхнего слоя.

Вопрос – является ли предельная нагрузка в этой точке равнопрочности максимально возможной для заданного набора параметров отношения модулей Юнга γ_1, γ_2 и отношения прочностей слоев η_1, η_2 . Ответ – нет. Она может быть меньше возможной нагрузки в случае, когда мы устремляем толщину одного слоя к нулю, как будет показано при рассмотрении частного случая для конкретных материалов. Но при технологических ограничениях, например жестком условии наличия всех трех слоев, тройная точка является удобным способом оценки предельной допустимой величины нагрузки.

Б. Нейтральная ось находится на втором слое

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{1 + (\eta_1 + \eta_2)^2 (\gamma_2 - 1) + \eta_1^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}{1 + \eta_1 (\gamma_1 - 1) + \eta_2 (\gamma_2 - 1)} > \eta_1, \\ \frac{1}{2} \frac{1 + (\eta_1 + \eta_2)^2 (\gamma_2 - 1) + \eta_1^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}{1 + \eta_1 (\gamma_1 - 1) + \eta_2 (\gamma_2 - 1)} \leq \eta_1 + \eta_2. \end{aligned} \quad (13)$$

В данном диапазоне параметров разрушение может начаться в нижнем или среднем слое. Максимальная предельно возможная нагрузка может быть получена из условия равенства предельных нагрузок для нижнего и среднего слоя.

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{(\Lambda^2 (\gamma_2 - \gamma_1) + (\gamma_1 - 1))}{(1 + \Lambda)(\gamma_2 - 1)}} \eta_1^2 + \frac{2\eta_1}{(1 + \Lambda)(\gamma_2 - 1)} - \frac{1}{(\gamma_2 - 1)} - \frac{\Lambda}{(1 + \Lambda)} \eta_1. \quad (14)$$

В. Нейтральная ось находится на первом слое

$$\frac{1}{2} \frac{1 + (\eta_1 + \eta_2)^2 (\gamma_2 - 1) + \eta_1^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}{1 + \eta_1 (\gamma_1 - 1) + \eta_2 (\gamma_2 - 1)} < \eta_1. \quad (15)$$

В данном случае средний и верхний слои находятся в сжатом состоянии. Разрушение начинается в нижнем слое и его прочность определяет предельно допустимую нагрузку

$$P_1^* = \sigma_{1*} S \frac{b}{L} \frac{2}{3\gamma_1} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{1 - (\eta_1 + \eta_2)^2 + \eta_1^2 \gamma_1 + 2\eta_1 \eta_2 \gamma_2 + \eta_2^2 \gamma_2}. \quad (16)$$

3. ПРИМЕР ДЛЯ ТРЕХ СЛОЕВ TiAl-TiB-Ti

Рассмотрим конкретный трехслойный материал. Верхний слой – интерметаллид TiAl, средний слой из керамики – TiB и нижний слой – Ti.

Таблица 1.

Параметры материалов.

Расстояние между опорами, L , мм	Ширина образца, a , мм (в плоской модели нет)	Толщина образца, b , мм	Предел прочности верхнего слоя TiAl, σ_3^* , МПа	Предел прочности верхнего слоя TiB, σ_2^* , МПа	Предел прочности нижнего слоя Ti, σ_1^* , МПа	E_3 , ГПа	E_2 , ГПа	E_1 , ГПа
42,7	3	5	480	564	1100	105	407	110

Надо построить график, демонстрирующий, при каких пропорциях толщин ломается первым – нижний, средний или верхний слой. И получить при этом предельную величину внешней нагрузки.

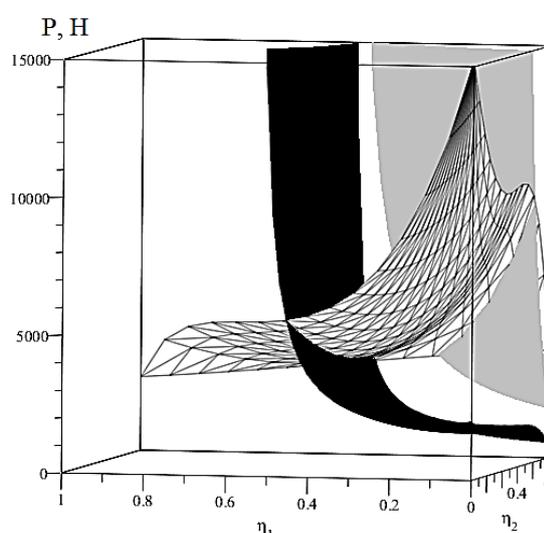


Рис.2. Белая поверхность в треугольную сетку – нижний слой, чёрная – средний слой, серая – верхний.

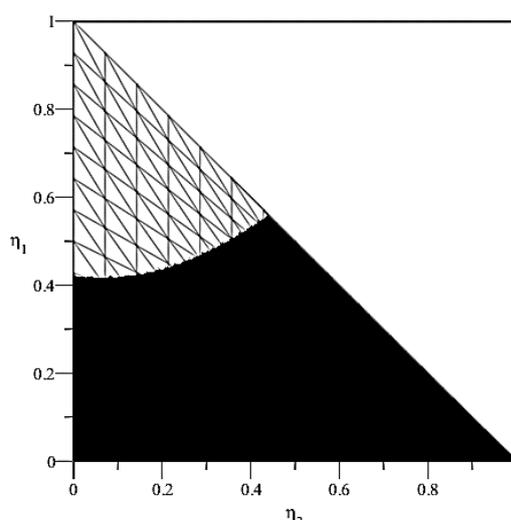


Рис.3. Области наступления первого момент разрушения при монотонном росте нагрузки от нуля: белая поверхность в треугольную сетку – нижний слой, чёрная – средний слой.

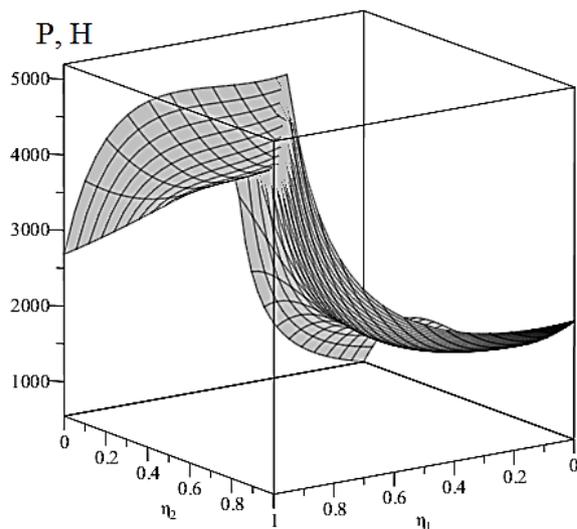


Рис.4. Поверхность минимальных значений нагрузки.

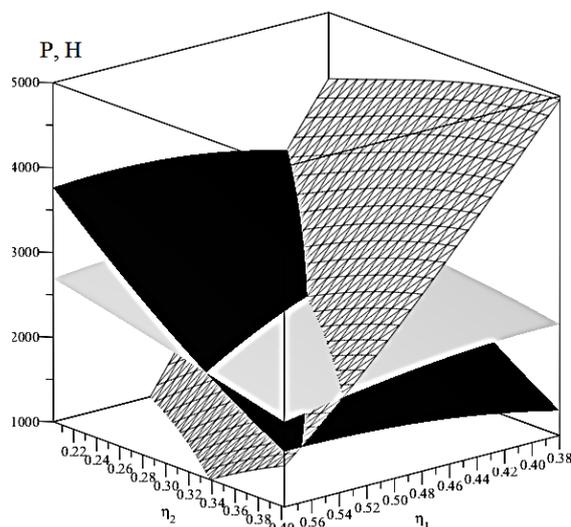


Рис.5. Малая окрестность вокруг тройной точки равнопрочности.

При увеличении нагрузки для фиксированных значений пропорций толщин нижнего и среднего слоя факт первого пересечения какой-либо из трех поверхностей будет свидетельствовать о начале разрушения в слое, соответствующем этой поверхности.

Нагрузка возрастает монотонно от нуля, поэтому удобно рассмотреть проекцию снизу на плоскость параметров толщин.

При увеличении нагрузки для фиксированных значений пропорций толщин нижнего и среднего слоя факт первого пересечения какой-либо из трех поверхностей будет свидетельствовать о начале разрушения в слое, соответствующем этой поверхности.

Поэтому достаточно рассмотреть поверхность, состоящую из первых нижних частей поверхностей, то есть поверхность минимальных значений по всем поверхностям в точке плоскости

Если приблизить область, где пересекаются все три поверхности, то видно, что тройная точка равнопрочности не обеспечивает, строго говоря, максимальную величину предельной нагрузки. Для дальнейшего повышения предельной

нагрузки надо двигаться на плоскости параметров η_1, η_2 в сторону прямой $\eta_1 + \eta_2 = 1$, то есть, уменьшая до нуля толщину третьего слоя, что технологически может быть нежелательно. Например, третий слой может выполнять некую экранирующую функцию.

Для заданных параметров γ_1, γ_2 , соответствующих практически используемым материалам, теоретически оптимально минимизировать толщину третьего верхнего слоя, при некотором оптимальном соотношении толщин первого и второго слоя. Очевидно, что минимальная толщина третьего слоя может быть ограничена по технологическим причинам.

4. ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Температурное воздействие.

Данное воздействие оказывает влияние на такие параметры трехслойности, как отношение модулей Юнга и прочностей слоев.

Решение всех приведенных задач проводится аналогичным образом, но с заменой постоянных величин параметров на переменные, зависящие от температуры.

Параметры трехслойности, зависящие от температуры:

$\gamma_1(T) = E_1(T)/E_3(T)$ – отношение модуля Юнга нижнего слоя к верхнему,

$\gamma_2(T) = E_2(T)/E_3(T)$ – отношение модуля Юнга среднего слоя к верхнему,

$\lambda_1(T) = \sigma_1^*(T)/\sigma_3^*(T)$ – отношение пределов прочности на изгиб нижнего слоя к верхнему,

$\lambda_2(T) = \sigma_2^*(T)/\sigma_3^*(T)$ – отношение пределов прочности на изгиб среднего слоя к верхнему.

Модули Юнга.

Ti. Зависимость модуля Юнга Титана определяется по ГОСТ [20] в ТПА

$$E_1(T) = E_1 + B_1T = 0.092 - 0.006 \cdot 10^{-2}T. \quad (17)$$

TiB. Положим следующий вид аналитической зависимости [21] в ТПА

$$E_2(T) = E_2 + B_2T = 0.407 - 0.025 \cdot 10^{-2}T. \quad (18)$$

TiAl. Зависимость модуля Юнга Титан-Алюминий получена в [18] в ТПА (рис.6)

$$E_3(T) = E_3 + B_3T = 0.181 - 0.012 \cdot 10^{-2}T. \quad (19)$$

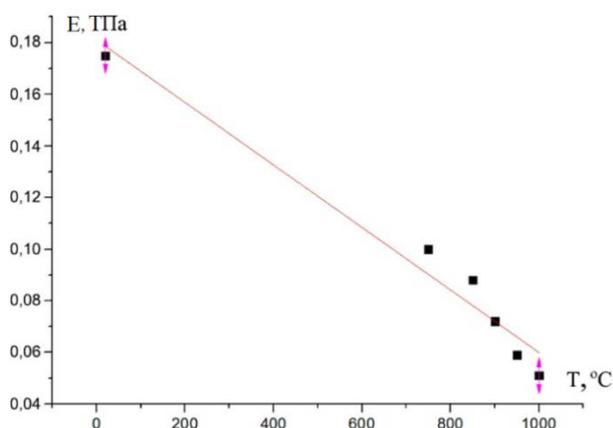


Рис.6. Модуль юнга TiAl.

Пределы прочности.

Ti. Зависимость предела прочности взята из [22] (рис.7)

Аппроксимируем данную зависимость линейно

$$\sigma_1^*(T) = 0.778 - 0.116 \cdot 10^{-2} T. \quad (20)$$

TiAl. Зависимость предела прочности взята из [22] (рис.8)

Аппроксимируем данную зависимость линейно

$$\sigma_3^*(T) = 0.998 - 0.074 \cdot 10^{-2} T. \quad (21)$$

TiV. Зависимость предела прочности взята из [22] (рис.9)

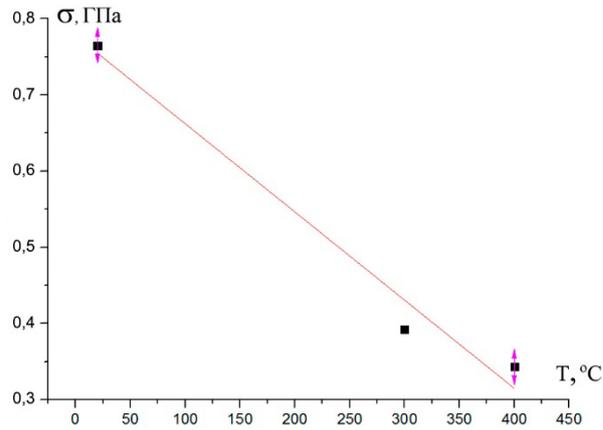


Рис.7. Предел прочности Ti.

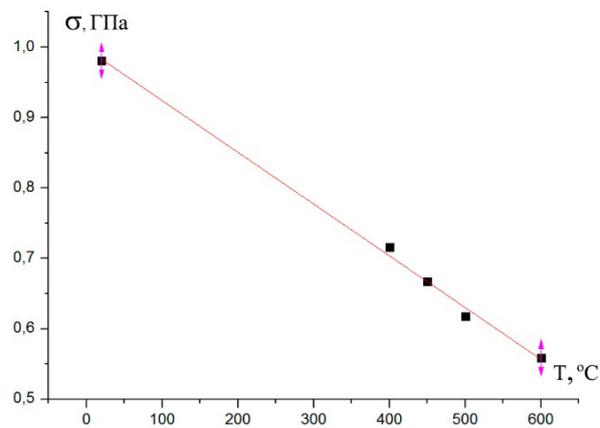


Рис.8. Предел прочности TiAl.

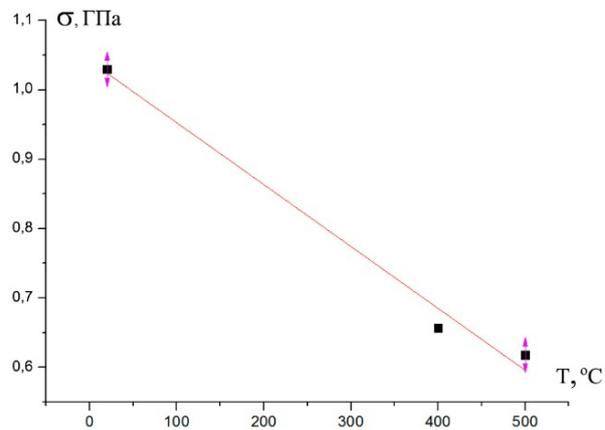


Рис.9. Предел прочности TiV.

Аппроксимируем данную зависимость линейно

$$\sigma_2^*(T) = 1.042 - 0.089 \cdot 10^{-2} T. \tag{22}$$

Используя полученные аппроксимации, получаем параметры трехслойности, зависящие от температуры:

$\gamma_1(T)$ – отношение модуля Юнга нижнего слоя к верхнему интерметаллиду TiAl

$$\gamma_1(T) = \frac{E_1(T)}{E_3(T)} = \frac{0.092 - 0.006 \cdot 10^{-2} T}{0.181 - 0.012 \cdot 10^{-2} T} = 0.5. \tag{23}$$

$\gamma_2(T)$ – отношение модуля Юнга среднего слоя керамики TiB к верхнему интерметаллиду TiAl

$$\gamma_2(T) = \frac{0.407 - 0.025 \cdot 10^{-2} T}{0.181 - 0.012 \cdot 10^{-2} T} = 2.21. \tag{24}$$

В итоге получаем для слоистого композита Ti-TiB-TiAl: $\gamma_1 = 0.5$, $\gamma_2 = 2.21$.

Заметим, соотношение (23) получилось независимым от температуры, что при более точной аппроксимации модулей Юнга, конечно же, усложняется зависимостью от T. Соотношение (24) также не зависит от температуры вследствие экстраполяции температурной зависимости (18) для случая 80% фазы TiB из [21]. Такое упрощение используется для более удобной демонстрации изменения предельной нагрузки трехслойной балки от температуры. В конкретном практическом случае вместо приведенных экстраполяций требуется подставлять актуальные экспериментальные данные.

Зависимость предельной нагрузки от температуры.

$$P_1 = S \frac{b}{L} \frac{2}{3\gamma_1} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{1 - (\eta_1 + \eta_2)^2 + \eta_1^2 \gamma_1 + 2\eta_1 \eta_2 \gamma_2 + \eta_2^2 \gamma_2} (0.778 - 0.116 \cdot 10^{-2} T),$$

$$P_2 = S \frac{b}{L} \frac{2}{3\gamma_2} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{(1 - \eta_1)^2 - \eta_1^2 \gamma_1 + \eta_2^2 (\gamma_2 - 1)} (1.042 - 0.089 \cdot 10^{-2} T), \tag{25}$$

$$P_3 = S \frac{b}{L} \frac{2}{3} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{(1 - \eta_1 - \eta_2)^2 - \eta_2^2 (\gamma_2 - \gamma_1) - (\eta_1 + \eta_2)^2 \gamma_1} (0.998 - 0.074 \cdot 10^{-2} T).$$

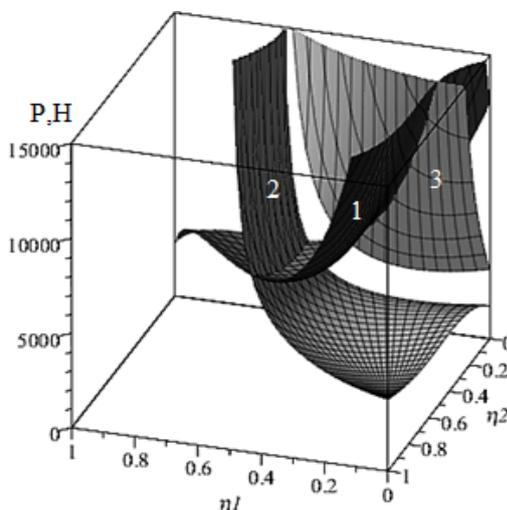


Рис.10. T = 20 °C.

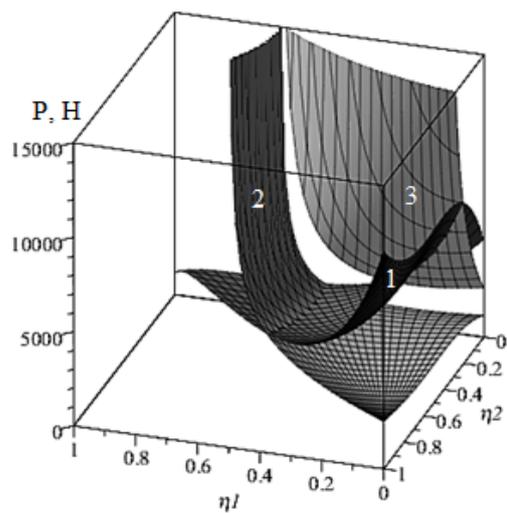


Рис.11. $T = 400\text{ }^{\circ}\text{C}$.

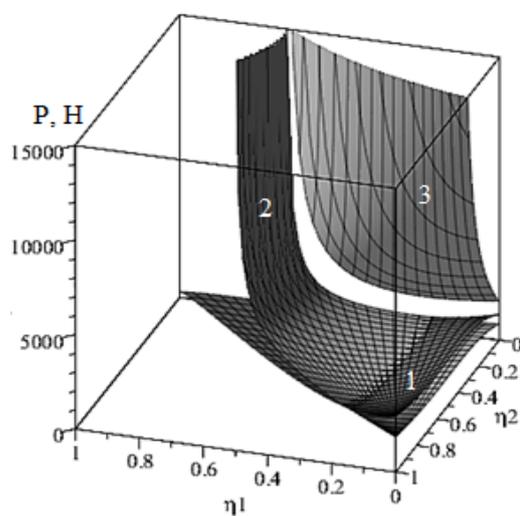


Рис.12. $T = 600\text{ }^{\circ}\text{C}$.

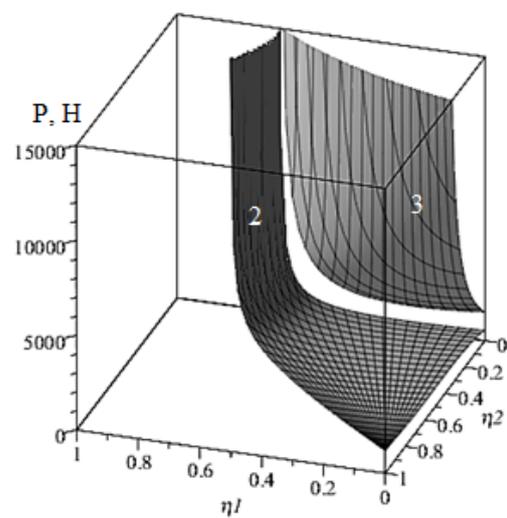


Рис.13. $T = 800\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Под номером 1 Ti нижний слой. Номер 2 – TiB средний слой. Номер 3 – TiAl верхний слой.

После превышения температуры в 800°C композит при трехточечном нагружении разрушается только из-за нижнего слоя, поверхности слоев 2 и 3 лежат выше по предельной нагрузке для всех значений геометрических параметров.

Для слоистого композита TiB-TiAl-TiB: $\gamma_1 = 1$, $\gamma_2 = 0.45$.

Зависимость предельной нагрузки от температуры

$$P_1 = S \frac{b}{L} \frac{2}{3\gamma_1} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{1 - (\eta_1 + \eta_2)^2 + \eta_1^2 \gamma_1 + 2\eta_1 \eta_2 \gamma_2 + \eta_2^2 \gamma_2} (1.042 - 0.089 \cdot 10^{-2} T),$$

$$P_2 = S \frac{b}{L} \frac{2}{3\gamma_2} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{(1 - \eta_1)^2 - \eta_1^2 \gamma_1 + \eta_2^2 (\gamma_2 - 1)} (0.778 - 0.116 \cdot 10^{-2} T), \quad (26)$$

$$P_3 = S \frac{b}{L} \frac{2}{3} \frac{f(\gamma_1, \gamma_2, \eta_1, \eta_2)}{(1 - \eta_1 - \eta_2)^2 - \eta_2^2 (\gamma_2 - \gamma_1) - (\eta_1 + \eta_2)^2 \gamma_1} (1.042 - 0.089 \cdot 10^{-2} T).$$

Под номером 1 TiB нижний слой. Номер 2 – TiAl средний слой. Номер 3 – TiB верхний слой.

Основную роль в определении предельной нагрузки при трехточечном изгибе играет нижний слой в композите TiB-TiAl-TiB, но при температуре выше 400 градусов в процессе разрушения может первым проявлять рост трещины – второй слой из TiAl. При превышении 800 градусов роль второго слоя в разрушении композита при трехточечном нагружении становится доминирующей.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Построена модель трехслойного композита с различными упругими свойствами, соотношением размеров и прочностей слоев.

Модель задана в пространстве шести параметров трехслойности: отношение модуля Юнга нижнего слоя к верхнему, отношение модуля Юнга среднего слоя к верхнему, отношение толщины нижнего слоя ко всей толщине балки, отношение толщины среднего слоя ко всей толщине балки, отношение пределов прочности на изгиб нижнего слоя к верхнему, отношение пределов прочности на изгиб среднего слоя к верхнему.

Определена зависимость последовательности расположения слоев керамика/интерметаллид и их размеров на прочность материала в условиях трехточечного нагружения. Величина предельной нагрузки представлена для конкретного случая трехслойного композита: интерметаллид-керамика-металл TiAl-TiB-Ti представлена в виде трехмерной поверхности в зависимости от пропорций толщин противоположного прилагаемой нагрузке и среднего слоев при заданных значениях прочностей слоев и модулей Юнга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hasan M., Zhao J., Jiang Z. *Micromanufacturing of Composite Materials: A Review* // International Journal of Extreme Manufacturing. – 2019. – Vol.1. – 012004.

2. Huang M., Xu C., Fan G., Maawad E., Gan W., Geng L., Xie H. *Role of layered structure in ductility improvement of layered Ti-Al metal composite* // Acta Materialia. – 2018. – Vol.153. – Pp.235-249.
3. Bazhin P.M., Konstantinov A.S., Chizhikov A.P., Pazniak A.I., Kostitsyna E.V., Prokopets A.D., Stolin A.M. *Laminated cermet composite materials: The main production methods, structural features and properties (review)* // Ceramics International. – 2021. – Vol.47. – Iss.2. – Pp.1513-1525.
4. Mo T., Chen J., Chen Z., He W., Liu Q. *Microstructure Evolution During Roll Bonding and Growth of Interfacial Intermetallic Compounds in Al/Ti/Al Laminated Metal Composites* // The Minerals Metals & Materials Society. – 2019. – Vol.71. – No.12. – Pp.4769-4777.
5. Ma M., Huo P., Liu W.C., Wang G.J., Wang D.M. *Microstructure and mechanical properties of Al/Ti/Al laminated composites prepared by roll bonding* // Materials Science and Engineering: A. – 2015. – Vol.636. – Pp.301-310.
6. Nasakina E.O., Sudarchikova M.A., Demin K.Yu., Leonova Yu.O., Sevost'yanov M.A. *The effect of the titanium surface layer thickness on the characteristics of a layered composite material* // Journal of Physics: Conference Series. – 2019. – Vol.1281(1). – 012057.
7. Chen Z., Zheng Y., Löfler L., (...), Mayrhofer P.H., Zhang Z. *Atomic insights on intermixing of nanoscale nitride multilayer triggered by nanoindentation* // Acta Materialia. – 2021. – Vol.214. – 117004.
8. Prokopets A.D., Bazhin P.M., Konstantinov A.S., Chizhikov A.P., Antipov M.S., Avdeeva V.V. *Structural features of layered composite material TiB₂/TiAl/Ti₆Al₄V obtained by unrestricted SHS-compression* // Materials Letters. – 2021. – Vol.300. – 130165.
9. Chizhikov A.P., Konstantinov A.S., Bazhin P.M. *Self-Propagating High-Temperature Synthesis of Ceramic Material Based on Aluminum-Magnesium Spinel and Titanium Diboride* // Russian Journal of Inorganic Chemistry. – 2021. – Vol.66. – No.8. – Pp.1115-1120.
10. Tomilin O.B., Muryumin E.E., Fadin M.V., Shchipakin S.Yu. *Preparation of luminophore CaTiO₃:Pr³⁺ by self-propagating high-temperature synthesis* // Russian Journal of Inorganic Chemistry. – 2022. – Vol.67. – No.4. – Pp.431-438.
11. Fedotov A.F., Amosov A.P., Latukhin E.I., Novikov V.A. *Fabrication of aluminum–ceramic skeleton composites based on the Ti₂AlC MAX phase by SHS compaction* // Russian Journal of Non-Ferrous Metals. – 2016. – Vol.57. – Pp.33-40.
12. Bazhin Pavel M., Stolin Alexander M., Konstantinov Alexander S., Kostitsyna Elena V. and Ignatov Andrey S. *Ceramic Ti-B Composites Synthesized by Combustion Followed by High-Temperature Deformation* // Materials. – 2016. – Vol.9. – Iss.12. – 1027.
13. Stolin A.M., Bazhin P.M., Konstantinov A.S., Alymov M.I. *Production of Large Compact Plates from Ceramic Powder Materials by Unconfined SHS Compaction* // Doklady Chemistry. – 2018. – Vol.480. – Part 2. – Pp.136-138.
14. Bazhin P.M., Stolin A.M., Konstantinov A.S., Chizhikov A.P., Prokopets A.D., Alymov M.I. *Structural Features of Titanium Boride-Based Layered Composite Materials Produced by Free SHS Compression* // Doklady Chemistry. – 2019 – Vol.488. – Part 1. – Pp.246-248.
15. Bazhina A., Konstantinov A., Chizhikov A., Bazhin P., Stolin A., Avdeeva V. *Structure and mechanical characteristics of a layered composite material based*

- on TiB/TiAl/Ti // *Ceramics International*. – 2022. – Vol.48. – Iss.10. – Pp.14295-14300.
16. Khvostunkov K.A., Bazhin P.M., Ni Q.-Q. et al. *Influence of layer-thickness proportions and their strength and elastic properties on stress redistribution during three-point bending of tib/ti-based two-layer ceramics composites* // *Metals*. – 2023. – Vol.13. – Iss.8. – 1480.
 17. Хвостунков К.А. *Последовательность разрушения слоев двуслойной балки при трехточечном нагружении* // Вестник Самарского университета. Естественная серия. – 2022. – Т.28. – №3-4. – С.105-110.
 18. Bazhina A., Chizhikov A., Konstantinov A., Khomenko N., Bazhin P., Avdeeva V., Chernogorova O., Drozdova E. *Structure, phase composition and mechanical characteristics of layered composite materials based on TiB/xTi-Al/ α -Ti ($x=1,1.5,3$) obtained by combustion and high-temperature shear deformation* // *Materials Science and Engineering: A*. – 2022. – Vol.858. – 144161.
 19. Fan R., Zheng Q., Liu Y., Fan T. *Insights into the interfacial bonding strength of TiB/Ti: A first principles study* // *Journal of Applied Physics*. – 2019. – Vol.126. – 035304.
 20. ГОСТ Р 8.982-2019. *Государственная система обеспечения единства измерений. Стандартные справочные данные. Титановые сплавы марки ВТ*.
 21. Fan Z., Miodownik A.P., Chandrasekaran L. et al. *The Young's moduli of in situ Ti/TiB composites obtained by rapid solidification processing* // *Journal of materials science*. 1994. – Vol.29. – Pp.1127-1134.
 22. Илларионов А.Г., Попов А.А. *Технологические и эксплуатационные свойства титановых сплавов: учебное пособие*. – Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2014. – 137 с.

REFERENCES

1. Hasan M., Zhao J., Jiang Z. *Micromanufacturing of Composite Materials: A Review*. *International Journal of Extreme Manufacturing*, 2019, Vol.1, 012004.
2. Huang M., Xu C., Fan G., Maawad E., Gan W., Geng L., Xie H. *Role of layered structure in ductility improvement of layered Ti-Al metal composite*. *Acta Materialia*, 2018, Vol.153, Pp.235-249.
3. Bazhin P.M., Konstantinov A.S., Chizhikov A.P., Pazniak A.I., Kostitsyna E.V., Prokopets A.D., Stolin A.M. *Laminated cermet composite materials: The main production methods, structural features and properties (review)*. *Ceramics International*, 2021, Vol.47, Iss.2, Pp.1513-1525.
4. Mo T., Chen J., Chen Z., He W., Liu Q. *Microstructure Evolution During Roll Bonding and Growth of Interfacial Intermetallic Compounds in Al/Ti/Al Laminated Metal Composites*. *The Minerals Metals & Materials Society*, 2019, Vol.71, No.12, Pp.4769-4777.
5. Ma M., Huo P., Liu W.C., Wang G.J., Wang D.M. *Microstructure and mechanical properties of Al/Ti/Al laminated composites prepared by roll bonding*. *Materials Science and Engineering: A*, 2015, Vol.636, Pp.301-310.
6. Nasakina E.O., Sudarchikova M.A., Demin K.Yu., Leonova Yu.O., Sevost'yanov M.A. *The effect of the titanium surface layer thickness on the characteristics of a layered composite material*. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, Vol.1281(1), 012057.

7. Chen Z., Zheng Y., Löfler L., (...), Mayrhofer P.H., Zhang Z. *Atomic insights on intermixing of nanoscale nitride multilayer triggered by nanoindentation*. Acta Materialia, 2021, Vol.214, 117004.
8. Prokopets A.D., Bazhin P.M., Konstantinov A.S., Chizhikov A.P., Antipov M.S., Avdeeva V.V. *Structural features of layered composite material TiB₂/TiAl/Ti₆Al₄V obtained by unrestricted SHS-compression*. Materials Letters, 2021, Vol.300, 130165.
9. Chizhikov A.P., Konstantinov A.S., Bazhin P.M. *Self-Propagating High-Temperature Synthesis of Ceramic Material Based on Aluminum-Magnesium Spinel and Titanium Diboride*. Russian Journal of Inorganic Chemistry, 2021, Vol.66, No.8, Pp.1115-1120.
10. Tomilin O.B., Muryumin E.E., Fadin M.V., Shchipakin S.Yu. *Preparation of luminophore CaTiO₃:Pr³⁺ by self-propagating high-temperature synthesis*. Russian Journal of Inorganic Chemistry, 2022, Vol.67, No.4, Pp.431-438.
11. Fedotov A.F., Amosov A.P., Latukhin E.I., Novikov V.A. *Fabrication of aluminum-ceramic skeleton composites based on the Ti₂AlC MAX phase by SHS compaction*. Russian Journal of Non-Ferrous Metals, 2016, Vol.57, Pp.33-40.
12. Bazhin Pavel M., Stolin Alexander M., Konstantinov Alexander S., Kostitsyna Elena V., Ignatov Andrey S. *Ceramic Ti-B Composites Synthesized by Combustion Followed by High-Temperature Deformation*. Materials, 2016, Vol.9, Iss.12, 1027.
13. Stolin A.M., Bazhin P.M., Konstantinov A.S., Alymov M.I. *Production of Large Compact Plates from Ceramic Powder Materials by Unconfined SHS Compaction*. Doklady Chemistry, 2018, Vol.480, Part 2, Pp.136-138.
14. Bazhin P.M., Stolin A.M., Konstantinov A.S., Chizhikov A.P., Prokopets A.D., Alymov M.I. *Structural Features of Titanium Boride-Based Layered Composite Materials Produced by Free SHS Compression*. Doklady Chemistry, 2019, Vol.488, Iss.1, Pp.246-248.
15. Bazhina A., Konstantinov A., Chizhikov A., Bazhin P., Stolin A., Avdeeva V. *Structure and mechanical characteristics of a layered composite material based on TiB/TiAl/Ti*. Ceramics International, 2022, Vol.48, Iss.10, Pp.14295-14300.
16. Khvostunkov K.A., Bazhin P.M., Ni Q.-Q. et al. *Influence of layer-thickness proportions and their strength and elastic properties on stress redistribution during three-point bending of tib/ti-based two-layer ceramics composites*. Metals, 2023, Vol.13, No.8, 1480.
17. Khvostunkov K.A. *Posledovatel'nost' razrusheniya sloev dvuslojnoj balki pri trekhtochenom nagruzhenii [Fracture initiation sequence of double-layer beam layers under three-point loading]*. Vestnik Samarskogo universiteta. Estestvennonauchnaya seriya, 2022, Vol.28, No.3-4, Pp.105-110.
18. Bazhina A., Chizhikov A., Konstantinov A., Khomenko N., Bazhin P., Avdeeva V., Chernogorova O., Drozdova E. *Structure, phase composition and mechanical characteristics of layered composite materials based on TiB/xTi-Al/ α -Ti (x=1,1.5,3) obtained by combustion and high-temperature shear deformation*. Materials Science and Engineering: A, 2022, Vol.858, 144161.
19. Fan R., Zheng Q., Liu Y., Fan T. *Insights into the interfacial bonding strength of TiB/Ti: A first principles study*. Journal of Applied Physics, 2019, Vol.126, 035304.
20. GOST R 8.982-2019. *Gosudarstvennaya sistema obespecheniya edinstva izmerenij. Standartnye spravochnye dannye. Titanovye splavy marki VT [State system for*

ensuring the uniformity of measurements. Standard reference data. BT grade titanium alloys.].

21. Fan Z., Miodownik A.P., Chandrasekaran L. et al. *The Young's moduli of in situ Ti/TiB composites obtained by rapid solidification processing*. Journal of materials science, 1994, Vol.29, Pp.1127-1134.
22. Илларионов А.Г., Попов А.А. *Технологические и эксплуатационные свойства титановых сплавов: учебное пособие [Technological and operational properties of titanium alloys: textbook]*. Екатеринбург, Издател'ство Урал'ского университета, 2014, 137 p.

Поступила в редакцию 31 мая 2024 года.

Сведения об авторах

Хвостунков Кирилл Анатольевич – к.ф.-м.н., доц., Кафедра теории пластичности Механико-математического факультета, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия; e-mail: kirill.khvastunkov@math.msu.ru

Великов Михаил Витальевич – асп., Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия; e-mail: velikov.mhl@gmail.com

Бажин Павел Михайлович – д.т.н., зам. дир., ФГБУН Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения им. А.Г. Мерджанова РАН, г. Черноголовка, Россия; e-mail: bazhin@ism.ac.ru