



МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗГИБА ПЛАСТИНЫ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ СКРЫТОЙ ТЕПЛОТЫ ПРЕВРАЩЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ*

Вуколов Е.А.¹, Волков А.Е.¹, Евард М.Е.¹, Беляев Ф.С.^{1,2}

¹Санкт-Петербургский государственный университет,
г. Санкт-Петербург, Россия

²ФГБУН Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

АННОТАЦИЯ

Решена полностью связная краевая задача об изгибе пластины из сплава с памятью формы в условиях теплообмена с окружающей средой и диффузии тепла вдоль толщины пластины, а также с учетом влияния скрытой теплоты мартенситного превращения. Задача включает в себя решение уравнений механического равновесия, теплопроводности и определяющих соотношений для деформации сплава с памятью формы, реализованных микроструктурной моделью. Данная модель учитывает упругую, температурную и фазовую деформации материала, последняя – связанная с протекающими в нем фазовыми переходами. Выполнен расчет поля температур в пластине, испытывающей прямое мартенситное превращение при ее охлаждении с поверхности. Найдены распределения температуры по толщине пластины для ряда последовательных моментов времени, соответствующих различным значениям температуры окружающей среды. В частности, найдены зависимости от времени температуры на поверхности и в центре пластины. Показано, что без учета выделения скрытой теплоты превращения получаются значительные погрешности в расчете времени, необходимого для завершения прямого превращения. Выполнено моделирование быстрого изгиба пластины при температуре M_s (начала прямого мартенситного превращения) и последующей выдержке при постоянном изгибающем моменте в условиях постоянной температуры окружающей среды. Показано, что нейтральный слой, в котором напряжения равны нулю, не находится в середине поперечного сечения, а смещен в сторону сжатых слоев из-за асимметрии свойств рассматриваемого сплава по отношению к растяжению-сжатию. В результате теплопередачи происходит снижение температуры во внутренних слоях пластины, сопровождаемое прямым фазовым превращением и накоплением деформации во времени. Это явление можно формально трактовать как ползучесть. При выдержке в условиях фиксированного прогиба происходит релаксация напряжений во времени. Данные эффекты следует учитывать при проектировании функциональных устройств с рабочим телом из сплава с памятью формы.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; краевая задача; изгиб; моделирование; микроструктурная модель; скрытая теплота превращения; теплообмен

* Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 23-21-00167.

SIMULATION OF BENDING FOR A SHAPE MEMORY ALLOY PLATE ACCOUNTING INFLUENCE OF LATENT HEAT OF TRANSFORMATION AND HEAT EXCHANGE WITH AN ENVIRONMENT

Vukolov E.A.¹, Volkov A.E.¹, Evard M.E.¹, Belyaev F.S.^{1,2}

¹*Saint Petersburg State University, Saint Petersburg, Russia*

²*Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences,
Saint Petersburg, Russia*

ABSTRACT

A completely coupled boundary value problem on bending of a plate made of a shape memory alloy under conditions of heat exchange with the environment and heat diffusion along the thickness of the plate, as well as taking into account the influence of latent heat of the martensitic transformation, has been solved. The problem involves solving the equations of mechanical equilibrium, thermal conductivity and constitutive relations for the deformation of a shape memory alloy, implemented by a microstructural model. This model takes into account elastic, temperature and phase deformations of the material, the latter associated with the phase transitions occurring in it. A calculation of the temperature field in a plate undergoing a direct martensitic transformation at cooling from the surface has been carried out. Temperature distributions over the thickness of the plate were found for a number of successive moments in time corresponding to different values of ambient temperature. In particular, the time dependences for the temperature on the surface and in the center of the plate were found. It is shown that without taking into account the release of latent heat of transformation significant errors are obtained in calculating the time required to complete the direct transformation. A simulation of rapid bending of the plate at temperature M_s (the beginning of the direct martensitic transformation) and subsequent holding at a constant bending moment under constant ambient temperature conditions was performed. It is shown that the neutral layer, where the stress is zero, is not located in the middle of the cross section, but is shifted towards the compressed layers due to the asymmetry of the properties of the alloy under consideration with respect to tension-compression. As a result of heat transfer, a decrease in temperature occurs in the inner layers of the plate, accompanied by a direct phase transformation and accumulation of strain over time. This phenomenon can be formally interpreted as creep. When the plate is holding at fixed deflection, stress relaxation occurs over time. These effects should be taken into account when designing functional devices with a working elements made of a shape memory alloy.

Keywords: shape memory alloys; boundary value problem; bending; modeling; microstructural model; latent heat of transformation; heat exchange

ВВЕДЕНИЕ

Способность сплавов с памятью формы (СПФ) восстанавливать свою исходную форму в процессе нагрева после предварительной деформации (эффект памяти формы), а также псевдоупругое поведение, заключающееся в восстановлении при изотермической разгрузке значительной, иногда превышающей 10%, деформации, нашла широкое применение. Из этих материалов изготавливают активные рабочие элементы приводов и датчиков, реагирующих на изменение температуры [1-3], рабочие тела пассивных и полуактивных устройств виброзащиты [4-6], медицинские изделия [7,8]. Функциональные свойства СПФ обусловлены протекающими в них

мартенситными превращениями – обратимой перестройкой кристаллической решетки из высокотемпературной аустенитной структуры в низкотемпературную мартенситную. При этом мартенситные переходы во многих СПФ являются атермическими: их протекание контролируется кинетикой температуры, количество мартенсита плавно увеличивается при охлаждении через температурный интервал прямого превращения и уменьшается при нагреве через интервал обратного превращения [9]. Наличие протекающих во времени процессов теплопроводности и теплообмена, а также выделение или поглощение скрытой теплоты в ходе мартенситных превращений могут оказывать существенное влияние на функциональные характеристики конкретного устройства [10-12]. В частности, обнаружены циклические изменения температуры образцов из СПФ на основе никелида титана при циклическом нагружении в условиях постоянной температуры окружающей среды, связанные с выделением и поглощением скрытой теплоты превращения. При этом амплитуда изменения температуры увеличивалась с ростом скорости нагружения [13,14]. Теплообмен с окружающей средой приводит к некоторому ослаблению влияния внутренних источников тепла [15,16], но иногда он может быть затруднен, например, в случае наличия покрытия [17,18]. При малых значениях чисел Фурье и Био у образца под нагрузкой может происходить развитие деформации во времени в связи с задержкой мартенситного превращения из-за наличия протекающих одновременно двух процессов: процесса выделение скрытой теплоты превращения и процесса ухода тепла в окружающую среду. Такое явление можно формально классифицировать как ползучесть, однако природа его существенно иная.

В настоящей работе рассматривается влияние тепловыделения и теплопоглощения в ходе мартенситных превращений, а также влияние теплообмена на функциональное поведение работающего на изгиб элемента из СПФ. Этот режим, активно используемый в приложениях, требующих значительных смещений [19], характеризуется неоднородным распределением напряжений и деформаций, при этом одни слои оказываются растянутыми, а другие сжатыми. Поскольку многие СПФ, в том числе наиболее широко применяемые сплавы на основе никелида титана, проявляют асимметрию механических свойств при растяжении и сжатии [2], исследование поведения работающих на изгиб элементов из таких материалов не удастся свести к рассмотрению поведения элементов, работающих только на растяжение или только на сжатие. Для определения деформационных характеристик, распределения напряжений, температуры и объемной доли мартенситной фазы по поперечному сечению пластины приходится решать краевую задачу в связанной термомеханической постановке.

При решении краевых задач для тел из СПФ возникает ряд трудностей, связанных с необходимостью расчета неупругих фазовых деформаций. Для решения таких задач в последние годы разрабатываются различные аналитические и численные методы. Среди последних наиболее широкое распространение получил метод конечных элементов (МКЭ). В 1993 году К. Бринсон и Р. Ламмерингом были использованы нелинейные конечные элементы для предсказания термоупругого отклика стержня из СПФ при одноосном нагружении [20]. Применяемые в настоящее время пакеты программ для решения задач с помощью метода конечных элементов (например, ANSYS, COMSOL Multiphysics, ABAQUS), а также программ, самостоятельно

разработанных отдельными исследователями, позволили добиться определенных успехов в описании псевдоупругого поведения деталей из СПФ и эффекта памяти формы после активного деформирования при наличии остаточного мартенсита после разгрузки [21-26]. При этом для расчета полей напряжений и деформаций обычно используются макроскопические (феноменологические) модели, в которых объемная доля мартенситной фазы и деформация превращения рассматриваются в качестве внутренних переменных, а соотношения, определяющие эволюцию фазового состава, базируются либо непосредственно на результатах прямых экспериментов [27], либо на сочетании экспериментальных определяющих соотношений с основными термодинамическими принципами [28-36]. При необходимости описания переориентации мартенсита в феноменологические модели либо вводятся два типа мартенсита – хаотический и ориентированный, либо рассматривается существование нескольких ориентационных вариантов или пластин мартенсита и формулируются критерии переориентации [37-38]. Это, безусловно, приводит к усложнениям расчетов, но расширяют спектр описываемых явлений. В частности, Ф. Ауриккио с соавторами [38] удалось адекватно описать работу привода с элементом из СПФ в виде геликоидальной пружины. В работе [39] авторы, выбрав в качестве определяющих соотношений модель Д. Лагоудаса [40], решили двумерную краевую задачу о расчете полей напряжений и деформаций вблизи кончика трещины.

Неизотермические режимы нагружения тел из СПФ представляют существенно большую сложность при расчетах, и имеющиеся в литературе примеры касаются, как правило, одномерных задач. Поворот внешней поверхности полого цилиндра в условиях заданных нулевых перемещений на его внутреннем радиусе рассмотрено в работе [41]. Процесс дорнования муфты из СПФ и сборки термомеханического соединения описан в [42]. В работе [43] макроскопическая модель Б. Ранецки и К. Лекселлента [44] использована при моделировании отклика двумерной структуры при быстром нагружении в изотермических и неизотермических условиях. Макромодель К. Бринсон [27] применялась в работе [45] для исследования термомеханического отклика проволоки из СПФ при различных скоростях нагружения. Связную термомеханическую задачу для привода из СПФ решали в работах [46,47]. Однако при этом прямо делалось предположение о том, что распределение температур по толщине элемента описывается полиномом третьей [46] или шестой степени [47]. В работах [48-50] в рамках макроскопического подхода решены связанные краевые задачи о растяжении проволок и двумерных структур из СПФ.

Среди аналитических решений краевых задач для тел из СПФ отметим цикл работ А. Мовчана с соавторами, в которых удалось, в частности, в связанной постановке определить напряжения и деформации для балки при изгибе [51], толстостенного полого цилиндра и толстостенной полой сферы под действием давления [52], а также решить некоторые задачи о потере устойчивости [52-55], в том числе в дважды связанной постановке с учетом выделения тепла при прямом мартенситном превращении [54]. При этом в качестве определяющих соотношений использовалась оригинальная макроскопическая модель СПФ [56,57].

К сожалению, возможности макроскопических моделей описывать всю совокупность функциональных свойств СПФ при меняющихся тепловых

и механических нагрузках сильно ограничены ввиду отсутствия прямого учета строения мартенсита и деталей механизмов превращения и переориентации. Микроструктурные модели поведения СПФ (например, [58-60]), базирующиеся, как следует из названия, на учете структуры этих материалов и специфических особенностей механизмов их деформации, обладают большими, по сравнению с макромоделами, возможностями. Однако, большое количество внутренних переменных, приводящее к значительным затратам времени при численных расчетах, а также сложность определения значений материальных констант препятствует широкому применению таких моделей при решении краевых задач. Микроструктурная модель [61-63], апробированная при моделировании различных функциональных свойств, применялась при моделировании растяжения цилиндра из СПФ, нагруженного осевой силой и охлаждаемого с поверхности [64-66], а также чистого изгиба балки [66,67]. В настоящей работе в рамках этой модели рассматривается задача о цилиндрическом изгибе пластины из СПФ с учетом влияния скрытой теплоты превращения и теплообмена с окружающей средой.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДИКА РАСЧЕТА

1.1. Микроструктурная модель.

Применяемая в настоящей работе микроструктурная модель подробно описана в работах [61-63,67], поэтому здесь лишь кратко приведем ее основные положения.

Представительный объем СПФ состоит из зерен, характеризующихся ориентацией ω кристаллографических осей относительно выбранного лабораторного базиса. Зерна, в свою очередь, состоят из высокотемпературной фазы – аустенита – и ориентационных вариантов мартенсита, образующихся из аустенита при охлаждении или нагружении в результате одного из N возможных кристаллографически эквивалентных способов перестройки кристаллической решетки. В качестве внутренних переменных введены величины Φ_n , такие, что объемная доля n -го варианта мартенсита равна $(1/N)\Phi_n$.

Принята схема усреднения по Рейссу, в рамках которой деформация представительного объема находится путем усреднения деформаций по всем зернам. Деформация зерна находится как сумма упругой, температурной, фазовой деформаций, а также микропластической деформации, которая связана с аккомодацией мартенсита. Активную пластическую деформацию, также рассчитываемую в этой модели, в данной работе не учитывали. Упругая и термическая деформация аустенитной фазы и вариантов мартенсита вычисляются по закону Дюгамеля-Неймана. Фазовая деформация n -го варианта мартенсита представляет собой деформацию Бейна D_n , реализующую соответствующее преобразование кристаллической решетки, и пропорциональна объемной доле соответствующего мартенситного варианта. В силу гипотезы Рейсса фазовая деформация зерна вычисляется путем усреднения фазовых деформаций по всем ориентационным вариантам мартенсита

$$\varepsilon^{\text{gr Ph}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n D_n. \quad (1)$$

Эволюционные уравнения для расчета переменных Φ_n сформулированы в терминах термодинамических сил F_n – производных по этим переменным

от термодинамического потенциала Гиббса G . Эти уравнения подробно описаны в работе [67]. В выражении для потенциала Гиббса учитывается взаимодействие бейновских мартенситных вариантов, которые в сплаве TiNi формируют так называемые «согласованные пары вариантов» (CVP – «Corresponding Variants Pairs») [68-70]. Сформулированное условие протекания мартенситного превращения выражает равенство термодинамической движущей силы F_n некоторой диссипативной силе F^{fr} , обусловленной сопротивлением росту мартенситных кристаллов со стороны материнской фазы и ответственной за существование гистерезиса превращения

$$F_n = \pm F^{fr} \quad (2)$$

(знак плюс выбирается для прямого превращения, а знак минус – для обратного). Величина F^{fr} выражается через характеристические температуры и скрытую теплоту мартенситного превращения. При изменении движущей силы, обусловленным изменением температуры и напряжения, происходят приращения внутренних переменных Φ_n такие, что сохраняется выполнение условия (2).

Расчет изменения Φ_n при переориентации мартенсита базируется на трех предположениях: 1) каждый вариант мартенсита может быть преобразован в любой другой; 2) переориентация происходит в «направлении» l , расположенному в пространстве переменных Φ_1, \dots, Φ_N , на плоскости $\Phi_1 + \dots + \Phi_N = \text{const}$ и соответствующему скорейшему убыванию потенциала Гиббса из всех кристаллографически допустимых направлений; 3) переориентация происходит при условии

$$F_n^{tw} = F^{fr\ tw},$$

где $F_n^{tw} = -\frac{\partial G}{\partial l}$ – термодинамическая сила, равная производной (с обратным знаком) от потенциала Гиббса по направлению l , а $F^{fr\ tw}$ – критическое значение этой силы. Более подробно процедура подсчета направления l описана в работе [67]. Уравнения для расчета микропластической деформации, связанной с аккомодацией мартенсита, приводятся в работе [63].

Заметим, что поскольку движущая сила F_n , входящая в условие (2), выражается через температуру и напряжение, то модель, использующая это условие, автоматически учитывает зависимость температур начала и конца прямого мартенситного превращения (M_s, M_f), начала и конца обратного превращения (A_s, A_f) от напряжения.

1.2. Краевая задача об изгибе пластины из СПФ.

В качестве рабочего тела привода или датчика температуры рассмотрена пластина из СПФ никелид титана, находящаяся в тепловом контакте с окружающей средой через верхнюю и нижнюю поверхности, которая может испытывать чистый изгиб под действием изгибающего момента M и/или растяжение под действием продольной силы F . Здесь и далее обобщенные силы и тепловые характеристики приведены в расчете на единицу ширины пластины. На рис.1 представлена схема нагружения пластины. Начальная длина пластины L , ширина b , высота h . Для расчета распределений температуры, напряжения и деформации по толщине пластины необходимо решить связную

краевую термомеханическую задачу, в которой учитывается теплообмен с окружающей средой, теплопроводность, выделение скрытой теплоты превращения и зависимость изменения фазового состояния и деформации от изменения температуры и напряжения.

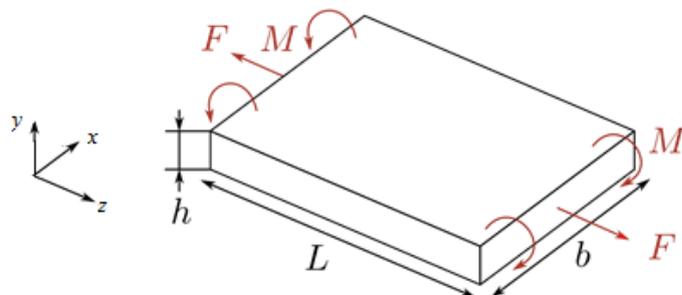


Рис.1. Изгиб пластины, которая находится в тепловом контакте с окружающей средой через верхнюю и нижнюю поверхности (схема).

Предполагаем, что справедливы гипотеза плоских сечений и гипотеза о ненадавливании слоев (гипотезы Бернулли-Эйлера). Касательные напряжения будем считать пренебрежимо малыми. Пластина предполагается достаточно узкой, так что на продольных боковых поверхностях, перпендикулярных оси x , выполняется условие отсутствия напряжений $\sigma_{xx} = 0$. Для краткости введем обозначения для компонентов тензоров напряжений и деформаций: $\sigma = \sigma_{zz}$, $\varepsilon = \varepsilon_{zz}$.

Распределение деформаций по поперечному сечению пластины в соответствии с гипотезой плоских сечений определяется соотношением

$$\varepsilon(y) = \kappa_0 y + \varepsilon_0, \quad (3)$$

где ε_0 и κ_0 – относительное удлинение и кривизна срединной поверхности пластины, соответственно; координата y отсчитывается от срединной поверхности.

Условия статического равновесия пластины

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma(y) dy = F, \quad \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(y) y dy = M. \quad (4)$$

Будем считать, что определяющие соотношения материала позволяют аддитивно разделить полную деформацию ε на упругую ε^{el} и неупругую ε^{ne} составляющие: $\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{ne}$. Тогда по закону Гука

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon^{ne}) = E(\varepsilon_0 + \kappa_0 y - \varepsilon^{ne}), \quad (5)$$

где E – эффективный модуль Юнга, определяемый по правилу смеси для податливостей $E^{-1} = \Phi_M E_M^{-1} + (1 - \Phi_M) E_A^{-1}$, где E_M и E_A – модули Юнга

мартенсита и аустенита, $\Phi_M = \frac{1}{N_{gr}} \sum_{\omega} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n$ – объемная доля мартенсита,

N_{gr} – число зерен в представительном объеме (первая сумма выполняется по всем зернам, а вторая – по всем вариантам мартенсита внутри каждого из зерен).

Приращения фазовой деформации и внутренних переменных определяются микроструктурной моделью, описанной в разделе 1.1. Формально их можно записать в виде

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon^{ne}(y) &= F_1(\Delta T(y), \Delta \sigma(y), X(y)), \\ \Delta X(y) &= F_2(\Delta T(y), \Delta \sigma(y), X(y)), \end{aligned} \tag{6}$$

где функции F_1 и F_2 определяются микроструктурной моделью, а символом X обозначен набор внутренних переменных $\Phi_n(\omega)$, представляющие собой объемные доли мартенсита каждого из n вариантов в каждом зерне ω .

Изменение температуры во времени рассчитывали, решая уравнение теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{Q}, \tag{7}$$

где c – удельная теплоемкость, ρ – плотность, λ – теплопроводность. При этом предполагали, что теплообмен с окружающей средой происходит по закону Ньютона

$$\mp \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\pm \frac{h}{2}} = H(T - T_{env}), \tag{8}$$

где H – коэффициент теплообмена, T_{env} – температура окружающей среды. Интенсивность источников тепла определяется скрытой теплотой превращения СПФ q_0 и скоростью роста суммарной объемной доли мартенсита Φ_M : $\dot{Q} = -q_0 \dot{\Phi}_M$.

Для решения задачи используется дискретная схема: поперечное сечение пластины делится на K равных отрезков, определяя тем самым узлы пространственной сетки с координатами $y_j = jh/K$. Поля напряжений, деформаций и температуры в различных точках тела задаются в виде набора значений в узлах сетки. В процессе расчета на каждом шаге нагружения задача разбивается на подзадачи, каждой из которых соответствует свой оператор (рис.2):

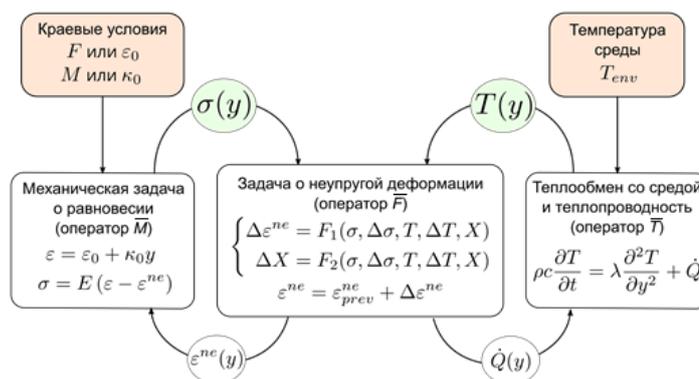


Рис.2. Схема решения дважды связанной термомеханической краевой задачи.

- механическая задача о равновесии (оператор \bar{M}) – определение сеточной функции $\sigma(y)$ для заданной величины изгибающего момента M и значений неупругой деформации $\varepsilon^{ne}(y_j)$ в узлах с помощью соотношений (3)-(5);
- «реологическая» задача о нахождении неупругой деформации $\varepsilon^{ne}(y_j)$

и плотности источников тепла (а также, внутренних переменных $X(y_j)$) с помощью микроструктурной модели (6) (оператор \bar{F});

- температурная задача (оператор \bar{T}) – определение сеточной функции $T(y)$ с помощью уравнения теплопроводности (7) при заданных условиях теплообмена (8) и известных внутренних переменных.

Поиск таких полей напряжений и температур, которые удовлетворяли бы одновременно уравнениям равновесия, теплопроводности и изменившимся в течение шага краевым условиям, может быть сведен к задаче о неподвижной точке оператора \bar{A}

$$\begin{pmatrix} \sigma(y) \\ T(y) \end{pmatrix} = \bar{A} \begin{pmatrix} \sigma(y) \\ T(y) \end{pmatrix},$$

где оператор \bar{A} является композицией операторов \bar{M} , \bar{T} и \bar{F}

$$\begin{pmatrix} \sigma(y) \\ T(y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{M}(\varepsilon^{ne}(y)) \\ \bar{T}(\dot{Q}(y)) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \varepsilon^{ne}(y) \\ \dot{Q}(y) \end{pmatrix} = \bar{F} \begin{pmatrix} \sigma(y) \\ T(y) \end{pmatrix}.$$

В данной работе эту задачу решали, сведя ее к поиску минимума функционала от многих переменных [71]. Результатом решения являлись сеточные функции напряжений, деформаций, температуры и внутренних переменных микроструктурной модели.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В качестве объекта моделирования рассматривалась пластина из СПФ типа TiNi, размеры и другие параметры которой приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

Параметр	Значение
Характеристические температуры M_f, M_s, A_s, A_f (при отсутствии напряжений)	303 К, 323 К, 340 К, 360 К
Скрытая теплота превращения q_0	-150 Дж/см ³
Размеры $L \times b$	$L = 20$ мм, $b = 10$ мм
Толщина h для расчета в ненагруженном состоянии (раздел 2.1)	5 мм
Толщина h для расчета изгиба пластины (разделы 2.2 и 2.3)	2 мм
Коэффициент теплообмена H	2500 Вт/(К·м ²)
Плотность ρ	6500 кг/м ³
удельная теплоемкость C	470 Дж/(кг·К)
коэффициент теплопроводности λ	10 Вт/(м·К)

2.1. Расчет влияния скрытой теплоты на время прямого превращения в пластине, охлаждаемой с поверхности.

Время, затрачиваемое на изменение температуры рабочего элемента из СПФ, зависит от ряда факторов. Среди них – скорость распространения тепла

и величина скрытой теплоты превращения. Выявление необходимости их учета при проектировании устройств, использующих СПФ, являлась целью первой серии модельных экспериментов. Моделировали охлаждение и последующую выдержку пластины при постоянной температуре в свободном состоянии до выравнивания температурного поля по толщине.

На рис.3 показаны распределения по толщине пластины (по координате y) объемной доли мартенсита (рис.3а) и температуры (рис.3б) в некоторые последовательные моменты времени при снижении температуры окружающей среды от 400 до 300 К (ниже температуры M_f) со скоростью 100 К/с и последующей выдержке при 300 К. Видно, что, когда температура поверхности достигает значения $M_s=323$ К (начиная с момента времени 5 с), мартенситное превращение, сопровождаемое выделением скрытой теплоты, начинается в наружных слоях пластины. Это затрудняет теплоотвод из внутренних слоев, из-за чего скорость убывания в них температуры замедляется. В точках, соответствующих началу превращения, заметно изменение кривизны графика $T(y)$ (рис.3б), а форма графика во внутренних слоях «уплощается», что особенно заметно на кривых, соответствующих моментам времени 6.5 с и 7 с (данные кривые выделены пунктиром). В моменты времени 8 с и 9 с превращение и выделение тепла охватывает все слои пластины, и кривизна графиков распределения температуры изменяется гладко.

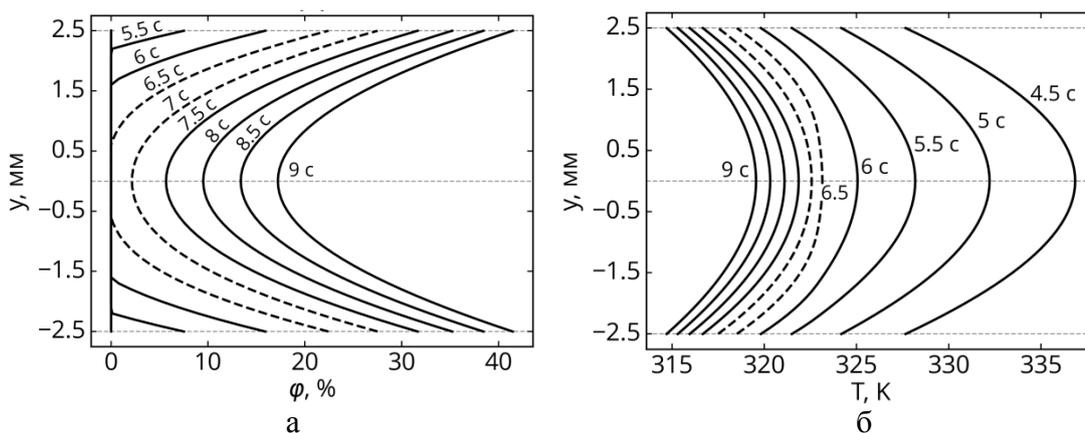


Рис.3. Распределения объемной доли мартенсита (а) и температуры (б) по толщине пластины при выдержке во времени в некоторые последовательные моменты времени, соответствующие началу прямого превращения.

При завершении прямого мартенситного превращения также наблюдается изменение формы распределения температуры и суммарной объемной доли мартенсита по поперечному сечению пластины (рис.4). Если через 17 секунд выдержки слои вблизи поверхности уже почти перешли в мартенситное состояние (объемная доля мартенсита превышает 90%), то на срединной поверхности температура оказывается примерно на 5 К выше, а объемная доля мартенсита составляет 60%. Требуется еще примерно 7 секунд, чтобы вся пластина перешла в мартенситное состояние, а разница температур на поверхности и в центре не превышала 1 К. Кривые распределения фазы и температуры, выделенные пунктиром (рис.4), соответствуют моментам времени, когда весь материал по сечению пластины переходит в мартенситное состояние.

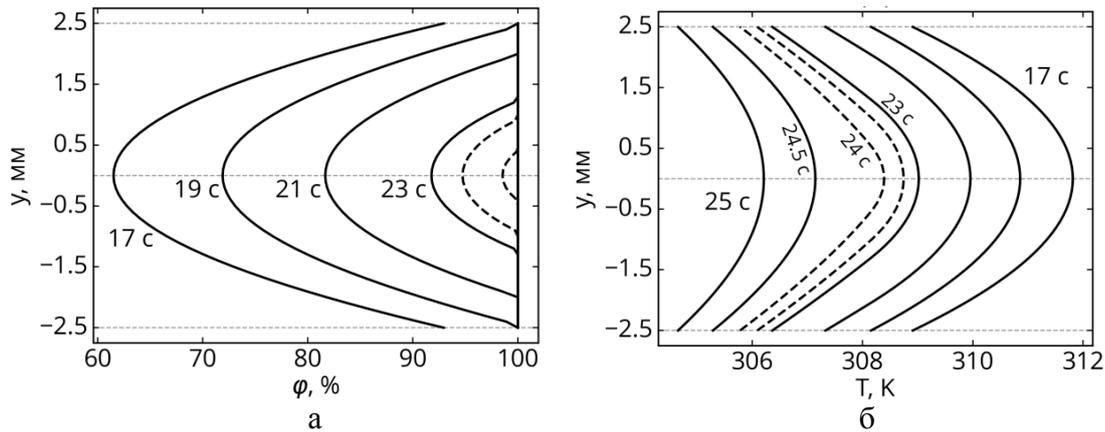


Рис.4. Распределения объемной доли мартенсита (а) и температуры (б) по толщине пластины при выдержке во времени в некоторые последовательные моменты времени, соответствующие окончанию прямого превращения.

Чтобы оценить влияние выделения скрытой теплоты превращения на скорость и характер изменения температурного поля в пластине, выполнили моделирование процесса охлаждения при отсутствии тепловыделения. На рис.5 показаны зависимости от времени температуры на поверхности пластины и в ее центре при учете тепловыделения и без него.

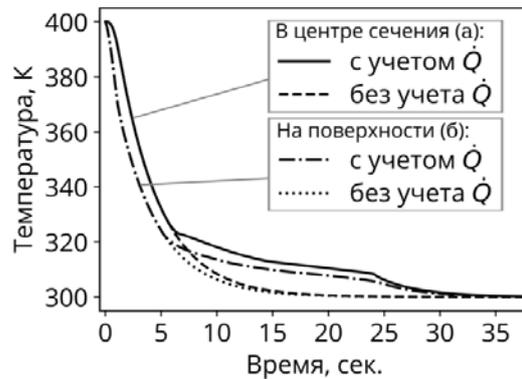


Рис.5. Зависимости от времени температуры в центре сечения пластины (а) и на её поверхности (б) при охлаждении окружающей среды со скоростью 100 К/с и последующей выдержке, рассчитанные с учетом и без учета тепловыделения.

Видно, что при наличии тепловыделения увеличивается разница между температурами на поверхности и в центре пластины, а скорость убывания температуры во время превращения снижается. При более медленном охлаждении перепад температур между точками на поверхности пластины и в ее центре уменьшается (рис.6). При обычно используемых в эксперименте скоростях охлаждения 0.5-1 К/мин поле температур в пластине становится практически однородным.

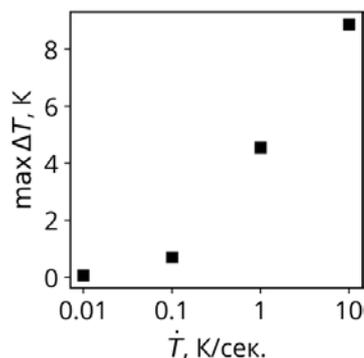


Рис.6. Зависимость максимальной разности между температурами на поверхности пластины и в ее центре от скорости изменения температуры окружающей среды.

2.2. Моделирование деформации пластины при выдержке в условиях постоянной температуры окружающей среды, равной M_s .

Рассмотрен цилиндрический изгиб пластины под действием момента сил при температуре 323 К (M_s для данного модельного материала). Пластина находится в тепловом контакте с окружающей средой через верхнюю и нижнюю поверхности и нагружается при постоянной температуре окружающей среды. Процесс нагрузки происходит достаточно быстро (за 1 секунду), вследствие чего в результате выделения скрытой теплоты превращения возникает неоднородное поле температуры по толщине пластины, затем максимальная нагрузка фиксируется и производится выдержка продолжительностью 30 секунд. На рис.7а представлена диаграмма деформирования в координатах «прогиб-момент». В процессе теплопередачи возникает накопление прогиба во времени (рис.7б), вызванное фазовыми превращениями внутри материала. Точки А на рис.7а и 7б соответствуют началу выдержки, точки В – окончанию выдержки.

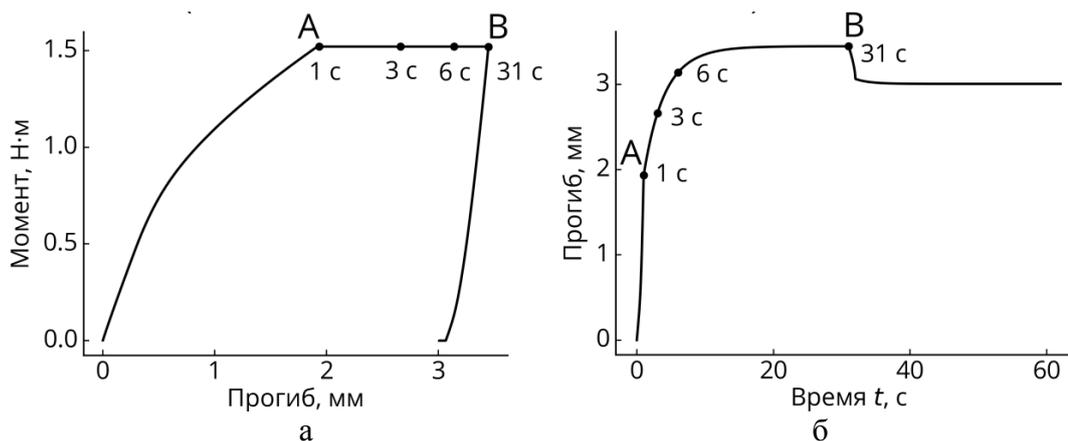


Рис.7. Зависимость прогиба от изгибающего момента (а) и времени (б) при нагружении, выдержке во времени при фиксированном моменте и разгрузке пластины при температуре окружающей среды, равной M_s .

В случае изгиба пластины происходит накопление прогиба. Этот эффект можно формально трактовать как ползучесть, хотя механизм его возникновения иной: из-за неоднородного поля температуры различные слои пластины испытывают фазовые превращения неравномерно по толщине сечения. Материал пластины при этом находится в двухфазном состоянии, эволюция которого

обусловлена охлаждением в результате процессов теплопроводности в присутствии механических напряжений. Внутренним слоям требуется больше времени, чтобы в них прошло фазовое превращение. После разгрузки образца наблюдается остаточная деформация.

На рис.8 представлено распределение напряжений и объемной доли мартенсита по толщине пластины в различные моменты времени. Вследствие того, что СПФ TiNi демонстрирует асимметрию свойств при растяжении и сжатии [9], а применяемая в данной работе микроструктурная модель естественным образом учитывает это [72], оказывается, что нейтральный слой, в котором напряжения равны нулю, не проходит через центр сечения, а смещен в сторону сжатых слоев.

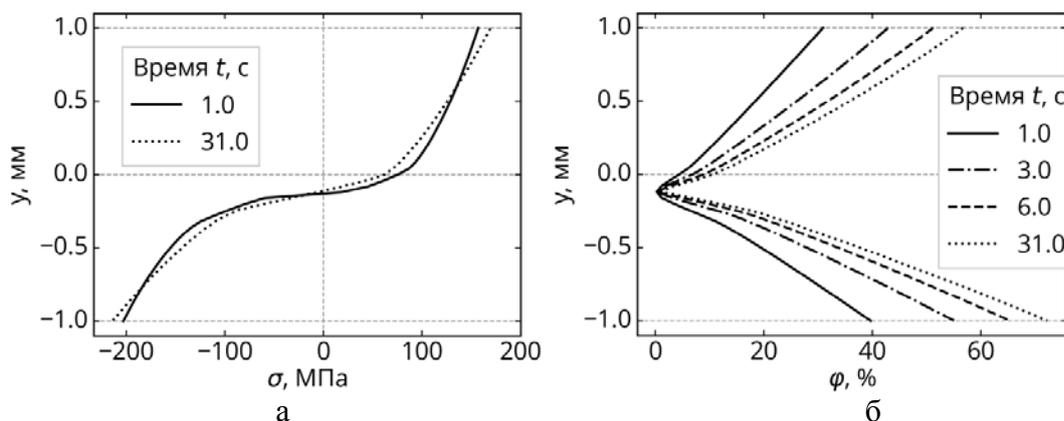


Рис.8. Распределения напряжений (а) и объемной доли мартенсита (б) по толщине пластины при выдержке во времени в условиях фиксированного изгибающего момента.

2.3. Моделирование выдержки во времени в условиях постоянного заданного прогиба.

Рассмотрена краевая задача с жестким закреплением образца, когда после нагружения при температуре окружающей среды, равной M_s , фиксируется прогиб и происходит выдержка в течение 30 секунд, после чего образец разгружается.

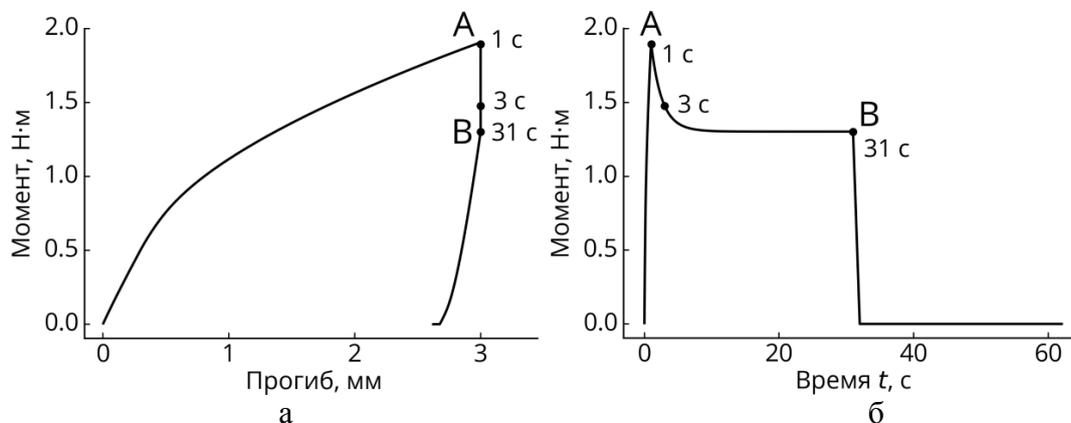


Рис.9. Зависимость изгибающего момента от прогиба (а) и времени (б) при нагружении, выдержке во времени при фиксированном прогибе и разгрузке пластины при температуре окружающей среды, равной M_s .

На рис.9 представлена диаграмма деформирования в координатах «прогиб-момент» (а), а также зависимость изгибающего момента от времени (б). Точка А соответствует началу выдержки, точка В – окончанию. Наблюдается релаксация напряжений во времени из-за мартенситных превращений, связанных с процессами выделения скрытой теплоты и теплопередачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Микроструктурная модель позволяет решить краевую задачу о цилиндрическом изгибе пластины из СПФ в полностью связанной термомеханической постановке в условиях теплообмена с окружающей средой с учетом выделения скрытой теплоты превращения и теплопроводности.

2. Выделение скрытой теплоты превращения оказывает существенное влияние на распределение температуры в пластине из СПФ и времени ее охлаждения. При быстром снижении температуры окружающей среды (100 К/с) время охлаждения пластины из никелида титана толщиной 5 мм до достижения мартенситного состояния на 10 с больше, чем его оценка, полученная без учета скрытой теплоты превращения. Это обстоятельство необходимо учитывать при проектировании устройств из СПФ, требующих точно заданного времени срабатывания.

3. При быстром нагружении при температуре M_s и последующей выдержке при постоянном изгибающем моменте в результате теплопередачи происходит накопление деформации во времени, вызванное фазовыми превращениями внутри материала. Это явление можно формально трактовать как ползучесть. При выдержке в условиях фиксированного прогиба происходит релаксация напряжений во времени. Данные эффекты следует учитывать при проектировании функциональных устройств с рабочим телом из сплава с памятью формы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А.С., Герасимов А.П., Прохорова И.И. *Применение эффекта памяти формы в современном машиностроении*. – М.: Машиностроение, 1981. – 81 с.
2. Duerig T.W., Melton K.N., Stöckel D. (Eds.) *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*. – Butterworth-Heinemann, 1990. – 512 p.
3. Wanhill R.J.H., Ashok B. *Shape Memory Alloys (SMAs) for Aerospace Applications* / In: Prasad N., Wanhill R. (Eds.) *Aerospace Materials and Material Technologies*. – Singapore: Springer, 2017. – 586 p.
4. Torra V., Isalgue A., Lovey F.C. and Sade M. *Shape memory alloys as an effective tool to damp oscillations* // J. Therm. Anal. Calorim. – 2015. – Vol.119. – Pp.1475-1533.
5. Casciati S. *SMA-based devices: insight across recent proposals toward civil engineering application* // Smart Struct. Syst., Int. J. – 2019. – Vol.24. – No.1. – Pp.111-125.
6. Tabrizikahou A., Kuczma M., Łasecka-Plura M. et al. *Application and modelling of Shape-Memory Alloys for structural vibration control: State-of-the-art review* // Constr. Build. Mater. – 2022. – Vol.342(B). – 127975.

7. Zhang W., Zhang Y., Zheng G. et al. *A Biomechanical Research of Growth Control of Spine by Shape Memory Alloy Staples* // BioMed Research International. – 2013. – 384894.
8. Petrini L., Bertini A., Berti F. et al. *The role of inelastic deformations in the mechanical response of endovascular shape memory alloy devices* // J. of Engineering in Medicine. – 2017. – Vol.231. – No.5. – Pp.391-404.
9. Otsuka K., Wayman C.M. (Eds). *Shape memory materials*. – Cambridge University Press, 1998. – 298 p.
10. Pieczyska E.A., Tobushi H., Kulasinski K. *Development of transformation bands in TiNi SMA for various stress and strain rates studied by a fast and sensitive infrared camera* // Smart Mater. Struct. – 2013. – Vol.22. – 035007.
11. Kato H. *Latent heat storage capacity of NiTi shape memory alloy* // J. Mater. Sci. – 2021. – Vol.56. – No.13. – Pp.8243-8250.
12. Louia F., Michaelis N., Schütze A. et al. *A unified approach to thermo-mechanical characterization of elastocaloric materials* // J. Phys. Energy. – 2023. – Vol.5. – No.4. – 045014.
13. He Y.J., Sun Q.P. *Frequency-dependent temperature evolution in NiTi shape memory alloy under cyclic loading* // Smart Mater. Struct. – 2010. – Vol.19. – No.11. – 115014.
14. Yin H., He Y., Sun Q. *Effect of deformation frequency on temperature and stress oscillations in cyclic phase transition of NiTi shape memory alloy* // J. Mech. Phys. Solids. – 2014. – Vol.67. – Pp.100-128.
15. Leo P.H., Shield T.W., Bruno O.P. *Transient heat transfer effects on the pseudoelastic behavior of shape-memory wires* // Acta Metall. Mater. – 1993. – Vol.41. – No.8. – Pp.2477-2485.
16. McCormick P., Liu Y., Miyazaki S. *Intrinsic thermal-mechanical behaviour associated with the stress-induced martensitic transformation in NiTi* // Mater. Sci. Eng.: A. – 1993. – Vol.167. – No.1-2. – Pp.51-56.
17. Qiu C., Gong Z., Peng C. et al. *Seismic vibration control of an innovative self-centering damper using confined SMA core* // Smart Struct. Syst., Int. J. – 2020. – Vol.25. – No.2. – Pp.241-254.
18. Jin F., Zhao C., Xu P. et al. *Nonlinear vibration of SMA hybrid composite beams actuated by embedded pre-stretched SMA wires with tension-bending coupling effect* // J. Sound Vib. – 2024. – Vol.568. – 117964.
19. Song S.H., Lee J.Y., Rodrigue H. et al. *35 Hz shape memory alloy actuator with bending-twisting mode* // Scientific Reports. – 2016. – Vol.6(1). – 21118.
20. Brinson L., Lammering R. *Finite element analysis of the behavior of shape memory alloys and their applications* // Int. J. Solids Struct. – 1993. – Vol.30. – No.23. – Pp.3261-3280.
21. Chapman C., Eshghinejad A., Elahinia M. *Torsional Behavior of NiTi Wires and Tubes: Modeling and Experimentation* // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2011. – Vol.22. – No.11. – Pp.1239-1248.
22. Mirzaeifar R., Shakeri M., Sadighi M. *Nonlinear finite element formulation for analyzing shape memory alloy cylindrical panels* // Smart Mater Struct. – 2009. – Vol.18. – No.3. – 035002.
23. Kumar M.K., Sakthivel K., Sivakumar S. et al. *Thermomechanical modeling of hysteresis in SMAs using the dissipationless reference response* // Smart Mater. Struct. – 2007. – Vol.16. – No.1. – S28.

24. Roh J.H., Han J.H., Lee I. *Nonlinear finite element simulation of shape adaptive structures with SMA strip actuator* // J. Intel. Mater. Syst. Struct. – 2006. – Vol.17. – No.11. – Pp.1007-1022.
25. Toi Y., Lee J.-B., Taya M. *Finite element analysis of superelastic, large deformation behavior of shape memory alloy helical springs* // Comput. Struct. – 2004. – Vol.82. – No.20-21. – Pp.1685-1693.
26. Ren J., Liew K. *Meshfree modelling and characterisation of thermomechanical behaviour of NiTi alloys* // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2005. – Vol.29. – No.1. – Pp.29-40.
27. Brinson L. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable* // J. Intel. Mater. Syst. Struct. – 1993. – Vol.4. – Pp.229-242.
28. Qidwai M.A., Lagoudas D.C. *Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms* // Int. J. Num. Methods in Engineering. – 2000. – Vol.47. – No.6. – Pp.1123-1168.
29. Boyd J., Lagoudas D.C. *A thermodynamical constitutive model for shape memory materials* // Int. J. Plast. – 1996. – Vol.12. – Pp.805-842.
30. Panico M., Brinson L. *A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys* // J. Mech. Phys. Solids. – 2007. – Vol.55. – Iss.11. – Pp.2491-2511.
31. Stebner A., Brinson L.C. *Explicit finite element implementation of an improved three dimensional constitutive model for shape memory alloys* // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. – 2013. – Vol.257. – Pp.17-35.
32. Thamburaja P. *A finite-deformation-based phenomenological theory for shape-memory alloys* // Int. J. Plast. – 2010. – Vol.26. – No.8. – Pp.1195-1219.
33. Chemisky Y., Duval A., Patoor E., Zineb T.B. *Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation* // Mech. Mater. – 2011. – Vol.43. – No.7. – Pp.361-376.
34. Christ D., Reese S. *A finite element model for shape memory alloys considering thermomechanical couplings at large strains* // Int. J. Solids Struct. – 2009. – Vol.46. – No.20. – Pp.3694-3709.
35. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R, Reali A., Sohrabpour S. *A 3D finite strain phenomenological constitutive model for shape memory alloys considering martensite reorientation* // Continuum Mech. Thermodyn. – 2010. – Vol.22. – No.5. – Pp.345-362.
36. Patoor E., Lagoudas D.C., Entchev P.B. et al. *Shape memory alloys, part I: General properties and modeling of single crystals* // Mech. Mater. – 2006. – Vol.38. – No.5-6. – Pp.391-429.
37. Oliveira S.A., Savi M.A., Kalamkarov A.L. *A three-dimensional constitutive model for shape memory alloys* // Arch. Appl. Mech. – 2010. – Vol.80. – No.10. – Pp.1163-1175.
38. Auricchio F., Bonetti E., Scalet G., Ubertini F. *Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation* // Int. J. Plast. – 2014. – Vol.59. – Pp.30-54.
39. Simoes M., Martínez-Pañeda E. *Phase field modelling of fracture and fatigue in Shape Memory Alloys* // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2021. – Vol.373. – 113504.

40. Lagoudas D.C. *Shape memory alloys: modeling and engineering applications*. – Berlin: Springer; 2008. – 456 p.
41. Rogovoy A.A., Stolbova O.S. *Numerical simulation of the phase transition control in torsion of a hollow cylinder made of heusler alloy* // PNRPU Mechanics Bulletin. – 2019. – Vol.3. – Pp.75-87.
42. Likhachev V.A., Razov A.I., Volkov A.E. *Finite difference simulation of a thermomechanical coupling* / Proceedings of the Second International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies SMST-97. Asilomar Conference Center, Pacific Grove, California, USA. 1997. – Pp.335-340.
43. Collet M., Ouisse M., Foltête E., Lexcellant C. *Isothermal and anisothermal implementations of 2D shape memory alloy modeling for transient impact response calculation* // Smart Mater. Struct. – 2009. – Vol.18. – No.12. – 125019.
44. Raniecki B., Lexcellant C., Tanaka K. et al. *Thermodynamic models of pseudoelastic behaviour of shape memory alloys* // Arch. Mech.-Arch. Mech. Stos. – 1992. – Vol.44. – No.3. – Pp.261-284.
45. Alipour A., Kadkhodaei M., Ghaei A. *Finite element simulation of shape memory alloy wires using a user material subroutine: Parametric study on heating rate, conductivity, and heat convection* // J. Intel. Mater. Syst. Struct. – 2015. – Vol.26. – No.5. – Pp.554-572.
46. Solomou A.G., Machairas T.T., Saravanos D.A. *A coupled thermomechanical beam finite element for the simulation of shape memory alloy actuators* // J. Intel. Mater. Syst. Struct. – 2014. – Vol.25. – No.7. – Pp.890-907.
47. Solomou A.G., Machairas T.T., Saravanos D.A., Hartl D.J., Lagoudas D.C. *A coupled layered thermomechanical shape memory alloy beam element with enhanced higher order temperature field approximations* // J. Intel. Mater. Syst. Struct. – 2016. – Vol.27. – No.17. – Pp.2359-2384.
48. Armattoe K.M, Bouby C., Haboussi M., Zineb T.B. *Modeling of latent heat effects on phase transformation in shape memory alloy thin structures* // Int. J. Solids Struct. – 2016. – Vol.88. – Pp.283-295.
49. Gu X., Zhang W., Zaki W., Moumni Z. *An extended thermomechanically coupled 3D rate-dependent model for pseudoelastic SMAs under cyclic loading* // Smart Mater. Struct. – 2017. – Vol.26. – 095047.
50. Morin C., Moumni Z., Zaki W. *Thermomechanical coupling in shape memory alloys under cyclic loadings: experimental analysis and constitutive modeling* // Int. J. Plast. – 2011. – Vol.27. – Pp.1959-1980.
51. Мовчан А.А., Казарина С.А., Машихин А.Е. и др. *Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы* // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. – 2015. – Т.157 – №3. – С.97-110.
52. Мовчан А.А., Думанский С.А., Казарина С.А. *Связная и дважды связная задачи устойчивости для сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – №6. – С.2-8.
53. Мовчан А.А., Думанский С.А. *Дважды связанная задача о потере устойчивости стойки Шенли на стержнях из сплава с памятью формы при обратном мартенситном превращении в заневоленном состоянии* // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – №12. – С.8-15.
54. Мовчан А.А., Думанский С.А. *Решение дважды связанной задачи о потере устойчивости стержня из сплава с памятью формы вследствие прямого термоупругого фазового превращения* // Прикладная механика и техническая физика. – 2018. – Т.59. – №4(350). – С.160-168.

55. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальное исследование и теоретический анализ потери устойчивости пластин из никелида титана, обусловленной прямым термоупругим фазовым превращением под действием сжимающей нагрузки* // Деформация и разрушение материалов. – 2023. – №7. – С.2-11.
56. Мовчан А.А., Казарина С.А. *Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач* // Физ. мезомех. – 2012. – Т.15. – №1. – С.105-116.
57. Мовчан А.А. *Модель неупругого деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2021. – №3. – С.8-17.
58. Patoor E., Eberhardt A., Berveiller M. *Micromechanical modelling of superelasticity in shape memory alloys* // J. de Physique IV, C1. – 1996. – Vol.6. – Pp.277-292.
59. Sun Q.-P., Lexcelent C. *On the unified micromechanics constitutive description of one-way and two-way shape memory effects* // J. de Physique IV, C1. – 1996. – Vol.6. – Pp.367-375.
60. Huang M., Brinson L.C. *A multivariant model for single crystal shape memory alloy behavior* // J. Mech. Phys. Solids. – 1998. – Vol.46. – No.8. – Pp.1379-1409.
61. Evard M.E., Volkov A.E. *Modeling of the martensite accommodation effect on mechanical behavior of shape memory alloys* // J. Eng. Mater. and Technol. – 1999. – Vol.121. – Pp.102-104.
62. Volkov A.E., Casciati F. *Simulation of dislocation and transformation plasticity in shape memory alloy polycrystals* / In: Shape Memory Alloys. Advances in Modelling and Applications. – 2001. – Pp.88-104.
63. Evard M.E., Volkov A.E., Belyaev F.S. *A Microstructural Model of SMA with Microplastic Deformation and Defects Accumulation: Application to Thermocyclic Loading* // Materials Today: Proceedings. – 2015. – Vol.2. – No.3. – Pp.S583-S587.
64. Volkov A.E., Kukhareva A.S. *Calculation of the stress-strain state of a TiNi cylinder subjected to cooling under axial force and unloading* // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. – 2008. – Vol.72. – No.9. – Pp.1267-1270.
65. Volkov A.E., Kukhareva A.S., Volkova N.A., Malkova Y.V. *Size effects in a shape memory alloy rod caused by inhomogeneity of temperature and stress fields studied through solving of a 1d connected thermal and mechanical problem* / Proc. of 8th Conference on Smart Structures and Materials, SMART 2017 and 6th International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering, SMN 2017. – 2017. – Pp.1582-1589.
66. Kukhareva A., Kozminskaia O., Volkov A. *Calculation of the transformation plasticity strain in the shape memory cylinder* // E3S Web of Conferences. – 2020. – Vol.157. – 06016.
67. Volkov A.E., Evard M.E., Volkova N.A., Vukolov E.A. *Microstructural modeling of a TiNi beam bending* // Materials Physics and Mechanics. – 2023. – Vol.51. – No.2. – Pp.177-186.
68. Nishida M., Nishiura T., Kawano H., Imamura T. *Self-accommodation of B19' martensite in Ti-Ni shape memory alloys – Part I. Morphological and crystallographic studies of variant selection rule* // Philosophical Magazine. – 2012. – Vol.92. – Pp.2215-2233.

69. Nishida M., Okunishi E., Nishiura T., Kawano H. et al. *Self-accommodation of B19' martensite in Ti-Ni shape memory alloys – Part II. Characteristic interface structures between habit plane variants* // Philosophical Magazine. – 2012. – Vol.92. – Pp.2234-2246.
70. Imamura T., Nishiura T., Kawano H., Hosoda H. et al. *Self-accommodation of B19' martensite in Ti-Ni shape memory alloys – Part III. Analysis of habit plane variant clusters by the geometrically nonlinear theory* // Philosophical Magazine. – 2012. – Vol.92. – Pp.2247-2263.
71. Ортега Д., Рейнболдт В. *Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными: пер. с англ. / под ред. Коновальцева И.В.* – М.: «Мир», 1975. – 559 с.
72. Volkov A.E., Emelyanova E.V., Evard M.E., Volkova N.A. *An explanation of phase deformation tension-compression asymmetry of TiNi by means of microstructural modeling* // J. Alloys and Compounds. – 2013. – Vol.577(S1). – Pp.S127-S130.

REFERENCES

1. Tikhonov A.S., Gerasimov A.P., Prokhorova I.I. *Primenenie ehffekta pamyati formy v sovremennom mashinostroenii [The use of shape memory effect in modern mechanical engineering]*. Moskva, Mashinostroenie, 1981, 81 p.
2. Duerig T.W., Melton K.N., Stöckel D. (Eds.) *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*. Butterworth-Heinemann, 1990, 512 p.
3. Wanhill R.J.H., Ashok B. *Shape Memory Alloys (SMAs) for Aerospace Applications*. In: *Aerospace Materials and Material Technologies*. Singapore, Springer, 2017, 586 p.
4. Torra V., Isalgue A., Lovey F.C. and Sade M. *Shape memory alloys as an effective tool to damp oscillations*. J. Therm. Anal. Calorim., 2015, Vol.119, Pp.1475-1533.
5. Casciati S. *SMA-based devices: insight across recent proposals toward civil engineering application*. Smart Struct. Syst., Int. J., 2019, Vol.24, No.1, Pp.111-125.
6. Tabrizikahou A., Kuczma M., Łasecka-Plura M. et al. *Application and modelling of Shape-Memory Alloys for structural vibration control: State-of-the-art review*. Constr. Build. Mater., 2022, Vol.342(B), 127975.
7. Zhang W., Zhang Y., Zheng G. et al. *A Biomechanical Research of Growth Control of Spine by Shape Memory Alloy Staples*. BioMed Research International, 2013, 384894.
8. Petrini L., Bertini A., Berti F. et al. *The role of inelastic deformations in the mechanical response of endovascular shape memory alloy devices*. J. of Engineering in Medicine, 2017, Vol.231, No.5, Pp.391-404.
9. Otsuka K., Wayman C.M. (Eds). *Shape memory materials*. Cambridge University Press, 1998, 298 p.
10. Pieczyńska E.A., Tobushi H., Kulasinski K. *Development of transformation bands in TiNi SMA for various stress and strain rates studied by a fast and sensitive infrared camera*. Smart Mater. Struct., 2013, Vol.22, 035007.
11. Kato H. *Latent heat storage capacity of NiTi shape memory alloy*. J. Mater. Sci., 2021, Vol.56, No.13, Pp.8243-8250.

12. Louia F., Michaelis N., Schütze A. et al. *A unified approach to thermo-mechano-caloric characterization of elastocaloric materials*. J. Phys. Energy, 2023, Vol.5, No.4, 045014.
13. He Y.J., Sun Q.P. *Frequency-dependent temperature evolution in NiTi shape memory alloy under cyclic loading*. Smart Mater. Struct., 2010, Vol.19, No.11, 115014.
14. Yin H., He Y., Sun Q. *Effect of deformation frequency on temperature and stress oscillations in cyclic phase transition of NiTi shape memory alloy*. J. Mech. Phys. Solids, 2014, Vol.67, Pp.100-128.
15. Leo P.H., Shield T.W., Bruno O.P. *Transient heat transfer effects on the pseudoelastic behavior of shape-memory wires*. Acta Metall. Mater., 1993, Vol.41, No.8, Pp.2477-2485.
16. McCormick P., Liu Y., Miyazaki S. *Intrinsic thermal-mechanical behaviour associated with the stress-induced martensitic transformation in NiTi*. Mater. Sci. Eng.: A. 1993, Vol.167, No.1-2, Pp.51-56.
17. Qiu C., Gong Z., Peng C. et al. *Seismic vibration control of an innovative self-centering damper using confined SMA core*. Smart Struct. Syst., Int. J., 2020, Vol.25, No.2, Pp.241-254.
18. Jin F., Zhao C., Xu P. et al. *Nonlinear vibration of SMA hybrid composite beams actuated by embedded pre-stretched SMA wires with tension-bending coupling effect*. J. Sound Vib., 2024, Vol.568, 117964.
19. Song S.H., Lee J.Y., Rodrigue H. et al. *35 Hz shape memory alloy actuator with bending-twisting mode*. Sci. Rep., 2016, Vol.6(1), 21118.
20. Brinson L., Lammering R. *Finite element analysis of the behavior of shape memory alloys and their applications*. Int. J. Solids Struct., 1993, Vol.30, No.23, Pp.3261-3280.
21. Chapman C., Eshghinejad A., Elahinia M. *Torsional Behavior of NiTi Wires and Tubes: Modeling and Experimentation*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2011, Vol.22, No.11, Pp.1239-1248.
22. Mirzaeifar R., Shakeri M., Sadighi M. *Nonlinear finite element formulation for analyzing shape memory alloy cylindrical panels*. Smart Mater. Struct., 2009, Vol.18, No.3, 035002.
23. Kumar M.K., Sakthivel K., Sivakumar S. et al. *Thermomechanical modeling of hysteresis in SMAs using the dissipationless reference response*. Smart Mater. Struct., 2007, Vol.16, No.1, S28.
24. Roh J.H., Han J.H., Lee I. *Nonlinear finite element simulation of shape adaptive structures with SMA strip actuator*. J. Intel. Mater. Syst. Struct., 2006, Vol.17, No.11, Pp.1007-1022.
25. Toi Y., Lee J.-B., Taya M. *Finite element analysis of superelastic, large deformation behavior of shape memory alloy helical springs*. Comput. Struct., 2004, Vol.82, No.20-21, Pp.1685-1693.
26. Ren J., Liew K. *Meshfree modelling and characterisation of thermomechanical behaviour of NiTi alloys*. Eng. Anal. Bound. Elem., 2005, Vol.29, No.1, Pp.29-40.
27. Brinson L. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: Thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable*. J. Intel. Mater. Syst. Struct., 1993, Vol.4, Pp.229-242.
28. Qidwai M.A., Lagoudas D.C. *Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms*. Int. J. Num. Methods in Engineering, 2000, Vol.47, No.6, Pp.1123-1168.

29. Boyd J., Lagoudas D.C. *A thermodynamical constitutive model for shape memory materials*. Int. J. Plast., 1996, Vol.12, Pp.805-842.
30. Panico M., Brinson L. *A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys*. J. Mech. Phys. Solids, 2007, Vol.55(11), Pp.2491-2511.
31. Stebner A., Brinson L.C. *Explicit finite element implementation of an improved three dimensional constitutive model for shape memory alloys*. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 2013, Vol.257, Pp.17-35.
32. Thamburaja P. *A finite-deformation-based phenomenological theory for shape-memory alloys*. Int. J. Plast., 2010, Vol.26, No.8, Pp.1195-1219.
33. Chemisky Y., Duval A., Patoor E., Zineb T.B. *Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation*. Mech. Mater., 2011, Vol.43, No.7, Pp.361-376.
34. Christ D., Reese S. *A finite element model for shape memory alloys considering thermomechanical couplings at large strains*. Int. J. Solids Struct., 2009, Vol.46, No.20, Pp.3694-3709.
35. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R, Reali A., Sohrabpour S. *A 3D finite strain phenomenological constitutive model for shape memory alloys considering martensite reorientation*. Continuum Mech. Thermodyn., 2010, Vol.22, No.5, Pp.345-362.
36. Patoor E., Lagoudas D.C., Entchev P.B. et al. *Shape memory alloys, part I: General properties and modeling of single crystals*. Mech. Mater., 2006, Vol.38, No.5-6, Pp.391-429.
37. Oliveira S.A., Savi M.A., Kalamkarov A.L. *A three-dimensional constitutive model for shape memory alloys*. Arch. Appl. Mech., 2010, Vol.80, No.10, Pp.1163-1175.
38. Auricchio F., Bonetti E., Scalet G., Ubertini F. *Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation*. Int. J. Plast., 2014, Vol.59, Pp.30-54.
39. Simoes M., Martínez-Pañeda E. *Phase field modelling of fracture and fatigue in Shape Memory Alloys*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021, Vol.373, 113504.
40. Lagoudas D.C. *Shape memory alloys: modeling and engineering applications*. Berlin, Springer, 2008, 456 p.
41. Rogovoy A.A., Stolbova O.S. *Numerical simulation of the phase transition control in torsion of a hollow cylinder made of heusler alloy*. PNRPU Mechanics Bulletin, 2019, Vol.3, Pp.75-87.
42. Likhachev V.A., Razov A.I., Volkov A.E. *Finite difference simulation of a thermomechanical coupling*. Proceedings of the Second International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies SMST-97, Asilomar Conference Center, Pacific Grove, California, USA, 1997, Pp.335-340.
43. Collet M., Ouisse M., Foltête E., Lexcellant C. *Isothermal and anisothermal implementations of 2D shape memory alloy modeling for transient impact response calculation*. Smart Mater. Struct., 2009, Vol.18, No.12, 125019.
44. Raniecki B., Lexcellant C., Tanaka K. et al. *Thermodynamic models of pseudoelastic behaviour of shape memory alloys*. Arch. Mech.-Arch. Mech. Stos., 1992, Vol.44, No.3, Pp.261-284.

45. Alipour A., Kadkhodaei M., Ghaei A. *Finite element simulation of shape memory alloy wires using a user material subroutine: Parametric study on heating rate, conductivity, and heat convection*. J. Intel. Mater. Syst. Struct., 2015, Vol.26, No.5, Pp.554-572.
46. Solomou A.G., Machairas T.T., Saravanos D.A. *A coupled thermomechanical beam finite element for the simulation of shape memory alloy actuators*. J. Intel. Mater. Syst. Struct., 2014, Vol.25, No.7, Pp.890-907.
47. Solomou A.G., Machairas T.T., Saravanos D.A., Hartl D.J., Lagoudas D.C. *A coupled layered thermomechanical shape memory alloy beam element with enhanced higher order temperature field approximations*. J. Intel. Mater. Syst. Struct., 2016, Vol.27, No.17, Pp.2359-2384.
48. Armattoo K.M., Bouby C., Haboussi M., Zineb T.B. *Modeling of latent heat effects on phase transformation in shape memory alloy thin structures*. Int. J. Solids Struct., 2016, Vol.88, Pp.283-295.
49. Gu X., Zhang W., Zaki W., Mourni Z. *An extended thermomechanically coupled 3D rate-dependent model for pseudoelastic SMAs under cyclic loading*. Smart Mater. Struct., 2017, Vol.26, 095047.
50. Morin C., Mourni Z., Zaki W. *Thermomechanical coupling in shape memory alloys under cyclic loadings: experimental analysis and constitutive modeling*. Int. J. Plast., 2011, Vol.27, Pp.1959-1980.
51. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mashikhin A.E. et al. *Kraevye zadachi mekhaniki dlya splavov s pamyat'yu formy [Boundary value problems for shape memory alloys]*. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki, 2015, Vol.157, No.3, Pp.97-110.
52. Movchan A.A., Dumanskii S.A., Kazarina S.A. *Connected and doubly connected buckling problems for shape memory alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2018, Vol.2018, No.4, Pp.322-327.
53. Movchan A.A., Dumanskii S.A. *Double-coupled problem of buckling of the Shanley column on shape memory alloy rods during the reverse martensite transformation in a constrained state*. Russian Metallurgy (Metally), 2018, Vol.2018, No.10, Pp.916-922.
54. Movchan A.A., Dumanskii S.A. *Solution of the double-coupled problem of buckling of a shape memory alloy rod due to the direct thermoelastic phase transformation*. J. Applied Mechanics and Technical Physics, 2018, Vol.59, No.4, Pp.716-723.
55. Movchan A.A., Kazarina S.A., Silchenko A.L. *Ehksperimental'noe issledovanie i teoreticheskij analiz poteri ustojchivosti plastin iz nikelida titana, obuslovlennoj pryamym termouprugim fazovym prevrashheniem pod dejstviem szhimayushhej nagruzki [Experimental study and theoretical analysis of buckling for nickel titanium plates, caused by a direct thermo-elastic phase transformation under compressing loading]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2023, No.7, Pp.2-11.
56. Movchan A.A., Kazarina S.A. *Shape memory materials as an object of solid state mechanics: Experimental study, constitutive relations, solution of boundary value problems*. Phys. Mesomech., 2012, Vol.15, Pp.214-223.
57. Movchan A.A. *Model' neuprugogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy [Model of inelastic deformation of shape memory alloys]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2021, No.3, Pp.8-17.

58. Patoor E., Eberhardt A., Berveiller M. *Micromechanical modelling of superelasticity in shape memory alloys*. J. de Physique IV, C1, 1996, Vol.6, Pp.277-292.
59. Sun Q.-P., Lexcelent C. *On the unified micromechanics constitutive description of one-way and two-way shape memory effects*. J. de Physique IV, C1, 1996, Vol.6, Pp.367-375.
60. Huang M., Brinson L.C. *A multivariant model for single crystal shape memory alloy behavior*. J. Mech. Phys. Solids, 1998, Vol.46, No.8, Pp.1379-1409.
61. Evard M.E., Volkov A.E. *Modeling of the martensite accommodation effect on mechanical behavior of shape memory alloys*. J. Eng. Mater. and Technol., 1999, Vol.121, Pp.102-104.
62. Volkov A.E., Casciati F. *Simulation of dislocation and transformation plasticity in shape memory alloy polycrystals*. In: Shape Memory Alloys. Advances in Modelling and Applications, 2001, Pp.88-104.
63. Evard M.E., Volkov A.E., Belyaev F.S. *A Microstructural Model of SMA with Microplastic Deformation and Defects Accumulation: Application to Thermocyclic Loading*. Materials Today: Proceedings, 2015, Vol.2, No.3, Pp.S583-S587.
64. Volkov A.E., Kukhareva A.S. *Calculation of the stress-strain state of a TiNi cylinder subjected to cooling under axial force and unloading*. Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, 2008, Vol.72, No.9, Pp.1267-1270.
65. Volkov A.E., Kukhareva A.S., Volkova N.A., Malkova Y.V. *Size effects in a shape memory alloy rod caused by inhomogeneity of temperature and stress fields studied through solving of a 1d connected thermal and mechanical problem*. Proc. of 8th Conference on Smart Structures and Materials, SMART 2017 and 6th International Conference on Smart Materials and Nanotechnology in Engineering, SMN 2017, 2017, Pp.1582-1589.
66. Kukhareva A., Kozminskaia O., Volkov A. *Calculation of the transformation plasticity strain in the shape memory cylinder*. E3S Web of Conferences, 2020, Vol.157, 06016.
67. Volkov A.E., Evard M.E., Volkova N.A., Vukolov E.A. *Microstructural modeling of a TiNi beam bending*. Materials Physics and Mechanics, 2023, Vol.51, No.2, Pp.177-186.
68. Nishida M., Nishiura T., Kawano H., Imamura T. *Self-accommodation of B19' martensite in Ti-Ni shape memory alloys – Part I. Morphological and crystallographic studies of variant selection rule*. Philosophical Magazine, 2012, Vol.92, Pp.2215-2233.
69. Nishida M., Okunishi E., Nishiura T., Kawano H. et al. *Self-accommodation of B19' martensite in Ti-Ni shape memory alloys – Part II. Characteristic interface structures between habit plane variants*. Philosophical Magazine, 2012, Vol.92, Pp.2234-2246.
70. Imamura T., Nishiura T., Kawano H., Hosoda H. et al. *Self-accommodation of B19' martensite in Ti-Ni shape memory alloys – Part III. Analysis of habit plane variant clusters by the geometrically nonlinear theory*. Philosophical. Magazine, 2012, Vol.92, Pp.2247-2263.
71. Ortega J.M., Rheinboldt W.C. *Iterative Solution of Nonlinear Equations in Several Variables*. Academic Press, 2014, 592 p.

72. Volkov A.E., Emelyanova E.V., Evard M.E., Volkova N.A. *An explanation of phase deformation tension-compression asymmetry of TiNi by means of microstructural modeling*. J. Alloys and Compounds, 2013, Vol.577(S1), Pp.S127-S130.

Поступила в редакцию 28 мая 2024 года.

Сведения об авторах:

Вуколов Егор Александрович – асп., Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: e.a.vukolov@yandex.ru

Волков Александр Евгеньевич – д.ф.-м.н., проф., Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: a.volkov@spbu.ru

Евард Маргарита Евгеньевна – к.ф.-м.н., доц., Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: m.evard@spbu.ru

Беляев Федор Степанович – к.ф.-м.н., с.н.с., ФГБУН Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, Россия; e-mail: belyaev_fs@mail.ru