

УДК 539.422.52
EDN ODJTHS (<https://elibrary.ru/odjths>)
DOI 10.33113/mkmk.ras.2024.30.03.07



ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГРАДА НА ПАНЕЛЬ ИЗ УГЛЕПЛАСТИКА

Медведский А.Л.¹, Мартиросов М.И.², Хомченко А.В.³, Занина Э.А.³

¹ФАУ «Центральный аэрогидродинамический институт
им. проф. Н.Е. Жуковского», г. Жуковский, Россия

²ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)», г. Москва, Россия

³ПАО «Яковлев», г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Полимерные композитные материалы (ПКМ) отличаются высокой удельной прочностью и жёсткостью, а также стойкостью к циклическим нагрузкам. Однако, чувствительность к ударным воздействиям из плоскости, а также большое количество форм разрушения являются одним из наиболее существенных недостатков, препятствующих распространению их использования в основных силовых элементах современной авиационной техники. Работы по подтверждению соответствия материалов данного типа сертификационным требованиям не могут быть ограничены только натурными испытаниями из-за наличия бесконечного количества комбинаций структур материала. Весьма актуальной является разработка методики конечно-элементного моделирования ПКМ для расчёта ударных повреждений от различных ударных воздействий.

В данной работе рассмотрено влияние числа ледяных градин сферической формы, воздействующих на цилиндрическую шарнирно-опёртую панель из ПКМ, на повреждения монослоёв панели. Град смоделирован с помощью метода гидродинамики сглаженных частиц (SPH). Конечно-элементное моделирование панели проведено послойно объёмными элементами в программном комплексе LS-Dyna (Ansys Inc.). Особенностью модели материала монослоёв панели является линейная зависимость жёсткости элемента от его деформации. Модель материала межслоевого соединения имеет билинейную зависимость силы сцепления от расслоения. Получены зависимости кинетической энергии и контактной силы града с панелью от времени для случаев воздействия на панель одной, двух и трёх градин, а также зависимости перемещений точек контакта от времени. Повреждения в панели оценивались по коэффициентам деградации материала монослоёв. Для всех рассмотренных случаев ударного воздействия в графической форме показан процесс взаимодействия панели из ПКМ и града.

Ключевые слова: авиационная техника; метод конечных элементов; явный метод; полимерный композиционный материал; углепластиковая панель; ударное воздействие града; метод SPH; LS-DYNA; повреждение; когезионное соединение

NUMERICAL ANALYSIS OF THE IMPACT OF HAIL ON A CARBON FIBER PANEL

Medvedsky A.L.¹, Martirosov M.I.², Khomchenko A.V.³, Zanina E.A.³

¹FAI “Central Aerohydrodynamic Institute named after. prof. N.E. Zhukovsky”,
Zhukovsky, Russia

ABSTRACT

Polymer composite materials (PCM) are characterized by high specific strength and rigidity, as well as resistance to cyclic loads. However, sensitivity to impacts from the plane, as well as a large number of failure modes are among the most significant drawbacks that prevent the widespread use of them in the main power elements of modern aircraft. Due to the presence of an infinite number of structure combinations, work on confirming the compliance of this type of materials with certification requirements cannot be limited to full-scale tests only. The development of a finite element modeling technique for PCM to calculate impact damage from various sources is very relevant.

This paper considers the effect of the number of spherical ice hailstones acting on a cylindrical hinged-supported PCM panel on damage to the panel monolayers. Hail was modeled using the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method. Finite element modeling of the panel was carried out layer by layer using volumetric elements in the LS-Dyna software package (Ansys Inc.). The peculiarity of the model of the material of the monolayers of the panel is the linear dependence of the rigidity of the element on its deformation. The model of the material of the interlayer joint has a bilinear dependence of the adhesion force on delamination. Dependences of the kinetic energy and contact force of hail with the panel on time were obtained for cases of impact of one, two and three hailstones on the panel, as well as the dependences of the displacements of the contact points on time. Damage in the panel was estimated by the degradation coefficients of the material of the monolayers. For all considered cases of impact action, the process of interaction of the PCM panel and hail is shown in graphic form.

Keywords: aviation appliances; finite element method; explicit method; polymer composite material; carbon fiber reinforced plastic; ice impact; SPH method; LS-DYNA; damage; cohesive connection

ВВЕДЕНИЕ

Авиационная техника (АТ) в процессе эксплуатации подвержена ударным воздействиям. Источники таких воздействий можно разделить на две группы: слабо деформируемые при ударе и сильно деформируемые. К слабо деформируемым – *твёрдым* – ударникам относятся, например, мелкие камни, металлические детали и инструменты. К сильно деформируемым – *мягким* – фрагменты пневматика авиационной шины, птицы, град [1,2]. Особенно уязвимы к ударным воздействиям фюзеляж, поверхности крыла и хвостового оперения, лопасти турбины, изготовленные из ПКМ [1]. Чувствительность к ударным воздействиям из плоскости является одним из наиболее существенных недостатков ПКМ, препятствующих распространению их использования в АТ [3]. Необходимы расчётно-теоретические и экспериментальные работы для подтверждения соответствия материалов данного типа сертификационным требованиям.

В работе [4] описано одно из первых экспериментальных исследований реакции панели из ПКМ на ударное воздействие сферическим ударником. В работе [5] проведено экспериментальное исследование влияния угла воздействия, поступательной и вращательной скорости градины и температуры мишени на нормальное распределение частиц града по мишени после удара. Авторы приходят к выводу, что наибольшее влияние имеет угол воздействия.

В работе [6] проведено экспериментальное исследование влияния ударного повреждения панели из ПКМ на прочность при сжатии, а также влияния энергии ударного воздействия на глубину повреждения.

Однако исследования в области ударных воздействий на конструкции из ПКМ не могли оставаться исключительно экспериментальными из-за существования множества разнообразных комбинаций укладок, материалов матрицы и волокна. В работе [7] были получены аналитические решения для задач взаимодействия сферических ударников из ортотропного и изотропного материалов и гибкой пластины из ортотропного материала: выражения для ударной силы, распределения давлений и радиуса пятна контакта. Тем не менее, в [7] отмечается, что внутреннее распределение напряжений в мишени невозможно получить без методов конечно-элементного (МКЭ) анализа. Одним из расчётно-экспериментальных исследований, использовавшим как аналитический, так и численный подходы было [3]. Здесь сформулирован метод аналитической оценки начальных повреждений в композиционных панелях от воздействия льда на основе энергетического баланса. Метод основан на предположениях, сделанных на основе численного моделирования, результаты которого подтверждены экспериментально. Для численного моделирования льда в Дуна 3D использовалась конечно-элементная модель с разрушаемой упругопластической моделью материала.

В 1975 году впервые был предложен метод гидродинамики сглаженных частиц (SPH) [8]. Суть данного метода заключается в делении объекта (чаще всего жидкости или газа) на дискретные частицы. Функция перемещения $u(x)$ приближается в области Ω , радиус которой равен расстоянию между двумя дискретными частицами и называется *длиной сглаживания*, свёрткой

$$u(x) \approx u_h(x) = \int_{\Omega} u(\bar{x}) w(x - \bar{x}) d\Omega_{\bar{x}}, \quad (1)$$

где $u_h(x)$ – приближение $u(x)$; $w(x - \bar{x})$ – компактно поддерживаемая функция – *ядро*, которая обычно является кубическим сплайном, гауссовым сплайном или квадратическим сплайном [1]; x – пространственная координата дискретной частицы [1]. В работе [9] предложено использовать метод SPH для моделирования не только жидкостей и газов, но и ударных воздействий твёрдыми сильно деформируемыми телами; а также приведено описание метода SPH и предпринята попытка снизить паразитные колебания частиц и размытие фронта ударной волны за счёт новой формы искусственной вязкости.

В работах [2] и [10] проводится экспериментальное исследование с использованием чувствительной к давлению плёнки с микрошариками, содержащими краситель. Плёнка распределена по алюминиевой панели, на которую производится ударное воздействие градиной сферической формы. Полученное таким образом распределение давлений сравнивается с осреднёнными результатами численного моделирования с помощью метода SPH. В работе [1] рассмотрено численное решение задачи плоского низкоскоростного удара цилиндрическим градом по плоской панели из ПКМ. Предполагается, что град является упругим и подвергается хрупкому разрушению. Для его моделирования используется метод SPH. Реализация в программном комплексе LS-DYNA (Ansys Inc.) проведена с помощью математической модели материала *MAT_PLASTICITY_COMPRESSION_TENSION_EOS. Входные данные

для уравнения состояния, описывающего связь между объемным деформированием и давлением внутри льда, вводятся посредством карты *EOS_TABULATED_COMPACTION. Для моделирования контакта между панелью и частицей льда использована карта *CONTACT_AUTOMATIC_NODES_TO_SURFACE с формулировкой SOFT = 1 для более точного моделирования контакта между телами со значительно различающейся жёсткостью. Проведено сравнение численного решения с результатами испытаний.

Ранее в работе [11] была рассмотрено ударное воздействие двух градин на плоскую композиционную панель. В исследовании [12] получено решение в LS-DYNA задачи о воздействии града шарообразной формы на прямоугольную подкрепленную слоистую пластину с внесённым повреждением.

В представленной работе рассмотрено влияние числа сферических градин, воздействующих на цилиндрическую шарнирно-опёртую панель из ПКМ, на повреждения монослоёв панели. Для моделирования града использован тот же подход, что и в [1,2,10]. Град состоит из концентрических слоёв и значительно прочнее однородной ледяной сферы. Однако в данной работе математическая модель материала града представляет собой изотропный упругопластический материал с линейным упрочнением и пределом текучести, зависящим от скорости деформации [11]. Для создания модели панели в LS-DYNA использована методика послойного моделирования деталей из ПКМ трёхмерными элементами с помощью математических моделей материалов: «221_MAT_ORTHOTROPIC_SIMPLIFIED_DAMAGE» – для моделирования монослоёв – и «138_MAT_COHESIVE_MIXED_MODE» – для создания когезионного соединения между монослоями. Получены зависимости кинетической энергии и ударной силы града от времени для случаев воздействия на панель одной, двух и трёх градин, а также зависимости перемещений точек контакта от времени. Повреждения в панели оценивались по коэффициентам деградации материала монослоёв [13]. В графической форме показан процесс взаимодействия панели из ПКМ и града для всех рассмотренных случаев ударного воздействия.

1. ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ

Как было отмечено выше, для определения внутренних напряжений в конструкциях из ПКМ при ударных воздействиях требуется использование МКЭ [7]. В зависимости от степени подробности модели может быть использован один из следующих подходов:

1) моделирование на *микроуровне* – предполагает создание конечно-элементных сеток для волокон и матрицы и задание контактного взаимодействия между ними;

2) моделирование на *мезоуровне* – подразумевает осреднение характеристик волокон и матрицы и может быть реализовано двумя способами: послойное моделирование трёхмерными элементами или создание двумерного элемента с заданной укладкой монослоёв – *ламината*;

3) моделирование на *макроуровне* – создание сборки из нескольких деталей, смоделированных ламинатами.

В данной работе нас интересуют повреждения монослоёв ПКМ и их расслоения, поэтому оптимальным является послойное моделирование на мезоуровне трёхмерными элементами [14,15].

Для моделирования монослоёв в LS-DYNA использована математическая модель материала «221_MAT_ORTHOTROPIC_SIMPLIFIED_DAMAGE». Это ортотропный материал с критерием разрушения предельных деформаций: разрушение наступает, когда одна из компонент деформации, отнесенных к осям ортотропии, достигает предельного значения, определяемого из испытаний на одноосное нагружение и чистый сдвиг. Для данной модели материала вводится понятие *коэффициента деградации* – отношения жёсткости повреждённого элемента к жёсткости неповреждённого в соответствующем направлении [13]. Коэффициент деградации может быть равен 0 – материал не повреждён, 1 – материал полностью разрушен, или линейно зависеть от деформации элемента в случае повреждённого элемента – выражение (2)

$$d = d_c \cdot \begin{cases} 1, & \text{если } \varepsilon > \varepsilon_c \text{ и } \varepsilon < \varepsilon_F \\ \frac{\varepsilon - \varepsilon_D}{\varepsilon_c - \varepsilon_D}, & \text{если } \frac{\varepsilon - \varepsilon_D}{\varepsilon_c - \varepsilon_D} > 0 \text{ и } \varepsilon < \varepsilon_c, \\ 0, & \text{если } \frac{\varepsilon - \varepsilon_D}{\varepsilon_c - \varepsilon_D} < 0 \end{cases} \quad (2)$$

где d – коэффициент деградации элемента; d_c – предельное значение коэффициента деградации; ε – деформация в соответствующем направлении; ε_D – значение деформации, при котором коэффициент деградации начинает расти; ε_c – значение деформации, при котором коэффициент деградации прекращает расти; ε_F – значение деформации, при котором элемент считается полностью разрушенным. Коэффициенты деградации не влияют друг на друга и зависят только от деформаций в соответствующих направлениях. Модули упругости в направлении растяжения и сжатия для данной модели материала совпадают, в то время как коэффициенты деградации, а значит, и зависимости напряжений от деформаций для растяжения и сжатия могут отличаться.

Для моделирования межслоевого взаимодействия, использована математическая модель материала «138_MAT_COHESIVE_MIXED_MODE с билинейной зависимостью силы сцепления от расслоения. В данной модели материала учитывается комбинация форм разрушения сдвига и отрыва, а также зависимость трещиностойкости от размера элемента [13].

Разрушенные когезионные элементы удаляются, и монослои начинают контактировать друг с другом. Для моделирования взаимодействия такого рода между монослоями использована модель контактного взаимодействия «ERODING_SINGLE_SURFACE». Для неё характерно, что контактные поверхности пересчитываются с развитием повреждений в модели.

Выше указано, что для моделирования града использовался метод SPH [1,2,8-10]. Для моделирования контактного взаимодействия града и панели из ПКМ использован тип контакта «AUTOMATIC_NODES_TO_SURFACE». Данный тип контактного взаимодействия назван автоматическим, так как способен обнаруживать проникновение с любой стороны контактирующих поверхностей и имеет лучшую сходимость по сравнению с другими формулировками.

2. УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

В работе рассматривается цилиндрическая прямоугольная в плане панель длиной $a = 500$ мм, шириной $b = 400$ мм и стрелой подъёма $c = 5.8$ мм, выполненная из однонаправленного углепластика на основе углеродного волокна T300 и эпоксидного связующего PRIME 20 LV [16]. Физико-механические характеристики монослоя приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

Физико-механические характеристики монослоя.

№ п/п	Характеристика	Размерность	Значение
1	Модуль упругости вдоль волокон E_1	МПа	139200
2	Модуль упругости поперек волокон E_2	МПа	8076
3	Модуль сдвига в плоскости монослоя G_{12}	МПа	5000
4	Предел прочности материала при растяжении вдоль волокон σ_1^T	МПа	3128.2
5	Предел прочности материала при сжатии вдоль волокон σ_1^C	МПа	1616.4
6	Предел прочности материала при растяжении поперёк волокон σ_2^T	МПа	1227.4
7	Предел прочности материала при сжатии поперёк волокон σ_2^C	МПа	680
8	Предел прочности на сдвиг в плоскости монослоя τ_{12}	МПа	80
9	Коэффициент Пуассона ν_{12}	–	0.324
10	Плотность ρ	кг/м ³	1510

Схема укладки панели симметричная, сбалансированная и смешанная с типовыми углами $\pm 45^\circ$, 0° и 90° , всего в укладке 15 слоёв с толщиной монослоя $\delta = 0.1$ мм.

Панель шарнирно опёрта по двум сторонам. В качестве нагрузки рассматривается ударное воздействие града. Рассмотрено три случая ударного воздействия: одной, двумя и тремя градинами.

Град имеет сферическую форму, диаметр $d = 50$ мм, массу $m = 60$ г, плотность $\rho = 900$ кг/см³, коэффициент Пуассона $\mu = 0.33$, модуль Юнга $E = 9380$ МПа. Начальные скорости града направлены по нормали к поверхности панели и равны для первой, второй и третьей градины (рис.1) соответственно 30, 30 и 45 м/с. Для моделирования одновременного удара градин по панели каждая из них размещена на различном расстоянии от поверхности контакта.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчёт проведён в LS-DYNA с помощью МКЭ с использованием центрально-разностной схемы интегрирования по времени с автоматическим

определением шага согласно критерию Куранта-Фридрихса-Леви [17]. Процесс взаимодействия града с панелью показан на рис.1.

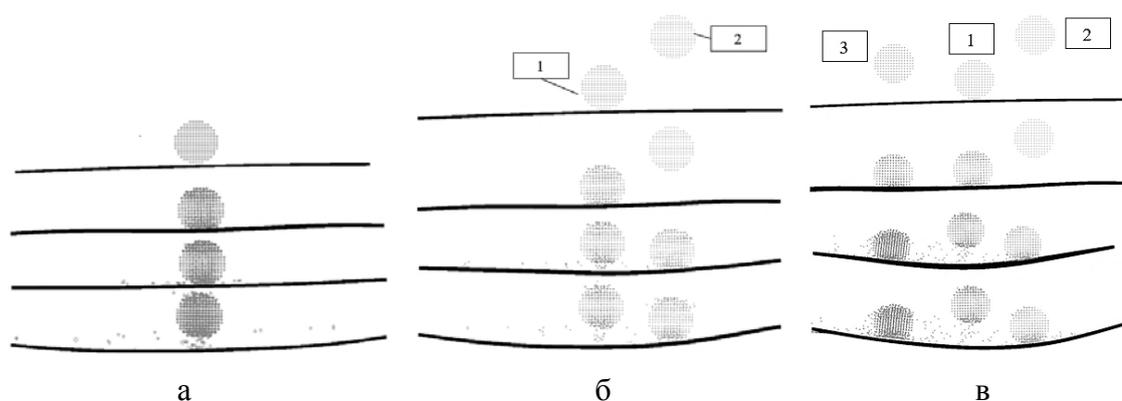


Рис.1. Процесс взаимодействия града с панелью: а) одна градина; б) две градины; в) три градины.

Зависимости кинетической энергии града от времени показаны на рис.2-4.

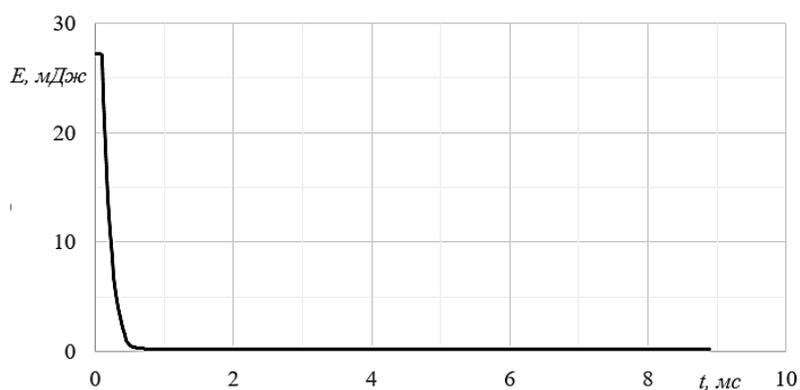


Рис.2. Зависимость кинетической энергии от времени для случая ударного взаимодействия одной градины с панелью.

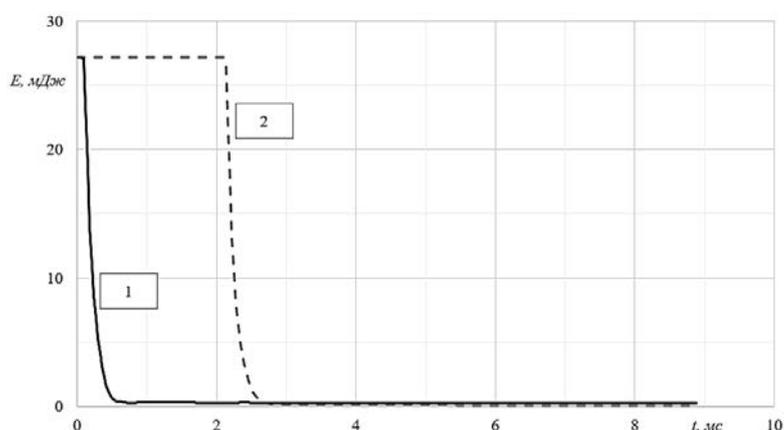


Рис.3. Зависимость кинетической энергии от времени для случая ударного взаимодействия двух градин с панелью.

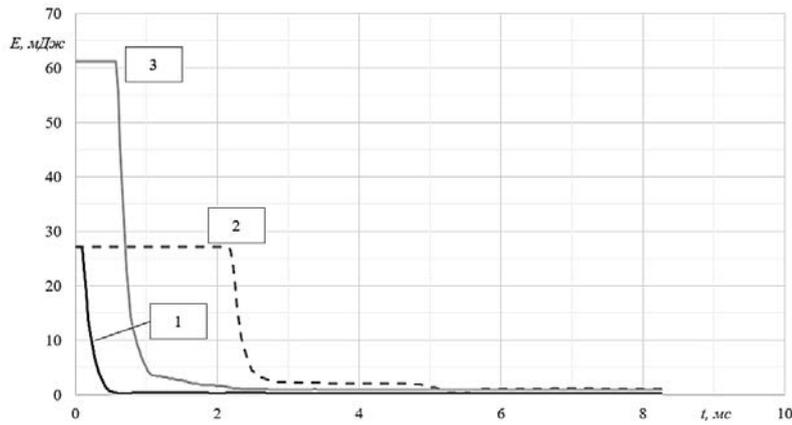


Рис.4. Зависимость кинетической энергии от времени для случая ударного взаимодействия трёх градин с панелью.

Перемещения точек контакта показаны на рис.5-7.

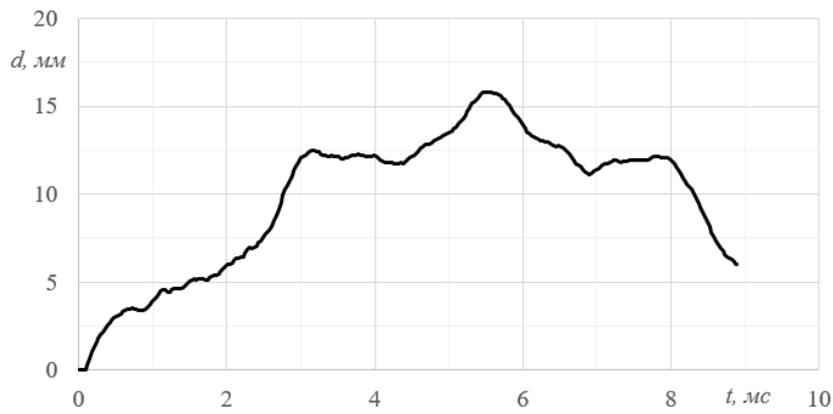


Рис.5. Перемещения точки контакта для случая ударного взаимодействия одной градины с панелью.

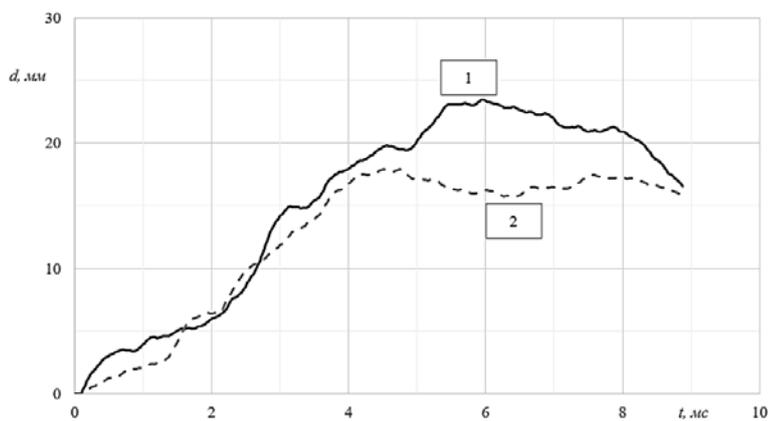


Рис.6. Перемещения точки контакта для случая ударного взаимодействия двух градин с панелью.

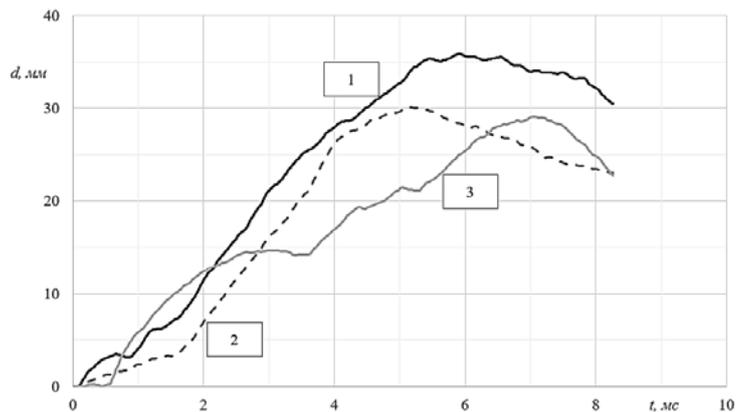


Рис.7. Перемещения точки контакта для случая ударного взаимодействия трёх градин с панелью.

Существенные коэффициенты деградации панели показаны на рис.8-10.

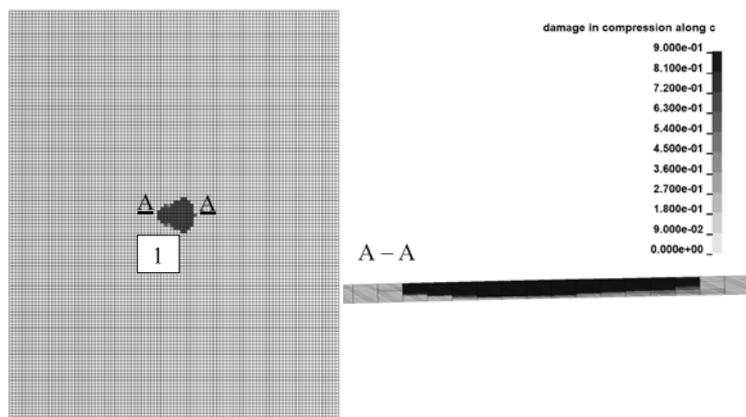


Рис.8. Коэффициенты деградации в панели для направления сжатия по нормали к срединной поверхности панели в случае воздействия одной градиной.

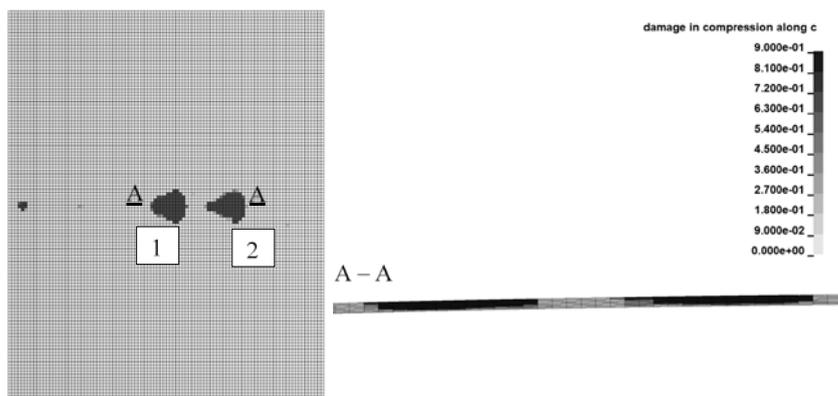


Рис.9. Коэффициенты деградации в панели для направления сжатия по нормали к срединной поверхности панели в случае воздействия двумя градинами.

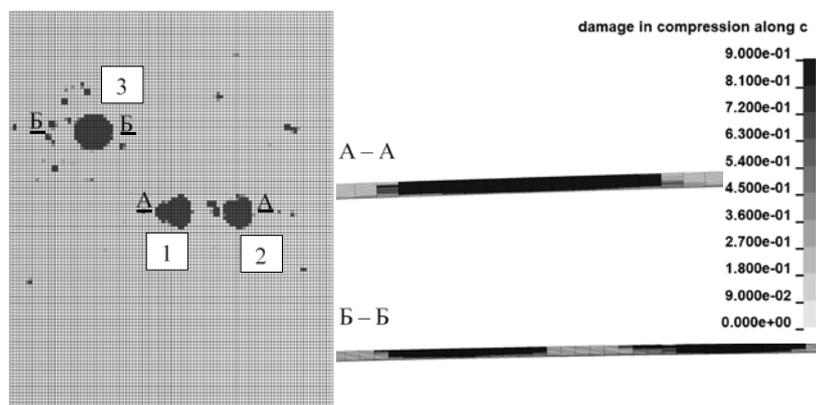


Рис.10. Коэффициенты деградации в панели для направления сжатия по нормали к срединной поверхности панели в случае воздействия тремя градинами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведён обзор подходов к решению задачи о воздействии града на панель из ПКМ. Рассмотрена история исследования данной темы. Моделирование ПКМ проведено послойно объёмными элементами, смоделировано межслоевое взаимодействие. Разработана методика моделирования панели, позволяющая автоматизировать создание конечно-элементной сетки монослоёв и набор программных инструментов для её реализации. С помощью метода SPH смоделирован сферический град. Данная модель материала града не учитывает его неоднородность и является упругопластической. Рассмотрено влияние числа сферических градин на повреждения монослоёв панели. Получены зависимости кинетической энергии и контактной силы града с панелью от времени для случаев воздействия на панель одной, двух и трёх градин, а также зависимости перемещений точек контакта от времени. Повреждения в панели оценивались по коэффициентам деградации материала монослоёв. Для всех рассмотренных случаев ударного воздействия в графической форме показан процесс взаимодействия панели из ПКМ и града. Сделан вывод о том, что наиболее существенные повреждения в панели происходят в направлении сжатия по нормали к поверхности укладки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ле В.Т. Численное моделирование ударных повреждений льдом композитных панелей самолета // Вестник Московского авиационного института. – 2023. – №4. – С.120-129.
2. Lavoie M.-A., Nejad Ensan M., Gakwaya A. *Development of an efficient numerical model for hail impact simulation based on experimental data obtained from pressure sensitive film* // Mechanics Research Communications. – 2011. – Vol.38. – No.1. – Pp.72-76.
3. Kim H., Kedward K.T. *Modeling Hail Ice Impacts and Predicting Impact Damage Initiation in Composite Structures* // AIAA Journal. – 2000. – Vol.38. – No.7. – Pp.1278-1288.
4. Mortimer R., Chou P., Carleone J. *Behavior of Laminated Composite Plates Subjected to Impact* // Foreign Object Impact Damage To Composites. – 1975. – Pp.173-183.

5. Render P.M., Pan H. *Experimental studies into hail impact characteristics* // Journal of Propulsion and Power. – 1995. – Vol.11. – No.6. – Pp.1224-1230.
6. Митряйкин В.И., Беззаметнов О.Н. *Прочность многослойных пластин с ударными повреждениями* // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. – 2022. – С.206-220.
7. Зукас Дж.А., Николас Т., Свифт Х.Ф. и др. *Динамика удара*. – М.: Мир, 1985. – 296 с.
8. Roashe P.J. *Computational Fluid Dynamics*. – Albuquerque: Hermosa Pub., 1975. – 446 p.
9. Monaghan J.J., Gingold R.A. *Shock Simulation by the Particle Method SPH* // Journal of computation physics. – 1983. – Vol.52. – Pp.374-389.
10. Lavoie M.-A., Gakwaya A., Richard M.J. et al. *Numerical and experimental modeling for bird and hail impacts on aircraft structure* / In: Structural Dynamics. Vol.3 (Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series). New York: Springer. – 2011. – Pp.1403-1410.
11. Мартиросов М.И., Хомченко А.В., Соколова Т.А. *Удар града о поверхность панели из полимерного композита и категорирование повреждений* / Материалы XXX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.1. – М.: МАИ, 2024. – С.195-201.
12. Хомченко А.В. *Численное моделирование поведения слоистых элементов конструкций из полимерных композиционных материалов при наличии внутренних дефектов под действием динамических нагрузок: автореф. дис. ... канд. техн. наук А.В. Хомченко*. – Москва, 2024. – 26 с.
13. *LS-Dyna keyword user's manual. Vol.II. Material Models*. 04.27.17 (r:8334). LS-Dyna Dev. LSTC.
14. Мартиросов М.И., Медведский А.Л., Хомченко А.В. *Поведение слоистых элементов конструкций из полимерного композита с внутренними дефектами при нестационарных воздействиях* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т.26. – №2. – С.259- 268.
15. Мартиросов М.И., Хомченко А.В. *Расчётно-экспериментальное исследование поведения плоской подкреплённой панели из углепластика при ударе* // Труды МАИ. – 2022. – №126. – С.1-20.
16. Aklilu G., Adali S., Bright G. *Tensile behaviour of hybrid and non-hybrid polymer composite specimens at elevated temperatures* // Engineering Science and Technology, an International Journal. – 2019. – Vol.23. – No.4. – Pp.1-12.
17. Courant R., Friedrich K., Lewy H. *Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik* // Mathematische Annalen. – 1928. – Vol.100. – No.1. – Pp.32-74.

REFERENCES

1. Le V.T. *Chislennoe modelirovanie udarnykh povrezhdenij l'dom kompozitnykh panelej samoleta [Numerical modeling of ice impact damage to composite aircraft panels]*. Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo institute, 2023, No.4, Pp.120-129.
2. Lavoie M.-A., Nejad Ensan M., Gakwaya A. *Development of an efficient numerical model for hail impact simulation based on experimental data obtained from pressure sensitive film*. Mechanics Research Communications, 2011, Vol.38, No.1, Pp.72-76.

3. Kim H., Kedward K.T. *Modeling Hail Ice Impacts and Predicting Impact Damage Initiation in Composite Structures*. AIAA Journal, 2000, Vol.38, No.7, Pp.1278-1288.
4. Mortimer R., Chou P., Carleone J. *Behavior of Laminated Composite Plates Subjected to Impact*. Foreign Object Impact Damage To Composites, 1975, Pp.173-183.
5. Render P.M., Pan H. *Experimental studies into hail impact characteristics*. Journal of Propulsion and Power, 1995, Vol.11, No.6, Pp.1224-1230.
6. Mitryajkin V.I., Bezzametnov O.N. *Prochnost' mnogoslojnykh plastin s udarnymi povrezhdeniyami [Experimental studies into hail impact characteristics]*. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya fiziko-matematicheskie nauki, 2022, Pp.206-220.
7. Zukas J.A., Theodore N., Hallock F.S. et al. *Impact Dynamics*. Michigan, Wiley, 1982, 452 p.
8. Roashe P.J. *Computational Fluid Dynamics*. Albuquerque: Hermosa Pub., 1975, 446 p.
9. Monaghan J.J., Gingold R.A. *Shock Simulation by the Particle Method SPH*. Journal of computation physics, 1983, Vol.52, Pp.374-389.
10. Lavoie M.-A., Gakwaya A., Richard M.J. et al. *Numerical and experimental modeling for bird and hail impacts on aircraft structure*. In: Structural Dynamics. Vol.3 (Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series). New York, Springer, 2011, Pp.1403-1410.
11. Martirosov M.I., Khomchenko A.V., Sokolova T.A. *Udar grada o poverkhnost' paneli iz polimernogo kompozita i kategorirovanie povrezhdenij [Hail impact on the surface of a polymer composite panel and damage categorization]*. Materialy XXX Mezhdunarodnogo simpoziuma «Dinamicheskie i tekhnologicheskie problemy mekhaniki konstruksij i sploshnykh sred» im. A.G. Gorshkova. Vol.1. Moskva, MAI, 2024, Pp.195-201.
12. Khomchenko A.V. *Chislennoe modelirovanie povedeniya sloistykh ehlementov konstruksij iz polimernykh kompozitsionnykh materialov pri nalichii vnutrennikh defektov pod dejstviem dinamicheskikh nagruzok [Numerical modeling of the behavior of layered structural elements made of polymer composite materials in the presence of internal defects under the influence of dynamic loads]*. Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk A.V. Khomchenko, Moskva, 2024, 26 p.
13. *LS-Dyna keyword user's manual. Vol.II. Material Models*. 04.27.17 (r:8334). LS-Dyna Dev. LSTC.
14. Martirosov M.I., Medvedskij A.L., Khomchenko A.V. *Povedenie sloistykh ehlementov konstruksij iz polimernogo kompozita s vnutrennimi defektami pri nestatsionarnykh vozdeystviyakh [Behavior of layered structural elements made of a polymer composite with internal defects under non-stationary influences]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2020, Vol.26, No.2, Pp.259-268.
15. Martirosov M.I., Khomchenko A.V. *Raschyotno-ehksperimental'noe issledovanie povedeniya ploskoj podkreplyonnoj paneli iz ugleplastika pri udare [Computational and experimental study of the behavior of a flat reinforced carbon fiber panel upon impact]*. Trudy MAI, 2022, No.126, Pp.1-20.
16. Aklilu G., Adali S., Bright G. *Tensile behaviour of hybrid and non-hybrid polymer composite specimens at elevated temperatures*. Engineering Science and Technology, an International Journal, 2019, Vol.23, No.4, Pp.1-12.

17. Courant R., Friedrich K., Lewy H. *Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik*. Mathematische Annalen, 1928, Vol.100, No.1, Pp.32-74.

Поступила в редакцию 22 августа 2024 года.

Сведения об авторах:

Медведский Александр Леонидович – д.ф.-м.н., доц., 1-й зам. ген. дир., ФАУ «Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского», г. Жуковский, Россия; e-mail: mdv66@mail.ru

Мартirosов Михаил Иванович – к.т.н., доц., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: michaelmartirosov@yandex.ru

Хомченко Антон Васильевич – к.т.н., нач. бригады, ПАО «Яковлев», г. Москва, Россия; e-mail: Anton.Homchenko@yakovlev.ru

Занина Эльвира Александровна – инж.-констр. 1-й кат., ПАО «Яковлев», г. Москва, Россия; e-mail: Elvira.Zanina@yakovlev.ru