



ИНЖЕНЕРНАЯ МОДЕЛЬ ФРАГМЕНТАЦИИ ТОНКОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ЕЕ БЫСТРОМ РАСШИРЕНИИ

Головешкин В.А.^{1,2}, Мягков Н.Н.², Шумихин Т.А.²

¹*МИРЭА – Московский технологический университет, г. Москва, Россия*

²*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Предложен инженерный метод анализа фрагментации тонкой сферической оболочки при ее быстром расширении, которое может реализоваться, например, при сильном внутреннем взрыве. Для описания механических свойств материала оболочки использована идеально жесткопластическая модель с условием несжимаемости. Механические свойства материала характеризуются двумя параметрами: пределом текучести и плотностью. Геометрические параметры оболочки определяются радиусом и толщиной. Рассматривается задача движения сферического сегмента при заданном распределении скоростей. На основании решения этой задачи получено выражение для потери кинетической энергии. Для оценки энергии, необходимой для образования поверхности разрыва в оболочке, использовано решение задачи о разрыве идеально жесткопластического стержня в плоской постановке. Это позволило оценить энергию на единицу поверхности, которая затрачивается на разрыв как функцию только двух параметров – предела текучести Y и толщины оболочки h . Принята гипотеза о том, что затраченная на разрыв энергия одинаково распределяется между соседними фрагментами. Из этого условия оценивается количество фрагментов. Получена простая инженерная оценка количества фрагментов и массы отдельного фрагмента в простейшем предположении, что все фрагменты равноправны. Предложен инженерный метод оценки таких параметров, который позволяет получать неоднородное распределение фрагментов по массе. Проведены и представлены расчеты фрагментации сферы с учетом неоднородного распределения фрагментов по массе и их сравнение оценками, когда фрагменты предполагались одинаковыми.

Ключевые слова: сферическая оболочка; фрагментация; идеально пластическая модель

ENGINEERING MODEL OF FRAGMENTATION OF A THIN SPHERICAL SHELL DURING ITS RAPID EXPANSION

Goloveshkin V.A.^{1,2}, Myagkov N.N.², Shumikhin T.A.²

¹*MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia*

²*Institute of Applied Mechanics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

ABSTRACT

An engineering method for analyzing fragmentation of a thin spherical shell during its rapid expansion, which can occur, for example, during a strong internal explosion, is proposed. A perfectly rigid-plastic model with the incompressibility condition is used to describe the mechanical properties of the shell material. The mechanical properties of the material are characterized by two parameters: yield strength and density. The geometric parameters

of the shell are determined by its radius and thickness. The problem of motion of a spherical segment with a given velocity distribution is considered. Based on the solution of this problem, an expression for the loss of kinetic energy is obtained. To estimate the energy required to form a rupture surface in the shell, the solution to the problem of rupture of an ideally rigid-plastic rod in a plane formulation is used. This made it possible to estimate the energy per unit surface expended on rupture as a function of only two parameters – yield strength and thickness. The hypothesis is accepted that the energy expended on rupture is equally distributed between adjacent fragments. The number of fragments is estimated from this condition. A simple engineering estimate of the number of fragments and the mass of an individual fragment is obtained under the simplest assumption that all fragments are equal. An engineering method for estimating such parameters is proposed, which allows obtaining a non-uniform distribution of fragments by mass. Calculations of the fragmentation of a sphere are carried out and presented, taking into account the non-uniform distribution of fragments by mass, and their comparison with estimates when the fragments were assumed to be identical.

Keywords: spherical shell; fragmentation; ideal plastic model

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что в настоящее время доступно численное моделирование задач фрагментации тел при взрыве и ударе в 3D постановке (см., например, [1-3]). Тем не менее, для инженерных приложений представляет интерес построение аналитических моделей фрагментации, использующих минимальное число параметров фрагментируемого тела. Такие модели используются, например, в известных моделях [4,5] мусора околоземного космического пространства (ОКП) – ORDEM (NASA), MASTER (ESA), SDPA (Роскосмос), которые постоянно обновляются. «В результате запусков новых КА, выполнения разного рода технологических операций на функционирующих аппаратах, взрывов и аварий ежегодно в ОКП образуется 600...700 объектов размером более 10...30 см» (см. стр.5 в книге [4]). Одна из возможных подобных ситуаций – взрыв внутри отработанной ступени КА, который может произойти из-за самовозгорания остатков топлива. В настоящей статье предложен инженерный метод анализа фрагментации тонкой сферической оболочки при сильном внутреннем взрыве. Получена простая инженерная оценка количества образующихся фрагментов и распределения фрагментов по массам.

Известные теории фрагментации, статистическая теория Мотта и энергетическая теория Грэди [6,7], позволяют получить оценку средних размеров фрагментов и их число в задачах о фрагментации быстро расширяющихся металлических цилиндров и колец. Энергетическая теория предполагает заранее известную удельную энергию, затраченную на образование поверхности разрыва. Аналогичная задача рассматривалась Ивановым и Раевским [8], а также Киселевым [9] с учетом распределения фрагментов по массе.

В работах [10,11] нами предложена модель, позволяющая аналитически определить удельную энергию, которая расходуется на образование единицы свободной поверхности, а также оценить количество фрагментов, образующихся при осесимметричном разлете трубы в плоской постановке при использовании модели идеальной пластичности. В данной работе предлагается инженерная модель, которая позволяет распространить полученные результаты на случай сферической оболочки.

1. ОЦЕНКА ПОТЕРИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ПРИ ДВИЖЕНИИ СФЕРИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА

Рассматривается сферический слой радиуса R , толщины h ($\frac{h}{R} \ll 1$), плотности ρ , с пределом текучести Y . Начальная скорость поверхности сферы равна U и направлена во всех точках поверхности по радиусу. Рассмотрим сферический сегмент (рис.1), который в сферической системе координат (R, φ, Θ) ; $0 < \Theta < \pi$, $-\pi < \varphi < \pi$ ограничен поверхностями $\varphi = \pm\alpha$, $\Theta = \Theta_1$, $\Theta = \Theta_2$, то есть на поверхности сферы вырезана область $-\alpha < \varphi < \alpha$, $\Theta_1 < \Theta < \Theta_2$.

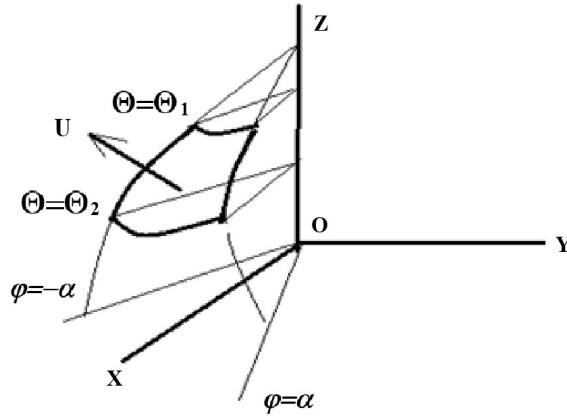


Рис.1. Сферический сегмент.

Рассмотрим свободный разлет данного сегмента. Вычислим начальные параметры, от которых зависит дальнейшее поведение сегмента.

Начальная площадь сегмента

$$S = \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} d\Theta \int_{-\alpha}^{\alpha} R^2 \sin \Theta d\varphi = \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} R^2 2\alpha \sin \Theta d\Theta = R^2 2\alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2). \quad (1)$$

Масса сегмента. Так как $\frac{h}{R} \ll 1$, то, согласно (1)

$$M = \rho h S = \rho h R^2 2\alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2). \quad (2)$$

Начальная кинетическая энергия сегмента, согласно (2)

$$E_I = \frac{1}{2} M U^2 = \rho h R^2 U^2 \alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2). \quad (3)$$

Начальный импульс сегмента по оси Z

$$P_{IZ} = \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} d\Theta \int_{-\alpha}^{\alpha} \rho R^2 h U \cos \Theta \sin \Theta d\varphi = \rho R^2 h U \alpha (\sin^2 \Theta_2 - \sin^2 \Theta_1).$$

Импульс P_{IZ} может также быть представлен в следующем виде

$$\begin{aligned} P_{IZ} &= \frac{1}{2} \rho R^2 h U \alpha (\cos 2\Theta_1 - \cos 2\Theta_2) = \\ &= \rho R^2 h U \alpha \sin(\Theta_2 - \Theta_1) \sin(\Theta_2 + \Theta_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Начальный импульс сегмента в направлении биссектрисы меридионального угла

$$P_{IX} = \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} d\Theta \int_{-\alpha}^{\alpha} \rho R^2 h U \sin \Theta \sin \Theta \cos \varphi d\varphi = \rho R^2 h U 2 \sin \alpha \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \sin^2 \Theta d\Theta.$$

Его запишем в более удобной для дальнейшего анализа форме

$$P_{IX} = \rho R^2 h U \sin \alpha \left[\Theta_2 - \Theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\Theta_2 - \sin 2\Theta_1) \right]. \quad (5)$$

По прошествии некоторого времени, если сегмент не разрушится, он будет двигаться как твердое тело. Обозначим конечные составляющие скорости его движения $V_Z; V_X$. Из закона сохранения импульса конечные скорости фрагмента $V_Z; V_X$, соответственно, равны

а) вдоль оси Z, согласно (2), (4)

$$V_Z = \frac{P_{IZ}}{M} = \frac{\rho R^2 h U \alpha (\sin^2 \Theta_2 - \sin^2 \Theta_1)}{\rho h R^2 2 \alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2)} = \frac{1}{2} U \frac{\sin^2 \Theta_2 - \sin^2 \Theta_1}{\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2}, \quad (6)$$

$$V_Z = \frac{1}{2} U \frac{\cos^2 \Theta_1 - \cos^2 \Theta_2}{\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2} = \frac{1}{2} U (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2);$$

б) вдоль биссектрисы меридионального угла

$$V_X = \frac{P_{IX}}{M} = U \frac{\sin \alpha}{2 \alpha} \frac{\Theta_2 - \Theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\Theta_2 - \sin 2\Theta_1)}{\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2}, \quad (7)$$

$$V_X = \frac{1}{2} U \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\Theta_2 - \Theta_1 - \sin(\Theta_2 - \Theta_1) \cos(\Theta_2 + \Theta_1)}{\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2}.$$

Тогда конечная полная кинетическая энергия фрагмента E_F равна

$$E_F = \frac{1}{2} M [V_Z^2 + V_X^2].$$

Согласно (7), получаем

$$E_F = \frac{1}{2} \rho h R^2 2 \alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2) \times$$

$$\times \left[\left(\frac{1}{2} U (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2) \right)^2 + \left(\frac{1}{2} U \frac{\sin \alpha}{\alpha} \frac{\Theta_2 - \Theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\Theta_2 - \sin 2\Theta_1)}{\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2} \right)^2 \right].$$

Окончательно, после некоторых преобразований, имеем

$$E_F = \frac{1}{4} \rho h R^2 U^2 \frac{1}{\alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2)} \times$$

$$\times \left[\alpha^2 (\cos^2 \Theta_1 - \cos^2 \Theta_2)^2 + \sin^2 \alpha \left(\Theta_2 - \Theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\Theta_2 - \sin 2\Theta_1) \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Потерянная при этом кинетическая энергия E_D равна

$$E_D = E_I - E_F.$$

Согласно (8) и (3) имеем

$$E_D = \rho h R^2 U^2 \alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2) - \frac{1}{4} \rho h R^2 U^2 \frac{1}{\alpha (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2)} \times \\ \times \left[\alpha^2 (\cos^2 \Theta_1 - \cos^2 \Theta_2)^2 + \sin^2 \alpha \left(\Theta_2 - \Theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\Theta_2 - \sin 2\Theta_1) \right)^2 \right].$$

После соответствующих преобразований потерянная кинетическая энергия E_D может быть представлена в виде

$$E_D = \frac{1}{4} \rho h R^2 U^2 \alpha \times \left[4 (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2) - (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2) (\cos \Theta_1 + \cos \Theta_2)^2 - \right. \\ \left. - \frac{\sin^2 \alpha \left(\Theta_2 - \Theta_1 - \frac{1}{2} (\sin 2\Theta_2 - \sin 2\Theta_1) \right)^2}{\alpha^2 (\cos \Theta_1 - \cos \Theta_2)} \right]. \quad (9)$$

Обозначим

$$\Theta = \frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2}; \quad \Delta\Theta = \Theta_2 - \Theta_1; \quad \alpha = \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Тогда, согласно (9), потерянная кинетическая энергия E_D равна

$$E_D = \rho h R^2 U^2 \Delta\varphi \times \left[\sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2} - \sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2} \cos^2 \Theta \cos^2 \frac{\Delta\Theta}{2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}{\Delta\varphi^2} \frac{(\Delta\Theta - \cos 2\Theta \sin \Delta\Theta)^2}{2 \sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2}} \right]. \quad (10)$$

При малых $\Delta\varphi$ ($\Delta\varphi \ll 1$) соотношение (10) представим в виде $E_D = E_{D\Theta}$, где

$$E_{D\Theta} = \rho h R^2 U^2 \Delta\varphi \times \left[\sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2} - \sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2} \cos^2 \Theta \cos^2 \frac{\Delta\Theta}{2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{8} \left(1 - \frac{1}{24} \Delta\varphi^2 \right) \frac{(\Delta\Theta - \cos 2\Theta \sin \Delta\Theta)^2}{2 \sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2}} \right]. \quad (11)$$

Так как при малых $\Delta\Theta$ ($\Delta\Theta \ll 1$) имеют место следующие, приведенные ниже, оценки

$$\sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2} - \sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2} \cos^2 \Theta \cos^2 \frac{\Delta\Theta}{2} = \\ = \frac{1}{2} \sin^3 \Theta \Delta\Theta + \frac{1}{8} \sin \Theta \left(\cos^2 \Theta - \frac{1}{6} \sin^2 \Theta \right) \Delta\Theta^3, \\ \frac{(\Delta\Theta - \cos 2\Theta \sin \Delta\Theta)^2}{2 \sin \Theta \sin \frac{\Delta\Theta}{2}} = 4 \sin^3 \Theta \Delta\Theta + \left(\frac{2}{3} \sin \Theta \cos 2\Theta + \frac{1}{6} \sin^3 \Theta \right) \Delta\Theta^3,$$

то, согласно (11), имеем

$$E_{D\Theta} = \rho h R^2 U^2 \Delta \varphi \times \left[\frac{1}{2} \sin^3 \Theta \Delta \Theta + \frac{1}{8} \sin \Theta \left(\cos^2 \Theta - \frac{1}{6} \sin^2 \Theta \right) \Delta \Theta^3 - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sin^3 \Theta \Delta \Theta - \frac{1}{8} \left(\frac{2}{3} \sin \Theta \cos 2\Theta + \frac{1}{6} \sin^3 \Theta \right) \Delta \Theta^3 + \frac{1}{192} \Delta \varphi^2 \frac{1}{2} \sin^3 \Theta \Delta \Theta \right].$$

После некоторых преобразований, последнее соотношение может быть записано в виде

$$E_{D\Theta} = \rho h R^2 U^2 \Delta \varphi \times \left[\frac{1}{24} \sin \Theta \Delta \Theta^3 + \frac{1}{382} \sin^3 \Theta \Delta \Theta \Delta \varphi^2 \right]. \quad (12)$$

Отдельно выделим случай тонкого меридионального слоя $\Delta \varphi \ll 1$, $\Delta \Theta \ll 1$. Тогда

$$E_{D\Theta} = \rho h R^2 U^2 \frac{1}{24} \sin \Theta \Delta \Theta^3 \Delta \varphi. \quad (13)$$

2. ФРАГМЕНТАЦИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

При построении модели фрагментации необходима оценка затрат энергии на образование поверхности разрыва. В работе [10] при решении в плоской постановке задачи о разлете идеально пластического стержня получено значение энергии, необходимой для образования единицы поверхности разрыва. Эта оценка и принимается в дальнейших расчетах. Следующее предположение состоит в том, что принимается гипотеза о том, что вся потерянная кинетическая энергия затрачивается на образование поверхности разрыва. Аналогично работе [9] считаем, что сам фрагмент обеспечивает лишь половину энергии, необходимой для образования поверхности разрыва. Другая половина обеспечивается соседними фрагментами.

Пусть первые фрагменты образуются на полюсах $\Theta = 0$; $\Theta = \pi$. Этот фрагмент не распадается по меридиану, то есть $\Delta \varphi = 2\pi$. Пусть $0 < \Theta < \Theta_1$,

где $\Theta_1 = \Delta \Theta$, полагая $\Theta = \frac{\Delta \Theta}{2}$, из соотношения (10) получаем

$$E_D = \rho h R^2 U^2 2\pi \left[\sin \frac{\Delta \Theta}{2} \sin \frac{\Delta \Theta}{2} - \sin \frac{\Delta \Theta}{2} \sin \frac{\Delta \Theta}{2} \cos^2 \frac{\Delta \Theta}{2} \cos^2 \frac{\Delta \Theta}{2} \right].$$

После преобразований, полагая $\Delta \Theta \ll 1$, получаем соотношение

$$E_D = \rho h R^2 U^2 \pi \frac{1}{4} \Delta \Theta^4. \quad (14)$$

Согласно [10], H_D – энергия, потраченная на разрыв, может быть принята равной

$$H_D = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} Y R \sin \Delta \Theta h^2.$$

Из условия $E_D = \frac{1}{2} H_D$ получаем следующее уравнение для определения $\Delta \Theta$

$$\rho h R^2 U^2 \pi \frac{1}{4} \Delta \Theta^4 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} Y R \sin \Delta \Theta h^2. \quad (15)$$

Решая данное уравнение, имеем

$$\Delta\Theta_0 = \left(\frac{8\sqrt{3}}{3} \frac{Y}{\rho U^2} \frac{h}{R} \right)^{1/3}. \quad (16)$$

Заметим, что полученное значение $\Delta\Theta_0$ уже позволяет делать некоторые оценки относительно количества фрагментов, образующихся при разлете сферы. Так как, согласно (2), масса фрагмента M_f равна $M_f = \rho h R^2 \pi \Delta\Theta_0^2$, масса сферы M равна $M = 4\rho h \pi R^2$, то количество фрагментов N_f может оцениваться соотношением $N_f = \frac{M}{M_f}$.

Используя (16), получаем

$$N_f = \left(\frac{\rho U^2 R \sqrt{3}}{Y h} \right)^{2/3}.$$

Данное соотношение перепишем в более приемлемом для практических целей виде. Обозначим Q как начальную кинетическую энергию оболочки (энергию взрыва). Тогда, так как начальная скорость разлета U может быть выражена через величину Q соотношением

$$U = \left(\frac{Q}{2\pi \rho h R^2} \right)^{1/2},$$

то

$$N_f = \left(\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cdot \frac{Q}{Y R h^2} \right)^{2/3}. \quad (17)$$

Так для оболочки радиуса 20 см, толщины 2 мм, плотности 7800 кг/м³, с пределом текучести 70 МПа и начальной скоростью 1000 м/сек (энергия 0.39×10^7 Дж) количество фрагментов N_f примерно равно 720, а масса отдельного фрагмента M_f примерно 11 г.

Но это лишь примерная оценка, поскольку всю поверхность сферы нельзя разбить на подобные одинаковые фрагменты.

Рассмотрим следующую модель фрагментации. Вначале образуются фрагменты на полюсах по описанной выше схеме. Далее рассмотрим задачу о фрагментации тонкого меридионального слоя с $\Delta\varphi \ll 1$. Оценим размеры фрагментов $\Delta\Theta$, которые при этом образуются. Согласно (13), потерянная кинетическая энергия равна

$$E_{D\Theta} = \rho h R^2 U^2 \frac{1}{24} \sin \Theta \Delta\Theta^3 \Delta\varphi.$$

Энергию, потраченную на отрыв такого фрагмента ΔH_D , как показано в [10], можно принять равной

$$\Delta H_D = \frac{4}{\sqrt{3}} Y R \sin \Theta h^2 \Delta\varphi.$$

Принимая во внимание соотношение $E_{D\Theta} = \frac{1}{2} \Delta H_D$, получаем следующее

$$\rho h R^2 U^2 \frac{1}{24} \sin \Theta \Delta\Theta^3 \Delta\varphi = \frac{2}{\sqrt{3}} Y R \sin \Theta h^2 \Delta\varphi.$$

Полученное уравнение, позволяет определить величину $\Delta\Theta$

$$\Delta\Theta = \left(16\sqrt{3} \frac{Y}{\rho U^2} \frac{h}{R} \right)^{1/3}. \quad (18)$$

Количество слоев разлета по широте K определяется как целая часть соотношения

$$K = \left[\frac{\pi - 2\Delta\Theta_0}{\Delta\Theta} \right].$$

Далее считаем, что разлет по широте происходит со значением $\Delta\Theta = \frac{\pi - 2\Delta\Theta_0}{K}$.

Исследуем разлет по меридиану. Для этого рассмотрим дополнительную задачу о фрагментации тонкого широтного слоя $\Delta\Theta \ll \Delta\varphi$. Тогда согласно (10), потерянная кинетическая энергия, ее обозначим $E_{D\varphi}$, равна

$$E_{D\varphi} = \rho h R^2 U^2 \Delta\varphi \sin^3 \Theta \Delta\Theta \left[1 - 2 \frac{1 - \cos \Delta\varphi}{\Delta\varphi^2} \right]. \quad (19)$$

При дополнительном условии $\Delta\varphi \ll 1$, имеем

$$E_{D\varphi} = \rho h R^2 U^2 \frac{1}{24} \Delta\varphi^3 \sin^3 \Theta \Delta\Theta. \quad (20)$$

Энергия ΔH_D , потраченная на отрыв фрагмента размером по меридиану $\Delta\varphi$, равна $\Delta H_D = \frac{4}{\sqrt{3}} Y R h^2 \Delta\Theta$. Из условия $E_{D\varphi} = \frac{1}{2} \Delta H_D$, получаем уравнение для определения $\Delta\varphi$.

$$\Delta\varphi \left[1 - 2 \frac{1 - \cos \Delta\varphi}{\Delta\varphi^2} \right] = \frac{1}{\sin^3 \Theta} \frac{2}{3} \sqrt{3} \frac{Y}{\rho U^2} \frac{h}{R}. \quad (21)$$

Это уравнение при дополнительном условии $\Delta\varphi \ll 1$ может быть записано в виде

$$\rho h R^2 U^2 \frac{1}{24} \Delta\varphi^3 \sin^3 \Theta = \frac{2}{\sqrt{3}} Y R h^2.$$

Тогда

$$\Delta\varphi = \frac{1}{\sin \Theta} \left(16\sqrt{3} \frac{1}{\sin^3 \Theta} \frac{Y}{\rho U^2} \frac{h}{R} \right)^{1/3}. \quad (22)$$

При разлете второго слоя принимаем количество фрагментов в слое n_2 , как целую часть соотношения $n_2 = \left[\frac{2\pi}{\Delta\varphi} \right]$. Размер фрагмента $\Delta\varphi$ принимается

равным $\Delta\varphi_2 = \frac{2\pi}{n_2}$. Теперь сделаем еще одно предположение, что разрыв,

возникший при значениях Θ равных $\Theta = \Delta\Theta_0$; $\Theta = \pi - \Delta\Theta_0$, распространяется по всей сфере. И после второго этапа мы имеем n_2 фрагмента с углом по широте $\Delta\Theta_0 + \Delta\Theta < \Theta < \pi - \Delta\Theta_0 - \Delta\Theta$ и по меридиану $\Delta\varphi_2$. Далее мы можем исследовать разрушение каждого отдельного фрагмента независимо. Продолжая исследование по прежней схеме, мы определяем значение $\Delta\varphi$. Количество фрагментов n_3 ,

на которое распадается исследуемый фрагмент по меридиану, определяется соотношением $n_3 = \left[\frac{\Delta\varphi_2}{\Delta\varphi} \right]$, а его размер по меридиану $\Delta\varphi$ принимается равным

$$\Delta\varphi_3 = \frac{\Delta\varphi_2}{n_3}.$$

Снова предположим, что разрыв распространился по всему фрагменту. На следующем этапе мы имеем фрагмент с углом по широте $\Delta\Theta_0 + 2\Delta\Theta < \Theta < \pi - \Delta\Theta_0 - 2\Delta\Theta$ и по меридиану $\Delta\varphi_3$. И так далее.

Ниже, в Таблице 1, приведены результаты расчета для оболочки радиуса 20 см, толщины 2 мм, плотности 7800 кг/м³, с пределом текучести 70 МПа и начальной скоростью 1000 м/сек (энергия 0.39×10^7 Дж), той же, что ранее была использована при простейшей оценке.

Таблица 1.

№ слоя по широте	Широта $\Theta_1; \Theta_2$ в рад.	Количество фрагментов в слое	Масса фрагмента в граммах
1	$\Theta_1 = 0.0 \quad \Theta_2 = 0.075$	1	10.9
2	$\Theta_1 = 0.075 \quad \Theta_2 = 0.21$	8	9.5
3	$\Theta_1 = 0.21 \quad \Theta_2 = 0.35$	16	9.2
4	$\Theta_1 = 0.35 \quad \Theta_2 = 0.48$	16	13.4
5	$\Theta_1 = 0.48 \quad \Theta_2 = 0.62$	16	17.4
6	$\Theta_1 = 0.62 \quad \Theta_2 = 0.75$	32	10.6
7	$\Theta_1 = 0.75 \quad \Theta_2 = 0.89$	32	12.2
8	$\Theta_1 = 0.89 \quad \Theta_2 = 1.03$	32	13.6
9	$\Theta_1 = 1.03 \quad \Theta_2 = 1.16$	32	14.8
10	$\Theta_1 = 1.16 \quad \Theta_2 = 1.30$	32	15.7
11	$\Theta_1 = 1.30 \quad \Theta_2 = 1.43$	32	16.3
12	$\Theta_1 = 1.43 \quad \Theta_2 = 1.57$	32	16.6

Поскольку количество слоев разрушения по широте при данных исходных данных оказалось 24 (четное число), то остальные результаты нет необходимости приводить в силу симметрии процесса относительно экватора. Общее количество фрагментов N_f оказалось равным 562, что меньше полученной ранее оценки $N_f \approx 720$.

Представляет интерес распределение фрагментов по массе. Результаты такого анализа приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

Масса фрагмента	Количество	Суммарная масса	% от общей массы
от 9 до 12г	114	1147	14.8%
от 12 до 14 г	160	2080	26.6%
от 14 до 17.5 г	288	4602	58.6%

ВЫВОДЫ

Предложена инженерная модель фрагментации сферической оболочки при ее быстром расширении, которое может реализоваться, например, при сильном внутреннем взрыве. Для описания напряженно деформированного состояния оболочки использована идеально жесткопластическая модель с условием несжимаемости. В принятой постановке механические свойства материала оболочки определяются всего двумя параметрами – пределом текучести Y и плотностью ρ . Геометрические параметры, определяющие процесс – радиус оболочки R и ее толщина h . Начальные условия определяются энергией взрыва Q .

На основании исследования движения сферического сегмента получена оценка потери кинетической энергии. Для оценки энергии, необходимой для образования поверхности разрыва в оболочке использовано решение задачи о разрыве идеально жесткопластического стержня в плоской постановке. Это позволило оценить энергию на единицу поверхности, которая затрачивается на разрыв как функцию только двух параметров – предела текучести Y и толщины h . Принята гипотеза о том, что затраченная на разрыв энергия одинаково распределяется между соседними фрагментами.

Получена простая инженерная формула расчета оценки количества фрагментов и массы отдельного фрагмента в предположении о равноправности всех фрагментов. Предложена инженерная модель расчета фрагментации, которая дает неоднородное распределение по массе. Проведены и представлены соответствующие расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Myagkov N.N., Kalmykov P.N., Lapichev N.V. et al. *Studies of the Fragmentation of Spherical Aluminum Projectiles on a Heavy Mesh at Velocities of up to 7 km/s* // J. Exp. Theor. Phys. – 2021. – Vol.132. – Pp.177-188.
2. Silnikov M.V., Guk I.V., Nechunaev A.F., Smirnov N.N. *Numerical simulation of hypervelocity impact problem for spacecraft shielding elements* // Acta Astronautica. – 2018. – Vol.150. – Pp.56-62.
3. Шумихин Т.А., Мягков Н.Н. *Численное исследование высокоскоростного удара компактной частицы по сеточной преграде под углом* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2024. – Т.30. – №3. – С.400-419.
4. Назаренко А.И. *Моделирование космического мусора*. – М.: ИКИ РАН, 2013. – 216 с.
5. *The Inter-Agency Space Debris Coordination Committee, Protection Manual, IADC-04-03, Version 7.1, Prepared by the IADC WG3 members, 2018, Retrieved from https://www.iadc-home.org/documents_public/view/page/5/id/81#u*.
6. Grady D.E. *Fragmentation of rings and shells*. – Berlin: Springer, 2006.
7. Kipp M.E., Grady D.E. *Dynamic fracture growth and interaction in one dimension* // J. Mech. Phys. Solids. – 1985. – Vol.33. – Pp.399-415.
8. Иванов А.Г., Раевский В.А., Воронцова О.С. *Дробление материала при взрыве* // Физика горения и взрыва. – 1995. – №2 – С.96-101.
9. Киселев А.Б. *Моделирование фрагментации тонкостенных конструкций и компактных элементов при взрывном нагружении и ударном взаимодействии* // Математическое моделирование. – 2012. – Т.24. – №2. – С.33-66.

10. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Fragmentation model for expanding cylinder* // International Journal of Fracture. – 2014. – Vol.187. – No.2. – Pp.239-243.
11. Головешкин В.А., Мягков Н.Н. *Модель фрагментации расширяющегося цилиндра* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т.20. – №1. – С.97-103.

REFERENCES

1. Myagkov N.N., Kalmykov P.N., Lapichev N.V. et al. *Studies of the Fragmentation of Spherical Aluminum Projectiles on a Heavy Mesh at Velocities of up to 7 km/s*. J. Exp. Theor. Phys., 2021, Vol.132, Pp.177-188.
2. Silnikov M.V., Guk I.V., Nechunaev A.F., Smirnov N.N. *Numerical simulation of hypervelocity impact problem for spacecraft shielding elements*. Acta Astronautica, 2018, Vol.150, Pp.56-62.
3. Shumikhin T.A., Myagkov N.N. *Chislennoe issledovanie vysokoskorostnogo udara kompaktnej chastitsy po setochnoj pregrade pod uglom [Numerical investigation of high velocity particle oblique impact on mesh bumper]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2024, Vol.30, No.3, Pp.400-419.
4. Nazarenko A.I. *Modelirovanie kosmicheskogo musora [Space debris modeling]*. Moskva, IKI RAN, 2013, 216 p.
5. *The Inter-Agency Space Debris Coordination Committee, Protection Manual*, IADC-04-03, Version 7.1, Prepared by the IADC WG3 members, 2018, Retrieved from https://www.iadc-home.org/documents_public/view/page/5/id/81#u.
6. Grady D.E. *Fragmentation of rings and shells*. Berlin, Springer, 2006.
7. Kipp M.E., Grady D.E. *Dynamic fracture growth and interaction in one dimension*. J. Mech. Phys. Solids, 1985, Vol.33, Pp.399-415.
8. Ivanov A.G., Raevskii V.A., Vorontsova O.S. *Explosive fragmentation of materials*. Combust Explos Shock Waves, 1995, Vol.31, Pp.211-215.
9. Kiselev A.B. *Modelirovanie fragmentatsii tonkostennykh konstruksij i kompaktnykh ehlementov pri vzryvnom nagruzhении i udarnom vzaimodejstvii [Modelling of fragmentation of thin-shelled constructions and compact elements under explosive loading and impact interaction]*. Matematicheskoe modelirovanie, 2012, Vol.24, No.2, Pp.33-66.
10. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Fragmentation model for expanding cylinder*. International Journal of Fracture, 2014, Vol.187, No.2, Pp.239-243.
11. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Model' fragmentatsii rasshiryayushhegosya tsilindra [Fragmentation model for expanding cylinder]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2014, Vol.20, No.1, Pp.97-103.

Поступила в редакцию 08 января 2025 года.

Сведения об авторах:

Головешкин Василий Адамович – д.т.н., проф., МИРЭА – Московский технологический университет, г. Москва, Россия

Мягков Николай Николаевич – д.ф.-м.н., гл.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: nn_myagkov@mail.ru

Шумихин Тимофей Александрович – к.т.н., с.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: shumikhin@iam.ras.ru